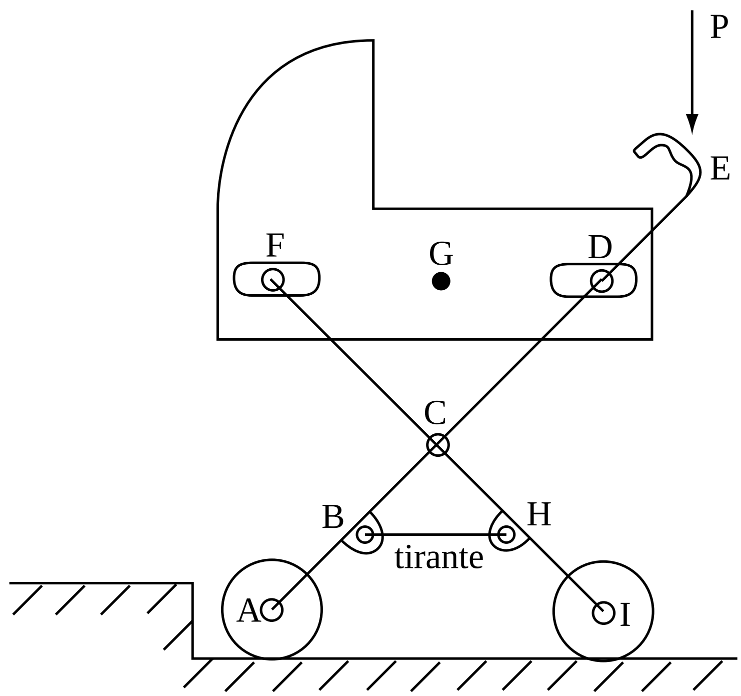
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 98
Nombre ....

La figura representa un cochecito de niño. Durante su marcha normal, la fuerza a aplicar para el avance es muy pequeña. Sin embargo, cuando se pretende subir el bordillo de una acera, es preciso aplicar una fuerza vertical descendente sobre los manillares que consiga levantar las ruedas delanteras, de manera que el cochecito se incline hacia arriba apoyado sólo en las ruedas traseras.



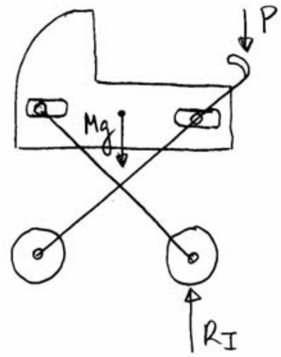
Se estima un peso del conjunto cochecito-niño de unos 12 Kg, con el centro de gravedad G equidistante de los puntos D y F. Las dos barras principales, AE e IF, forman un ángulo de 45º respecto a la vertical. El elemento que aparece como "tirante" en la figura se supone inextensible. Las distancias son: AB=BC=DE=IH=HC=0.25 m, CD=CF=0.5 m.

a) Calcular el valor mínimo necesario de la fuerza vertical total P para conseguir despegar del suelo las ruedas delanteras.

b) Determinar la sección más crítica de la barra AE y el punto más crítico de la sección en lo que a resistencia se refiere.

c) Si la barra AE se va a fabricar en tubo de 20x4 mm y se desea un coeficiente de seguridad 3 frente al fallo por fluencia, indicar el tipo mínimo de acero de la serie AISI que habrá que emplear en la fabricación de la barra.

a) Para calcular la fuerza total P necesaria para levantar las ruedas delanteras, basta establecer el equilibrio del conjunto.



