

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 11

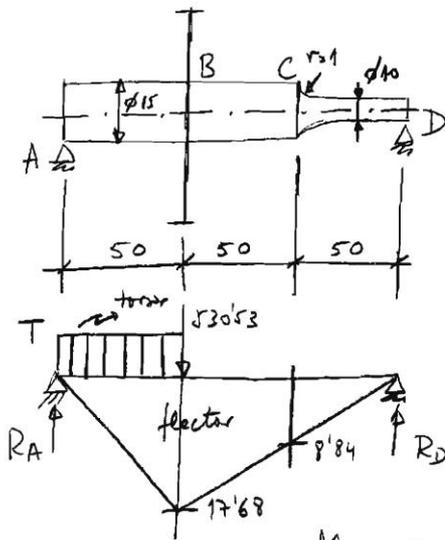
Nombre.....

---

Un eje soportado por dos rodamientos de rodillos cilíndricos en sus extremos, que distan 150 mm entre sí, transmite una potencia de 10 kW a 1200 rpm, que le llega del motor por su extremo izquierdo, y que se absorbe en un engranaje cilíndrico de dientes rectos y de ancho de cara despreciable, situado 50 mm a la derecha del apoyo izquierdo. El radio base del engranaje es de 150 mm. A una distancia de 100 mm a la derecha del apoyo izquierdo, el diámetro del eje disminuye de 15 a 10 mm, con un radio de entalle de 1 mm.

Si el eje es de acero AISI 1050 estirado en frío, calcular, mediante aplicación del criterio de Von Mises:

- a) Coeficiente de seguridad del eje frente a fluencia.
- b) Coeficiente de seguridad del eje frente a fatiga a vida infinita.



$$T = \frac{\dot{W}}{\omega} = \frac{10000}{\frac{1200 \cdot 2\pi}{60}} = 79'58 \text{ Nm}$$

$$T = 79'58 = F\rho = F \times 0'15$$

$$F = \frac{79'58}{0'15} = 530'53 \text{ N}$$

$$530'53 \times 50 = R_D \times 150$$

$$R_D = 176'84 \text{ N}$$

$$R_A = 530'53 - R_D = 353'69 \text{ N} = R_A$$

$$M_B = R_A \times 50 = 353'69 \times 50 = 17'68 \text{ Nm}$$

$$M_C = R_D \times 50 = 176'84 \times 50 = 8'84 \text{ Nm}$$

Sección B: flexión  $M_B = 17'68 \text{ Nm}$ , torsión  $T = 79'58 \text{ Nm}$

Sección C: flexión  $M_C = 8'84 \text{ Nm}$

Fluencia

AISI 1050 est. en frío  $\left. \begin{array}{l} S_u = 690 \text{ MPa} \\ S_y = 580 \text{ MPa} \end{array} \right\}$

Sección B

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 17'68}{\pi \times (15 \cdot 10^{-3})^3} = 53 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 79'58}{\pi \times (15 \cdot 10^{-3})^3} = 120 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{53^2 + 3 \times 120^2} = 214 \text{ MPa}$$

$$C_{S_B} = \frac{S_y}{\bar{\sigma}} = \frac{580}{214} = 2'71 = C_{S_B}$$

Sección C

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 8'84}{\pi \times (10 \cdot 10^{-3})^3} = 90 \text{ MPa}$$

$$C_{S_C} = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{580}{90} = 6'44 = C_{S_C}$$

$$C_S = C_{S_B} = 2'71$$

# Fatiga

## Sección B

\* Flexión

$$S_e = 0.5 d_u = 0.5 \times 690 = 345 \text{ MPa}$$

$$k_a = a d_u^b = 4.51 \times 690^{-0.265} = 0.798$$

$$k_b = 1.189 d^{-0.097} = 1.189 \times 15^{-0.097} = 0.921$$

$$S_e = k_a k_b S_e' = 0.798 \times 0.921 \times 345 = 253 \text{ MPa}$$

\* Torsión

En este caso, todos los valores coinciden con los de flexión.

$$\bar{\sigma}_m = \sqrt{3} \tau = \sqrt{3} \times 120 = 207 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_a = \sigma = 53 \text{ MPa}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m}{S_u} + \frac{\bar{\sigma}_a}{S_e} = \frac{1}{C_{FB}} \rightarrow \frac{207}{690} + \frac{53}{253} = \frac{1}{C_{FB}} \rightarrow \underline{C_{FB} = 1.96}$$

## Sección C

$$S_e' = 345 \text{ MPa}$$

$$k_a = 0.798$$

$$k_b = 1.189 d^{-0.097} = 1.189 \times 10^{-0.097} = 0.951$$

$$r = 1 \text{ mm}$$

$$S_u = 0.69 \text{ GPa} \left. \begin{array}{l} \gamma = 0.75 \\ k_t = 1.67 \end{array} \right\}$$

$$\frac{r}{d} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{D}{d} = \frac{15}{10} = 1.5$$

$$k_f = 1 + \gamma(k_t - 1) = 1 + 0.75(1.67 - 1) = 1.5$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S_e' = 0.798 \times 0.951 \times \frac{1}{1.5} \times 345 = 174 \text{ MPa}$$

$$C_{FC} = \frac{S_e}{\sigma} = \frac{174}{90} = 1.93 = C_{FC}$$

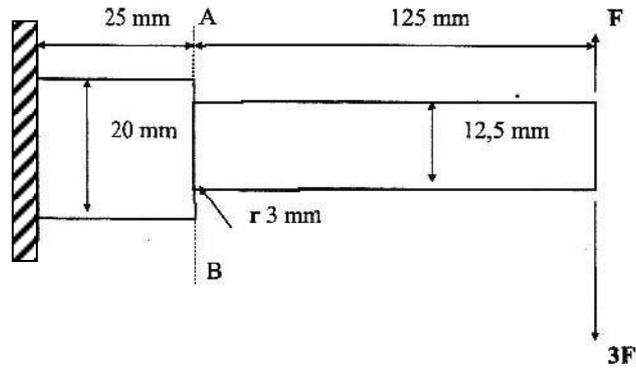
Comparamos con  $C_{FB} = 1.96$ ,

$$C_F = C_{FC} = 1.93$$

Nombre.....