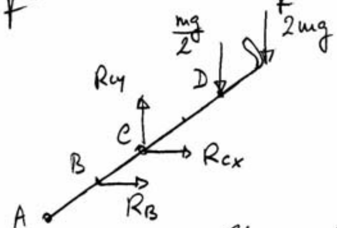
Tomando momentos en el punto I se obtiene,

$$P \times 0'25\,\frac{\sqrt{2}}{2} = Mg \times 0'5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P = 2Mg = 2 \times 12 \times 9'81 = 235'44\ N =$$

$$= \boxed{24\ kg = P}$$

b) Para conocer la distribución de carga sobre la barra AE hay que establecer el equilibrio de la barra. $m = \frac{M}{2} = 6$ kg



Tomando momentos en C,

$$R_B\, 0'25 = \frac{mg}{2}\, 0'5 + 2mg\, 0'75$$

$$R_B = 7mg = 7 \times 6 \times 9'81 = 412'02\ N = R_B$$

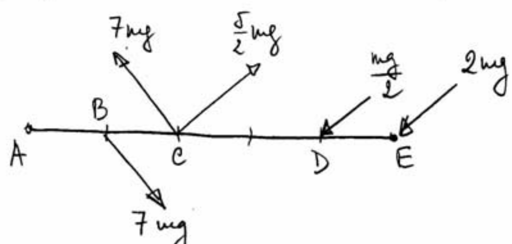
El equilibrio vertical resulta,

$$R_{cy} = \frac{mg}{2} + 2mg = \frac{5}{2}mg = \frac{5}{2} \times 6 \times 9'81 = 147'15\ N$$

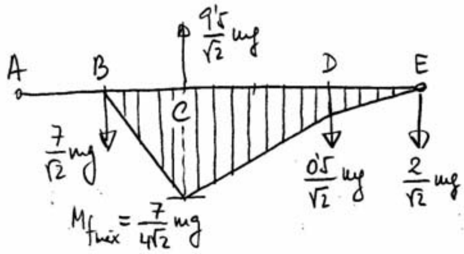
mientras que el equilibrio horizontal da,

$$R_{cx} = -R_B = -7mg = -412'02\ N = R_{cx}$$

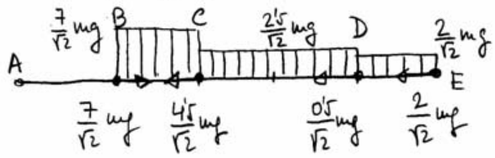
En consecuencia, la barra AE va a sufrir cargas de flexión y axiales. Vamos a determinarlas.



Separando las cargas de flexión y las axiales se obtiene, Flexión



Axial



A la vista de los diagramas de momentos flectores y esfuerzos axiales, está claro que <u>la sección más crítica es la C</u>. Lógicamente, también habrá cortante. Lo que ocurre es que en el punto de la sección de máxima tensión debida a flexión la tensión de cortante será nula, y por eso no se calcula.

<u>El punto más crítico de la sección C será la fibra inferior</u>, ya que en ella se sumarán las tensiones normales de compresión debidas a la flexión y las debidas al axial.

c) La sección crítica C sufre los siguientes esfuerzos,

$$\begin{cases} \text{Flexión}, & M_f = \frac{7}{4\sqrt{2}}mg = \frac{7}{4\sqrt{2}} 6 \times 9'81 = 72'84 \text{ Nm} \\ \text{Axial}, & P = \frac{7}{\sqrt{2}}mg = \frac{7}{\sqrt{2}} 6 \times 9'81 = 291'34 \text{ N} \quad (\text{compresión}) \end{cases}$$

Entonces, la máxima tensión normal de compresión (que se da en la fibra inferior) valdrá,

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M_f\, c}{I} = \frac{291'34}{\pi(R^2-r^2)} + \frac{72'84\, R}{\frac{\pi}{4}(R^4-r^4)}$$

Tubo de 20x4 $\Rightarrow$ $D = 20$, $e = 4$ $\Rightarrow$ $R = \frac{D}{2} = 10$ mm

$r = R - e = 10 - 4 = 6$ mm

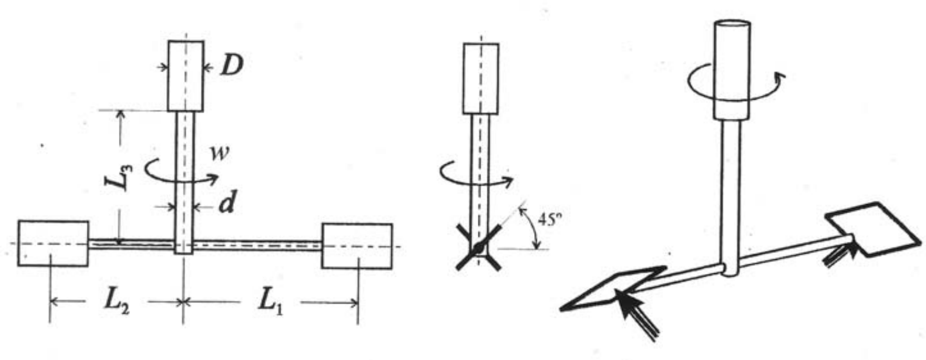
$$\sigma = \frac{291'34}{\pi(0'01^2 - 0'006^2)} + \frac{72'84 \times 0'01}{\frac{\pi}{4}(0'01^4 - 0'006^4)} = 108 \text{ MPa} \leq \frac{S_y}{C_S} = \frac{S_y}{3}$$

$S_y \geq 3 \times 108 = 324$ MPa $\Longrightarrow$ $\boxed{\text{AISI 1018 estirado en frío}}$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 04

Nombre..

La figura siguiente muestra el eje y las palas de una amasadora de funcionamiento continuo.



Calcular el diámetro d del eje, conocidos los siguientes datos: S_u=1100 MPa, S_y=800 MPa, L_1=40 cm, L_2=30 cm, L_3=30 cm, D=4 cm, radios de acuerdo r=1 mm, velocidad de giro del motor ω=40 rpm, potencia del motor $\dot{W}$=3 kW, coeficiente de seguridad C_s=1.5.

Las fuerzas que se oponen al movimiento giratorio del eje, mostradas en la figura, se consideran aplicadas en el centro de las palas y perpendiculares a las mismas. Dichas fuerzas son proporcionales a la distancia entre el punto de aplicación de las mismas y el eje de giro.

El par que debe realizar el motor para mantener la velocidad de giro constante es,

$$\dot{W} = T\omega \ ; \quad 3000 = T\, 40 \frac{2\pi}{60} \ \rightarrow \ T = 716'2 \text{ Nm}$$

Dicho par ha de vencer las fuerzas que ejerce la masa sobre las palas, luego

$$T = (F_1 \cos 45) L_1 + (F_2 \cos 45) L_2 \qquad (1)$$

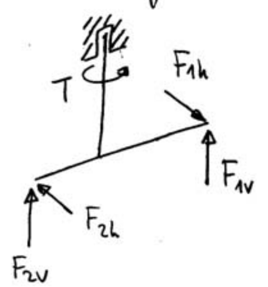
Además, se sabe que las fuerzas son proporcionales a la distancia de cada pala al eje,

$$\frac{F_1}{L_1} = \frac{F_2}{L_2} \qquad (2)$$

Entonces, de (1) y (2) se tiene,

$$\left\{ \begin{aligned} 716'2 &= \frac{\sqrt{2}}{2}\, 0'4\, F_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\, 0'3\, F_2 \\ 0'3 F_1 &= 0'4 F_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} F_1 &= 1620'6 \text{ N} \\ F_2 &= 1215'4 \text{ N} \end{aligned} \right.$$

El diagrama de sólido libre del eje con las palas es,



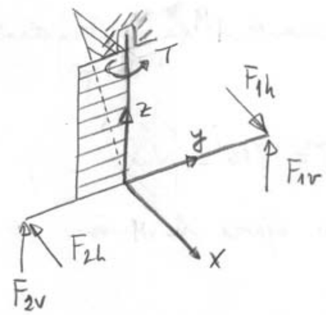
Dado que las fuerzas F_1 y F_2 se orientan a 45° respecto al plano horizontal, sus componentes horizontal y vertical coinciden:

$$F_{1h} = F_{1V} = F_1 \cos 45 = 1145'9 \text{ N}$$

$$F_{2h} = F_{2V} = F_2 \cos 45 = 859'4 \text{ N}$$

Como las fuerzas se mueven a la vez que el eje, los puntos del mismo sufren solicitaciones constantes, <u>debiéndose aplicar los criterios de fallo estático.</u>