---

La viga en voladizo de sección circular de la figura está fabricada en acero AISI 1030 estirado en frío. En su extremo libre, está sometida a una carga vertical que varía entre  $-F$  y  $3F$ .



Determinar el valor máximo que puede tomar  $F$  para que la pieza tenga vida infinita. ¿Cuál es el punto más crítico de la pieza?

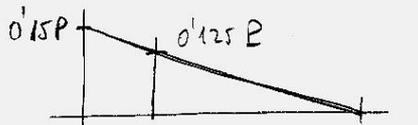
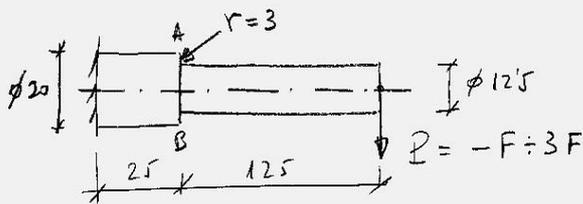


Diagrama de momentos flectores.

Lo más probable es que la sección crítica sea AB, ya que la sección de raíz es mucho menor que en el empotramiento, y el momento es sólo algo menor.

$$\sigma = \frac{32 \times (0.125P)}{\pi \times (12.5 \cdot 10^{-3})^3} = 0.6519 P \text{ MPa}$$

En el punto más alto de la sección, punto A, la tensión será:

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 0.6519 \times 3F = 1.9557 F \text{ MPa} \\ \sigma_{\min} = -0.6519 \times F = -0.6519 F \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sigma_m = \frac{1.9557 - 0.6519}{2} F = 0.6519 F \text{ MPa} \\ \sigma_a = \frac{1.9557 + 0.6519}{2} F = 1.3038 F \text{ MPa} \end{cases}$$

En cuanto a la resistencia, AISI 1030 st. en frío  $\rightarrow \begin{cases} S_u = 520 \text{ MPa} \\ S_y = 440 \text{ MPa} \end{cases}$

$$S_e = 0.5 S_u = 0.5 \times 520 = 260 \text{ MPa}$$

$$k_a = a S_u^b = 4.51 \times 520^{-0.265} = 0.86$$

$$d_{eq} = 0.37 d = 0.37 \times 12.5 = 4.625 \text{ mm (flexión alternada)}$$

$$k_b = 1 \text{ por } d \leq 8 \text{ mm}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{3}{12.5} = 0.24 \\ \frac{D}{d} &= \frac{20}{12.5} = 1.60 \\ r &= 3 \text{ mm} \\ S_u &= 0.52 \text{ GPa} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} k_t &= 1.38 \\ q &= 0.78 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{r}{d} \\ \frac{D}{d} \\ r \\ S_u \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} k_f &= 1 + q(k_t - 1) \\ &= 1 + 0.78(1.38 - 1) = 1.30 \end{aligned}$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S_e = 0.86 \times 1 \times \frac{1}{1.30} 260 = 172 \text{ MPa}$$

Aplicando el criterio de Goodman,

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_u} + \frac{\sigma_a}{\sigma_e} = 1$$

$$\frac{0'6519F}{520} + \frac{1'3038F}{172} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = 113'2 \text{ N}}$$

El punto más alto de la sección AB, punto A, es más crítico que el punto más bajo, punto B, porque en A las máximas tensiones son de tracción, mientras que en B son de compresión, siendo más perjudicial la tracción desde el punto de vista de fatiga.

Comprobación a fluencia:

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_y} = \frac{1}{C_s} \rightarrow \frac{1'9557 \times 113'2}{440} = \frac{1}{C_s} \rightarrow \underline{C_s = 1'99}$$

Luego para fluencia todavía hay margen de sobra.

Se puede comprobar fácilmente que la sección del empotramiento es menos crítica que la sección AB.

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}, \text{ luego la tensión es directamente}$$

proporcional al momento flector e inversamente proporcional al cubo del diámetro.

$$\sigma_{AB} \approx \frac{0'125}{12'5^3} = 6'4 \cdot 10^{-5}$$

$$\sigma_{\text{empotr}} \approx \frac{0'15}{20^3} = 1'875 \cdot 10^{-5}$$

} se observa que la tensión en AB es mayor

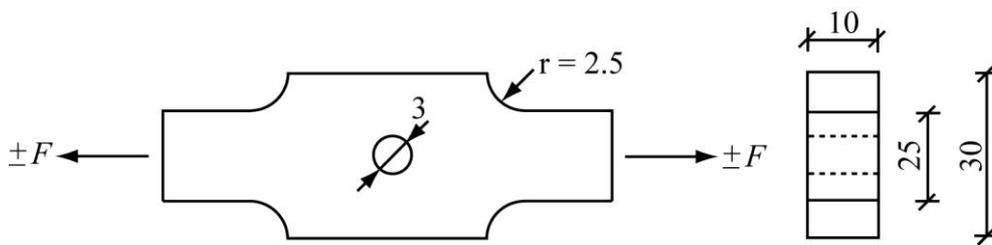
Nota: además, la sección AB tiene concentración de tensiones.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 13

Nombre.....

---

La pieza representada en la figura trabaja bajo carga axial. Se trata de una pieza forjada, cuyo material posee un límite de rotura de 700 MPa. Las medidas de la figura están en mm.



Determinar la fuerza  $F$  admisible para que la vida sea de 100000 ciclos.

$$S_{1.5} = 0.75 S_u = 0.75 \times 700 = 525 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 0.46 S_u = 0.46 \times 700 = 322 \text{ MPa}$$

$$\text{Forjado} \rightarrow k_a = a S_u^b = 2.72 \times 700^{-0.995} = 0.4$$

$$k_b = 1$$

\* Sección de la entalle

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{2.5}{25} = 0.1 \\ \frac{D}{d} &= \frac{30}{25} = 1.2 \end{aligned} \right\} k_t = 1.75 \quad \left. \begin{aligned} r &= 2.5 \text{ mm} \\ S_u &= 0.7 \text{ GPa} \end{aligned} \right\} q = 0.82$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.82(1.75 - 1) = 1.615$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S'_e = 0.4 \times 1 \times \frac{1}{1.615} 322 = 80 \text{ MPa}$$

$$\log S = \log 525 + \frac{\log 80 - \log 525}{6-3} (5-3) \rightarrow S_{10^5} = 150 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{25 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-3}} = 150 \cdot 10^6 = S_{10^5} \rightarrow F = 37.5 \text{ kN}$$

\* Sección del agujero.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{w} &= \frac{3}{30} = 0.1 \rightarrow k_t = 2.67 \\ r &= 1.5 \text{ mm} \end{aligned} \right\} q = 0.79$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.79(2.67 - 1) = 2.32$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S'_e = 0.4 \times 1 \times \frac{1}{2.32} 322 = 55 \text{ MPa}$$

$$\log S = \log 525 + \frac{\log 55 - \log 525}{6-3} (5-3) \rightarrow S_{10^5} = 116 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{27 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-3}} = 116 \cdot 10^6 = S_{10^5} \rightarrow F = 31.32 \text{ kN}$$

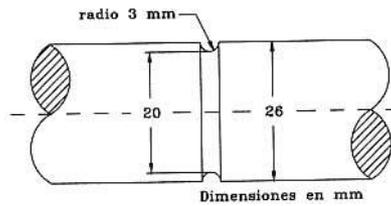
luego la fuerza  $F$  admisible para una vida de 100.000 ciclos  
 es  $F = 31.32 \text{ kN}$  y la sección crítica es la del agujero.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 13

Nombre.....

---

La figura representa una pieza fabricada en acero AISI 1030 estirado en frío, que se somete a una fuerza axial fluctuante entre 0 y 70 kN.



- Determinar si la pieza acabará fallando por fatiga.
- En caso afirmativo, calcular el número de ciclos de carga que soportará.

Aisi 1030 est. en aço :  $f_u = 520 \text{ MPa}$

$$f_{e0.2} = 0.75 f_u = 0.75 \times 520 = 390 \text{ MPa}$$

$$s'_e = 0.46 f_u = 0.46 \times 520 = 239.2 \text{ MPa}$$

$$k_a = a f_u^b = 4.51 \times 520^{-0.265} = 0.86$$

$$k_b = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{r}{d} = \frac{3}{20} = 0.15 \\ \frac{D}{d} = \frac{26}{20} = 1.3 \end{array} \right\} k_t = 1.93 \quad \left. \begin{array}{l} r = 3 \\ f_u = 0.52 \text{ GPa} \end{array} \right\} \gamma = 0.8$$

$$k_f = 1 + \gamma (k_t - 1) = 1 + 0.8 (1.93 - 1) = 1.74$$

$$s_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} s'_e = 0.86 \times 1 \times \frac{1}{1.74} \times 239.2 = 118.2 \text{ MPa}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\max} = \frac{P}{A} = \frac{70000}{\frac{\pi \times 0.02^2}{4}} = 222.8 \text{ MPa} \\ T_{\min} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_m = 111.4 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 111.4 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$\frac{\sigma_m}{f_u} + \frac{\sigma_a}{s_e} = \frac{1}{G} \rightarrow \frac{111.4}{520} + \frac{111.4}{118.2} = \frac{1}{G} \rightarrow \underline{G = 0.86}$$

Logo la peça acabará fallando por fatiga.

$$\frac{111.4}{520} + \frac{111.4}{S_N} = 1 \rightarrow S_N = 141.8 \text{ MPa}$$

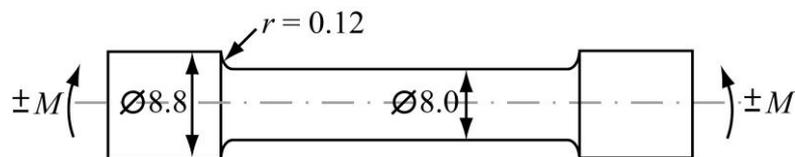
$$\log 141.8 = \log 390 + \frac{\log 118.2 - \log 390}{3} (\log N - 3)$$

$$\boxed{N = 348.759 \text{ ciclos}}$$

Nombre.....

---

La pieza de la figura está sometida a un momento flector alternado  $M$  y debe trabajar a vida infinita. Se obtiene por mecanizado de un acero con  $S_u=550$  MPa. No se tienen datos sobre la magnitud del esfuerzo.



Se pretende utilizar la pieza en una nueva máquina en la que el momento flector va a ser doble. Para conseguir que la pieza sea válida en la nueva situación, se proponen las siguientes modificaciones:

- Sustituir el material por otro de  $S_u=1100$  MPa.
- Conservar el material y cambiar el radio de acuerdo,  $r$ , de forma que el coeficiente de concentración de tensiones teórico,  $k_t$ , se reduzca a la mitad.
- Aplicar las dos modificaciones anteriores a la vez.

Decidir cuál de las modificaciones (a), (b) o (c) permitirá que la pieza trabaje en la nueva situación.

La sección más peligrosa de la pieza es el cambio de diámetro, en el lado más fino.  $\sigma = \frac{Mc}{I}$ ; doble  $M \Rightarrow$  doble  $\sigma$ .  
Vamos a calcular la resistencia a la fatiga en esa sección antes de las modificaciones.

$$S_e' = 0.5 f_u = 0.5 \times 550 = 275 \text{ MPa}$$

$$K_a = a f_u^b = 4.51 \times 550^{-0.265} = 0.85$$

$$K_b = 1$$

$$\frac{D}{d} = \frac{8.8}{8} = 1.1$$

$$\frac{r}{d} = \frac{0.12}{8} = 0.015$$

$$K_t = 2.6$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) =$$

$$= 1 + 0.45(2.6 - 1) = 1.72$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 0.12 \text{ mm} \\ f_u = 0.55 \text{ GPa} \end{array} \right\} q = 0.45$$

$$S_e = K_a K_b \frac{1}{K_f} S_e' = 0.85 \times 1 \times \frac{1}{1.72} 275 = \boxed{136 \text{ MPa} = S_e}$$

Ahora vamos a ver cómo cambia la resistencia a la fatiga al aplicar las distintas modificaciones.