El eje soporta los siguientes esfuerzos:



a) Momento torsor constante en todo el eje de valor $T = 716'2$ Nm

b) Momento flector en el plano yz constante en todo el eje de valor
$M_x = F_{1v} L_1 - F_{2v} L_2 =$
$= 1145'9 \times 0'4 - 859'4 \times 0'3 = 200'5$ Nm

c) Momento flector en el plano xz, que varía linealmente en el eje, desde cero en el punto inferior, hasta $M_y = (F_{1h} - F_{2h}) L_3 = (1145'9 - 859'4)\, 0'3 = 85'9$ Nm en el punto superior.

d) Fuerza axial de compresión, constante en todo el eje, de valor. $F = F_{1v} + F_{2v} = 1145'9 + 859'4 = 2005'3$ N

La sección crítica del eje se produce en su punto más alto, por ser mayor en ella el momento flector M_y (las demás solicitaciones son constantes para todas las secciones del eje).
Las tensiones máximas en dicha sección son:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{200'5^2 + 85'9^2} = 218'1 \text{ Nm}$$

$$\sigma_f = \frac{Mc}{I} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 218'1}{\pi d^3} = \frac{2221'6}{d^3} \quad \text{(flexión)}$$

$$\sigma_a = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \times 2005'3}{\pi d^2} = \frac{2553'2}{d^2} \quad \text{(axial)}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 716'2}{\pi d^3} = \frac{3647'6}{d^3} \quad \text{(torsión)}$$

El punto más crítico de la sección se producirá donde se dé la máxima tensión de compresión debida a la flexión, ya que se añadirá a la procedente del axial. Su ubicación exacta puede calcularse sin problema a partir de los valores de los momentos flectores M_x, M_y.

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_f + \sigma_a = \dfrac{2221'6}{d^3} + \dfrac{2553'2}{d^2} \\ \tau = \dfrac{3647'6}{d^3} \end{cases}$$

Si se aplica el criterio de Tresca,

$$\frac{S_y}{C_s} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \Rightarrow \frac{800 \cdot 10^6}{1'5} = \sqrt{\left(\frac{2221'6}{d^3} + \frac{2553'2}{d^2}\right)^2 + 4\left(\frac{3647'6}{d^3}\right)^2}$$

$$d^2 = \frac{1'5}{800 \cdot 10^6} \sqrt{\left(\frac{2221'6}{d} + 2553'2\right)^2 + 4\left(\frac{3647'6}{d}\right)^2} \qquad (*)$$

Se puede ahora iterar para obtener la solución. Para comenzar a iterar, dado que el término procedente de la torsión es el que tiene más peso, se puede calcular d despreciando los otros términos de la raíz.

$$d^2 \simeq \frac{1'5}{800 \cdot 10^6} \sqrt{4\left(\frac{3647'6}{d}\right)^2} = \frac{1'5}{800 \cdot 10^6}\, 2\, \frac{3647'6}{d}$$

$$d^3 \simeq \frac{3 \times 3647'6}{800 \cdot 10^6} \Rightarrow d \simeq 0'0239 \text{ m}$$

Con este valor, se inicia la iteración en (*).

d_i (mm)	23'9	24'5	24'2	24'3
d_{i+1} (mm)	24'5	24'2	24'3	24'3

Por tanto, la solución es $\boxed{d = 24'3 \text{ mm}}$

Si se aplica el criterio de Von Mises,

$$\frac{S_y}{C_s} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Se procede igualmente, llegándose a $\boxed{d = 23'3 \text{ mm}}$