a)  $f_u = 1100 \text{ MPa}$

$$S_e' = 0.5 f_u = 0.5 \times 1100 = 550 \text{ MPa}$$

$$K_a = a f_u^b = 4.51 \times 1100^{-0.265} = 0.70$$

$$K_b = 1$$

$$K_t = 2.6$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 0.12 \text{ mm} \\ f_u = 1.1 \text{ GPa} \end{array} \right\} q = 0.70$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) =$$

$$= 1 + 0.70(2.6 - 1) = 2.12$$

$$S_e = K_a K_b \frac{1}{K_f} S_e' = 0.70 \times 1 \times \frac{1}{2.12} 550 = \boxed{182 \text{ MPa} = S_e^{(a)}}$$

$$b) \text{ Si } k_t = 1.3$$

$$S_e = 275 \text{ MPa}$$

$$k_a = 0.85$$

$$k_b = 1$$

$$k_t = 1.3 \Rightarrow \frac{r}{d} = 0.3 = \frac{r}{8} \Rightarrow r = 2.4 \text{ mm}$$

$$r = 2.4 \text{ mm}$$

$$S_u = 0.55 \text{ GPa} \quad \left\{ \begin{array}{l} q = 0.77 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} k_f = 1 + q(k_t - 1) = \\ = 1 + 0.77(1.3 - 1) = \\ = 1.23 \end{array} \right\}$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S_e = 0.85 \times 1 \times \frac{1}{1.23} 275 = \boxed{190 \text{ MPa} = S_e^{(b)}}$$

Vemos que con ninguna de las dos modificaciones se consigue aumentar el límite de fatiga al doble. A ver qué pasa con la combinación de ambas.

$$c) \text{ Si } S_u = 1100 \text{ MPa}, k_t = 1.3$$

$$S_e = 550 \text{ MPa}$$

$$k_a = 0.70$$

$$k_b = 1$$

$$k_t = 1.3 \Rightarrow r = 2.4 \text{ mm}$$

$$r = 2.4 \text{ mm}$$

$$S_u = 1.1 \text{ GPa}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = 0.92 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} k_f = 1 + q(k_t - 1) = \\ = 1 + 0.92(1.3 - 1) = 1.28 \end{array} \right.$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S_e = 0.7 \times 1 \times \frac{1}{1.28} 550 = \boxed{300 \text{ MPa} = S_e^{(c)}}$$

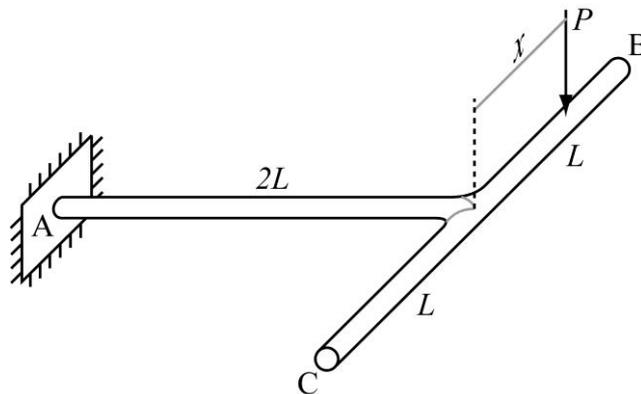
Pues, en este caso, sí se consigue aumentar la resistencia a la fatiga al doble (de hecho, a más del doble), de manera que no habría problema en duplicar el doble de tensión o provocado al haber aumentado al doble el momento flector  $M$ .

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 14

Nombre.....

---

La pieza mecanizada en forma de T y con sección circular de diámetro 10 mm de la figura, está empotrada en A, y soporta una carga móvil  $P = 5 \text{ kg}$  que se desplaza continuamente entre B y C, de manera que  $-L \leq x \leq L$ , siendo  $L = 10 \text{ cm}$ . El material posee un límite de rotura de 370 MPa y un límite de fluencia de 300 MPa.



- a) Obtener el coeficiente de seguridad de que dispone la pieza frente a fluencia, utilizando el criterio de Von Mises.
- a) Obtener el coeficiente de seguridad de que dispone la pieza frente a fatiga a vida infinita.

a) la situación más crítica frente a fluencia se producirá en la sección A del empotramiento cuando  $P$  esté en B o C.

$$M = 2PL = 2 \times 5 \times 9'81 \times 0'1 = 9'81 \text{ Nm} \quad (\text{momento flector})$$

$$T = PL = 5 \times 9'81 \times 0'1 = 4'905 \text{ Nm} \quad (\text{momento torsor})$$

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 9'81}{\pi \times 0'01^3} = 100 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 4'905}{\pi \times 0'01^3} = 25 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{100^2 + 3 \times 25^2} = 109 \text{ MPa}$$

$$C_f = \frac{S_y}{\bar{\sigma}} = \frac{230}{109} = \boxed{2'109 = C_f}$$

b) A falta de la sección más peligrosa parece ser la sección A del empotramiento, aunque será conveniente comprobar también las secciones  $x=0^+$  y  $x=0^-$ .

Sección A

$$M = 2PL = 9'81 \text{ Nm} = Cx^2 \Rightarrow \sigma_m = 100 \text{ MPa}; \quad \tau_a = 0$$

$$T = \pm PL = \pm 4'905 \Rightarrow \tau_m = 0; \quad \tau_a = 25 \text{ MPa}$$

$$\text{Flexión: } S'_e = 0'5 S_u = 0'5 \times 370 = 185 \text{ MPa}$$

$$k_a = a S_u^b = 4'51 \times 370^{-0'265} = 0'94$$

$$d_{eq} = 0'37 d = 0'37 \times 10 = 3'7 \text{ mm} \Rightarrow k_b = 1$$

$$S_e = 0'94 \times 185 = 174 \text{ MPa} = S_e^{fl}$$

$$\text{Torsión: } S'_{es} = \frac{S'_e}{\sqrt{3}} = \frac{185}{\sqrt{3}}$$

$$k_e = 0'94$$

$$k_b = 1'189 d^{-0'097} = 1'189 \times 10^{-0'097} = 0'95$$

$$S_{es} = 0'94 \times 0'95 \times \frac{185}{\sqrt{3}} = \frac{165}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_e^{tor} = 165 \text{ MPa}$$

Dado que la tensión variable es la tensión tangencial proveniente de la torsión, se toma el límite de fatiga de torsión como referencia.

$$\bar{\sigma}_m = \sigma_m = 100 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_a = \sqrt{3} \tau_a = 25\sqrt{3} \text{ MPa}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m}{S_u} + \frac{\bar{\sigma}_a}{S_e^{\text{TW}}} = \frac{1}{G} \rightarrow \frac{100}{370} + \frac{25\sqrt{3}}{165} = \frac{1}{G} \rightarrow \boxed{G = 1'87}$$

Secciones  $x=0^+$  y  $x=0^-$

$$M = PL = 4'905 \text{ Nm} \begin{cases} M_{\text{máx}} = 4'905 \text{ Nm} \\ M_{\text{mín}} = 0 \text{ Nm} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \tau_{\text{máx}} = 50 \text{ MPa} \\ \tau_{\text{mín}} = 0 \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow \sigma_m = 25 \text{ MPa}; \sigma_a = 25 \text{ MPa}$$

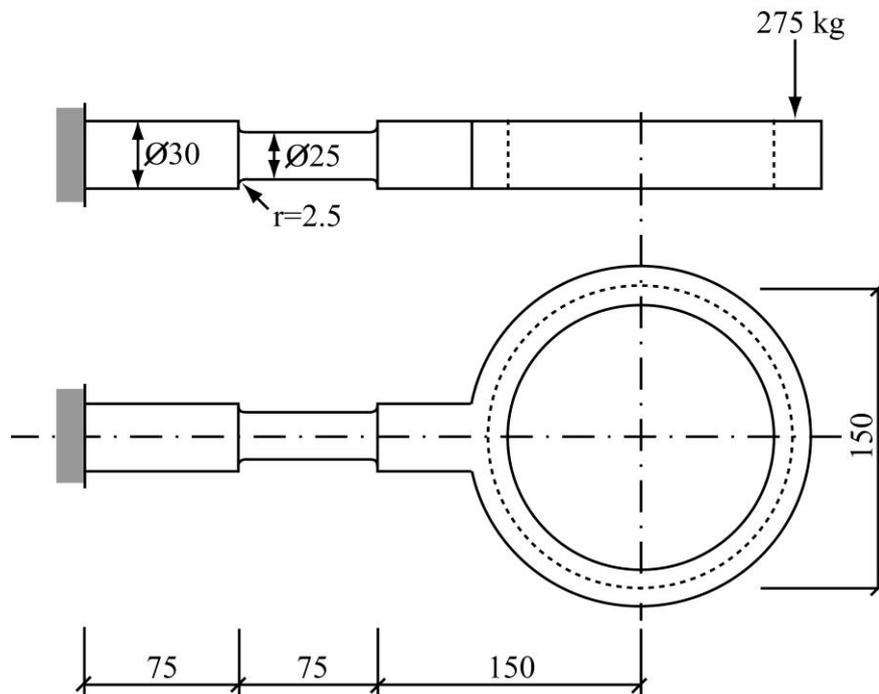
$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e^{\text{TE}}} = \frac{1}{G} \rightarrow \frac{25}{370} + \frac{25}{174} = \frac{1}{G} \rightarrow \underline{G = 4'73}$$

Después se confirma que estas secciones son mucho menos peligrosas.

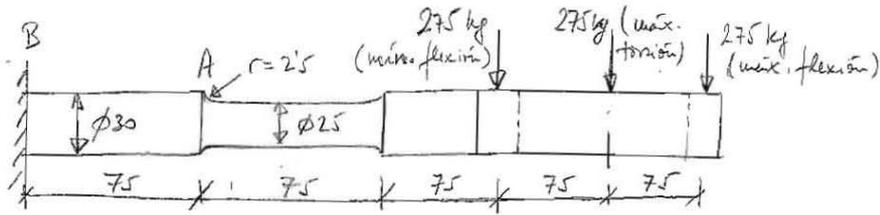
Nombre.....

---

La pieza representada en la figura está totalmente mecanizada sobre un acero templado y estirado de límite de rotura  $100 \text{ kg/mm}^2$  y límite de fluencia  $80 \text{ kg/mm}^2$ . Se encuentra sometida a esfuerzos variables de flexión y torsión provocados por una carga de  $275 \text{ kg}$  que se desplaza lentamente por una pista circular de  $150 \text{ mm}$  de diámetro.



Calcular el coeficiente de seguridad de que se dispone para  $150.000$  ciclos de vida. Las medidas se hallan en  $\text{mm}$ . Se recomienda trabajar en  $\text{kg}$  y en  $\text{mm}$ . Los efectos dinámicos (vibratorios) producidos por la carga móvil sobre la pieza pueden despreciarse.



Las secciones más peligrosas serán la A y la B. Vamos a comenzar calculando las tensiones que soporta cada una.

### TENSIONES

#### Sección A

\* Flexión.

$$\begin{cases} M_{\max} = 275 \times (4 \times 75) = 82500 \text{ kg}\cdot\text{mm} \\ M_{\min} = 275 \times (2 \times 75) = 41250 \text{ kg}\cdot\text{mm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{32 M_{\max}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 82500}{\pi \times 25^3} = 53'78 \text{ kg/mm}^2 \\ \sigma_{\min} = \frac{32 M_{\min}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 41250}{\pi \times 25^3} = 26'89 \text{ kg/mm}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{\text{m}} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{53'78 + 26'89}{2} = 40'33 \text{ kg/mm}^2 \\ \sigma_{\text{a}} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{53'78 - 26'89}{2} = 13'44 \text{ kg/mm}^2 \end{cases}$$

\* Torsión.

$$T_{\max} = 275 \times 75 = 20625 \text{ kg}\cdot\text{mm} = -T_{\min}$$

$$\tau_{\max} = \frac{16 T_{\max}}{\pi d^3} = \frac{16 \times 20625}{\pi \times 25^3} = 6'72 \text{ kg/mm}^2 = -\tau_{\min}$$

$$\underline{\tau_{\text{m}}} = 0; \quad \underline{\tau_{\text{a}}} = 6'72 \text{ kg/mm}^2$$

#### Sección B

\* Flexión.

$$\begin{cases} M_{\max} = 275 \times (5 \times 75) = 103.125 \text{ kg}\cdot\text{mm} \\ M_{\min} = 275 \times (3 \times 75) = 61.875 \text{ kg}\cdot\text{mm} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{m\bar{x}} &= \frac{32 \times 103125}{\pi \times 30^3} = 38'90 \text{ kg/mm}^2 \\ \sigma_{m\bar{y}} &= \frac{32 \times 61875}{\pi \times 30^3} = 23'34 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_m &= \frac{38'90 + 23'34}{2} = 31'12 \text{ kg/mm}^2 \\ \sigma_a &= \frac{38'90 - 23'34}{2} = 7'78 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned} \right.$$

\* Torsión.

$$T_{m\bar{x}} = 20625 \text{ kg}\cdot\text{mm} = -T_{m\bar{y}}$$

$$\tau_{m\bar{x}} = \frac{16 \times 20625}{\pi \times 30^3} = 3'89 \text{ kg/mm}^2 = -\tau_{m\bar{y}}$$

$$\tau_{m\bar{y}} = 0; \quad \tau_a = 3'89 \text{ kg/mm}^2$$

Como fue la torsión, son superiores en la sección A, fue además tiene entalla, por lo que la sección crítica es la A.

### RESISTENCIAS

\* Flexión alternada.

$$S_e = 0'5 d^3 = 0'5 \cdot 100 = 50 \text{ kg/mm}^2$$

$$k_a = a d^b = 4'51 (100 \times 9'81)^{-0'265} = 0'72$$

$$d_{eq} = 0'37 \times 25 = 9'25 \text{ mm}$$

$$k_b = 1'189 d_{eq}^{-0'697} = 1'189 \times 9'25^{-0'697} = 0'95$$

$$\frac{D}{d} = \frac{30}{25} = 1'2$$

$$\frac{r}{d} = \frac{2'5}{25} = 0'1$$

$$\left. \begin{aligned} k_t &= 1'6 & r &= 2'5 \text{ mm} \\ & & S_u &= 981 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} q = 0'9$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'9(1'6 - 1) = 1'54$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S_e = 0'72 \times 0'95 \times \frac{1}{1'54} 50 = 22'21 \text{ kg/mm}^2$$

$$S_{1,3} = 0.9 S_u = 0.9 \cdot 100 = 90 \text{ kg/mm}^2$$

$$\log S_{10000} = \log S_{1,3} + \frac{\log S_e - \log S_{1,3}}{6-3} (\log 15 \cdot 10^5 - 3)$$

$$\log S_{10000} = \log 90 + \frac{\log 22'21 - \log 90}{3} \times 2'176$$

$$\underline{S_{10000}^{fl} = 32'62 \text{ kg/mm}^2}$$

\* Torsión.

$$S'_{e1} = \frac{S'_e}{\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ kg/mm}^2$$

$$k_a = 0.72$$

$$k_b = 1.189 d^{-0.097} = 1.189 \times 25^{-0.097} = 0.87$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = 1.2 \\ \frac{r}{d} = 0.1 \end{array} \right\} k_c = 1.35 \quad \left. \begin{array}{l} r = 2.5 \text{ mm} \\ \text{Empleado y est.} \end{array} \right\} \eta = 0.98$$

$$k_{fs} = 1 + \eta (k_c - 1) = 1 + 0.98 (1.35 - 1) = 1.34$$

$$S_{es} = k_a k_b \frac{1}{k_{fs}} S'_{e1} = 0.72 \times 0.87 \times \frac{1}{1.34} \cdot \frac{50}{\sqrt{3}} = 13'49 \text{ kg/mm}^2$$

$$S'_{1,3} = 0.72 S_u = 0.72 \cdot 100 = 72 \text{ kg/mm}^2$$

$$\log S_{10000} = \log 72 + \frac{\log 13'49 - \log 72}{3} \times 2'176$$

$$S_{10000} = 21'37 \text{ kg/mm}^2 \rightarrow \underline{S_{10000}^{tor} = 21'37 \sqrt{3} = 37'01 \text{ kg/mm}^2}$$

→ coeficientes.

(Si se toma la flexión como referencia:

$$k_{fl} = 1 ; \quad k_{tor} = \frac{32'62}{37'01} = 0.881$$

## CRITERIO DE GOODMAN

$$\bar{\sigma}_m = 40'33 \text{ kg/mm}^2$$

$$\bar{\sigma}_a^* = \sqrt{\sigma_a^2 + 3(\alpha_{\text{tor}} \tau_a)^2} =$$

$$= \sqrt{13'44^2 + 3(0'881 \cdot 6'72)^2} = 16'91 \text{ kg/mm}^2$$

$$\bar{\tau}_a = \sqrt{\tau_a^2 + 3\sigma_a^2} = \sqrt{13'44^2 + 3 \cdot 6'72^2} = 17'78 \text{ kg/mm}^2$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_u} + \frac{\bar{\sigma}_a^*}{\sqrt{100000} \cdot S} = \frac{1}{S} \rightarrow \frac{40'33}{100} + \frac{16'91}{32'62 \cdot S} = \frac{1}{S}$$

$$\boxed{S = 1'08} \text{ a fatiga a } 150.000 \text{ ciclos}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m + \bar{\tau}_a}{S_y} = \frac{1}{S} \rightarrow \frac{40'33 + 17'78}{80} = \frac{1}{S}$$

$$\boxed{S = 1'37} \text{ a fluencia}$$

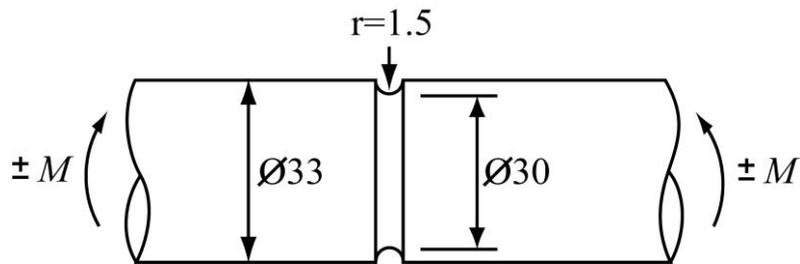
uego lo más crítico es la fatiga, con  $S = 1'08$ .

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 15

Nombre.....

---

El eje fijo de la figura está sometido a un momento flector alternativo  $\pm M$ . Está fabricado con un acero de resistencia a rotura  $S_u=1000$  MPa y acabado por rectificado.



Calcular el momento flector que puede soportar el eje, si se desea conseguir una vida de 200.000 ciclos.

$$S_{10^3} = 0.9 S_u = 0.9 \times 1000 = 900 \text{ MPa} = \underline{S_{10^3}}$$

$$S'_e = 0.5 S_u = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ MPa}$$

$$K_a = a S_u^b = 1.58 \times 1000^{-0.085} = 0.878$$

$$K_b = 1.189 \text{ deg}^{-0.097}$$

$$\text{deg} = 0.37 d = 0.37 \times 30 = 11.1 \text{ mm}$$

$$K_c = 1.189 (11.1)^{-0.097} = 0.941$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{r}{d} = \frac{1.5}{30} = 0.05 \\ \frac{D}{d} = \frac{33}{30} = 1.10 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} K_t = 2.10 \left( \frac{D}{d} = 1.05 \right) \\ K_t = 2.55 \left( \frac{D}{d} = 1.50 \right) \end{array} \right\} K_t = 2.15$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 1.5 \text{ mm} \\ S_u = 1000 \text{ Pa} \end{array} \right\} q = 0.86$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.86(2.15 - 1) = 1.979$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1.979} = 0.502$$

$$S_e = K_a K_b K_c K_e S'_e = 0.878 \times 0.941 \times 0.502 \times 500 = \underline{207 \text{ MPa} = S_e}$$

La resistencia a 200,000 ciclos será entonces,

$$\log S_{2 \cdot 10^5} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{6-3} (\log 2 \cdot 10^5 - 3)$$

$$\log S_{2 \cdot 10^5} = \log 900 + \frac{\log 207 - \log 900}{3} (\log 2 \cdot 10^5 - 3)$$

$$\underline{S_{2 \cdot 10^5} = 291.5 \text{ MPa}}$$

El momento flector  $M$ , por Axial,

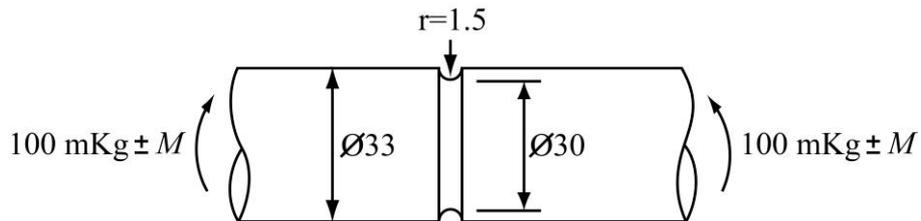
$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} \Rightarrow \boxed{M = \frac{S_{2 \cdot 10^5} \pi d^3}{32} = \frac{291.5 \cdot 10^6 \pi (30 \cdot 10^{-3})^3}{32} = 772.6 \text{ Nm}}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Julio 15

Nombre.....

---

El eje fijo de la figura está sometido a un momento flector de  $100 \text{ mKg} \pm M$ . Está fabricado con un acero de resistencia a rotura  $S_u=1000 \text{ MPa}$ , resistencia a fluencia  $S_y=800 \text{ MPa}$ , y acabado por rectificado.



Calcular el valor de  $M$  que puede soportar el eje, si se desea conseguir una vida de 200.000 ciclos.

$$S_{10^3} = 0.9 S_u = 0.9 \times 1000 = 900 \text{ MPa} = S_{10^3}$$

$$S'_e = 0.5 S_u = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ MPa}$$

$$k_a = a S_u^b = 1.58 \times 1000^{-0.085} = 0.878$$

$$k_b = 1.189 d^{-0.097}$$

$$d_{eq} = 0.37 d = 0.37 \times 30 = 11.1 \text{ mm}$$

$$k_b = 1.189 \times 11.1^{-0.097} = 0.941$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{r}{d} = \frac{1.5}{30} = 0.05 \\ \frac{D}{d} = \frac{33}{30} = 1.10 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} k_t = 2.10 \left( \frac{D}{d} = 1.05 \right) \\ k_t = 2.55 \left( \frac{D}{d} = 1.50 \right) \end{array} \right\} k_t = 2.15$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 1.5 \text{ mm} \\ S_u = 1 \text{ GPa} \end{array} \right\} q = 0.86$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.86(2.15 - 1) = 1.989$$

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.989} = 0.502$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_e S'_e = 0.878 \times 0.941 \times 0.502 \times 500 = 207 \text{ MPa} = S_e$$

La resistencia a 200.000 ciclos será entonces,

$$\log S_{2 \cdot 10^5} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{6-3} (\log 2 \cdot 10^5 - 3)$$

$$\log S_{2 \cdot 10^5} = \log 900 + \frac{\log 207 - \log 900}{3} (\log 2 \cdot 10^5 - 3)$$

$$\underline{S_{2 \cdot 10^5} = 291.5 \text{ MPa}}$$

La tensión media vale,

$$\sigma_m = \frac{M_{m,c}}{I} = \frac{(100 \times 9.81) 15 \cdot 10^{-3}}{\frac{\pi}{4} (15 \cdot 10^{-3})^4} = 369.7 \text{ MPa} = \sigma_m$$

Entonces, aplicando el criterio de Goodman modificado,

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e \cdot 10^5} = 1 \Rightarrow \frac{369'7}{1000} + \frac{\sigma_a}{291'5} = 1 \Rightarrow$$

$$\underline{\sigma_a = 183'7 \text{ MPa}}$$

Por lo tanto, el momento flector correspondiente será,

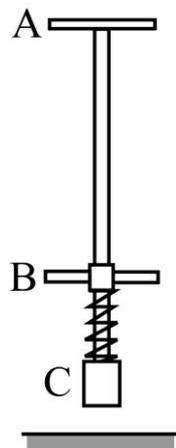
$$M = \frac{\sigma_a I}{c} = \frac{183'7 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4} (15 \cdot 10^{-3})^4}{15 \cdot 10^{-3}} = \boxed{486'9 \text{ Nm} = M}$$

En cuanto a la fluencia,

$$\frac{\sigma_m + \sigma_a}{S_y} = \frac{369'7 + 183'7}{800} = \frac{1}{S} \Rightarrow \underline{C_s = 1'44}$$

luego no hay problema por fluencia.

La figura muestra un juguete que sirve para dar saltos al estilo de un canguro. El niño agarra con las manos el elemento A y pone los pies a cada lado del elemento B, iniciando así una sucesión de saltos en los que el resorte entre B y C se comprime bajo el peso y la inercia del niño, y devuelve posteriormente la deformación sufrida para impulsar al niño y al juguete hacia arriba. Generalmente, el niño actúa a la vez sobre el juguete para avanzar en cada salto.



Si se supone que el niño pesa 30 kg (despréciase el peso del juguete), que el resorte posee una rigidez de 10000 N/m, y que, en cada salto, el juguete se separa del suelo 5 cm, obtener:

- Carga máxima, en N, que sufre cada saliente del elemento B en un salto (en cada saliente se apoya un pie del niño).
- Tensión máxima, en MPa, que soporta cada saliente en el caso más desfavorable de que el niño apoye el pie en el extremo del mismo, sabiendo que el saliente tiene longitud 100 mm, y sección rectangular de ancho 20 mm y canto  $h$  mm. La tensión quedará en función del canto  $h$ .
- Valor del canto  $h$ , en mm, que será necesario para conseguir que los salientes tengan vida infinita frente a fatiga con un coeficiente de seguridad de 2, si el material del que están hechos es acero AISI 1035 estirado en frío. Los salientes se conectan con una transición suave a la corredera central del elemento B, de manera que los efectos de concentración de tensiones en la conexión pueden considerarse despreciables.
- Coeficiente de seguridad frente a fluencia, si se emplea el valor del canto obtenido en el apartado anterior.

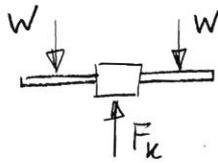
a) Realizando un balance de energías entre las posiciones más alta y más baja del conjunto resorte-pistón se tiene,

$$mg(H+\delta) = \frac{1}{2} k \delta^2, \text{ con } \delta \text{ compresión máxima del resorte}$$

$$30 \times 9.81 (0.05 + \delta) = \frac{1}{2} 10000 \delta^2$$

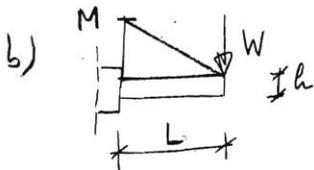
$$5000 \delta^2 - 294.3 \delta - 14.715 = 0 \rightarrow \delta = 91 \text{ mm}$$

Entonces, en la posición más baja, fue es donde el elemento B soporta la mayor carga,



$$W = \frac{F_k}{2} = \frac{k\delta}{2} = \frac{10000 \times 0.091}{2}$$

$$W = 455 \text{ N} \rightarrow \text{es la carga máxima que soporta cada saliente}$$



Si el pie del resorte se apoya en el extremo del saliente, el momento flector máximo (en la conexión del saliente a la corredera) será,

$$M = WL, \text{ y la tensión,}$$

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{WL \cdot \frac{h}{2}}{\frac{1}{12} b h^3} = \frac{6WL}{bh^2} = \frac{6 \times 455 \times 0.1}{0.02 h^2} = \frac{13650}{h^2}$$

Si \$h\$ se pone en mm, \$\sigma\$ se obtiene en MPa, luego,

$$\sigma_{max} = \frac{13650}{h^2} \text{ MPa, con } h \text{ en mm}$$

c) AISI 1035 estirado en frío \$\Rightarrow \sigma\_u = 550 \text{ MPa}; \sigma\_y = 460 \text{ MPa}\$  
 $\sigma_e = 0.5 \sigma_u = 0.5 \times 550 = 275 \text{ MPa}$

$$k_e = a d_n^b = 4.51 \times 550^{-0.265} = 0.84$$

$$d_{eq} = 0.81 \sqrt{b h} = 0.81 \sqrt{20 \times 20} = 16.2 \text{ mm}$$

donde se le impuso un canto igual al ancho; esto habrá que corregirlo después.

$$k_b = 1.189 d_{eq}^{-0.097} = 1.189 \times 16.2^{-0.097} = 0.90$$

$$S_e = k_a k_b S'_e = 0.84 \times 0.90 \times 275 = \underline{207 \text{ MPa} = S_e}$$

En cada salto, la tensión varía entre 0 y  $\sigma_{máx}$ , luego se trata de un caso de tensión repetida,

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{máx}}{2} = \frac{13650}{2} = \frac{6825}{h^2} \text{ MPa}$$

Aplicando el criterio de Goodman

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{G_1} \rightarrow \frac{\frac{6825}{h^2}}{550} + \frac{\frac{6825}{h^2}}{207} = \frac{1}{2}$$

$$\underline{h = 10 \text{ mm}}$$

Si se recalcula ahora el factor de tamaño,

$$d_{eq} = 0.81 \sqrt{b h} = 0.81 \sqrt{20 \times 10} = 11.5 \text{ mm}$$

$$k_b = 1.189 d_{eq}^{-0.097} = 1.189 \times 11.5^{-0.097} = 0.93$$

$$S_e = k_a k_b S'_e = 0.84 \times 0.93 \times 275 = \underline{214 \text{ MPa} = S_e}$$

Por lo tanto, aún tendríamos más resistencia, por lo que podemos dejar  $\boxed{h = 10 \text{ mm}}$

d) Se puede comprobar también el coeficiente de seguridad frente a fluencia,

$$\frac{\sigma_{máx}}{S_y} = \frac{1}{G_2} \rightarrow \frac{\frac{13650}{10^2}}{460} = \frac{1}{G_2} \rightarrow \boxed{G_2 = 3.37}$$