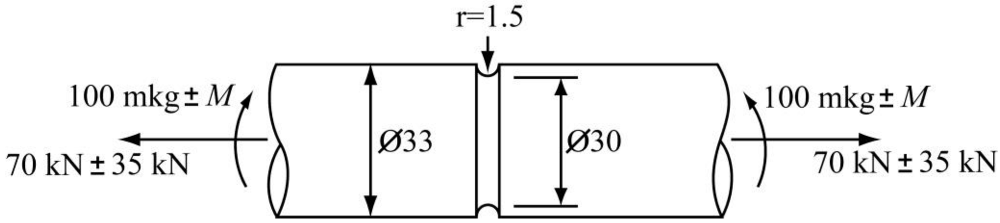
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Julio 16
Nombre...

El eje fijo de la figura está sometido a un momento flector de 100 mkg ± *M* y a un esfuerzo axial de 70 kN ± 35 kN. Está fabricado con un acero de resistencia a rotura Su=1000 MPa, resistencia a fluencia Sy=800 MPa, y acabado por rectificado.



a) Calcular el valor de *M* que puede soportar el eje, si se desea conseguir una vida de 200.000 ciclos.
b) Comprobar la resistencia del eje a fluencia para el valor de *M* obtenido en el apartado anterior.

a) Dado que hay dos tipos de carga, flexión y axial, habrá que comenzar por calcular la resistencia de la pieza a fatiga para cada tipo de carga.

Flexión

$S_{10^3} = 0'9\, S_u = 0'9 \times 1000 = 900$ MPa

$S'_e = 0'5\, S_u = 0'5 \times 1000 = 500$ MPa

$K_a = a\, S_u^{\,b} = 1'58 \times 1000^{-0'085} = 0'878$

flexión alternada $\rightarrow$ $d_{eq} = 0'37\, d = 0'37 \times 30 = 11$ mm

$K_b = 1'189\, d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 11^{-0'097} = 0'941$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{r}{d} = \dfrac{1'5}{30} = 0'05 \\ \dfrac{D}{d} = \dfrac{33}{30} = 1'1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} K_t = 2'1 \ \left(\dfrac{D}{d} = 1'05\right) \\ K_t = 2'55 \ \left(\dfrac{D}{d} = 1'5\right) \end{array}\right\} K_t = 2'15$$

$$\left.\begin{array}{l} r = 1'5 \text{ mm} \\ S_u = 1 \text{ GPa} \end{array}\right\} q = 0'86$$

$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0'86\,(2'15 - 1) = 1'989$

$K_e = \dfrac{1}{K_f} = \dfrac{1}{1'989} = 0'502$

$S_e = K_a K_b K_e S'_e = 0'878 \times 0'941 \times 0'502 \times 500 = 207$ MPa

$$\log S_{2\cdot 10^5} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{3}\left(\log 2\cdot 10^5 - 3\right)$$

$\underline{S_{2\cdot 10^5}^{flex} = 291 \text{ MPa}}$

Axial

$S_{10^3} = 0'75\, S_u = 0'75 \times 1000 = 750$ MPa

$S'_e = 0'46\, S_u = 0'46 \times 1000 = 460$ MPa

$K_a = 0'878$ (como flexión)

$K_b = 1$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{r}{d} = \dfrac{1'5}{30} = 0'05 \\[2ex] \dfrac{D}{d} = \dfrac{33}{30} = 1'1\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} k_t = 2'22 \left(\dfrac{D}{d} = 1'05\right) \\[2ex] k_t = 2'72 \left(\dfrac{D}{d} = 1'5\right)\end{array}\right\} k_t = 2'47$$

$q = 0'86$ (como flexión)

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'86\,(2'47 - 1) = 2'264$$

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{2'264} = 0'441$$

$$S_e = k_a k_b k_e S'_e = 0'878 \times 1 \times 0'441 \times 460 = 178$$

$$\log S_{2\cdot10^5} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{3}\left(\log 2\cdot10^5 - 3\right)$$

$$\underline{S^{axial}_{2\cdot10^5} = 248 \text{ MPa}}$$

En cuanto a las flexiones,

Flexión

$$\sigma_m = \frac{(100 \times 9'81) \times 15\cdot10^{-3}}{\frac{\pi}{4}(15\cdot10^{-3})^4} = 370 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{(M \times 9'81) \times 15\cdot10^{-3}}{\frac{\pi}{4}(15\cdot10^{-3})^4} = 3'7M \text{ MPa}$$

Axial

$$\sigma_m = \frac{70\cdot10^3}{\pi(15\cdot10^{-3})^2} = 99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{35\cdot10^{-3}}{\pi(15\cdot10^{-3})^2} = 49'5 \text{ MPa}$$

Coeficients

$$\alpha_{axial} = \frac{S^{flex}_{2\cdot10^5}}{S^{axial}_{2\cdot10^5}} = \frac{291}{248} = 1'17 \;;\quad \alpha_{flex} = 1$$

Entonces, las tensiones equivalentes serán,

$$\overline{\sigma_m} = \sigma_m^{flex} + \sigma_m^{axial} = 370 + 99 = 469 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_a} = \sigma_a^{flex} + \sigma_a^{axial} = 3'7M + 49'5 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_a}^* = \alpha_{flex}\, \sigma_a^{flex} + \alpha_{axial}\, \sigma_a^{axial} = 1 \times 3'7M + 1'17 \times 49'5 =$$

$$= 3'7M + 58 \text{ MPa}$$

Aplicando el criterio de Goodman modificado,

$$\frac{\overline{\sigma_m}}{S_u} + \frac{\overline{\sigma_a}^*}{S_{2\cdot 10^5}^{flex}} = 1 \Rightarrow \frac{469}{1000} + \frac{3'7M + 58}{291} = 1$$

$$\boxed{M = 26 \text{ mkg}}$$

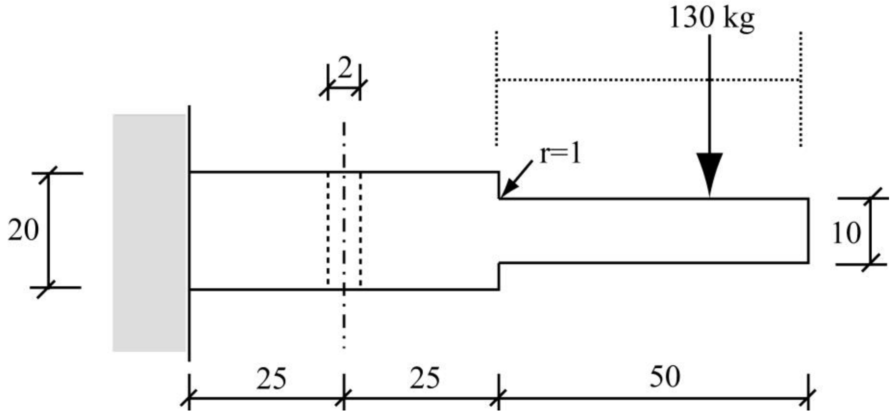
b) $$\frac{\overline{\sigma_m} + \overline{\sigma_a}}{S_y} = \frac{1}{C_S}$$

$$\frac{469 + (3'7 \times 26 + 49'5)}{800} = \frac{1}{C_S}$$

$\boxed{C_S = 1'3}$ luego la pieza aguanta a fluencia.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 17
Nombre...

La figura muestra una viga en voladizo de sección rectangular de ancho 10 mm, mecanizada en un acero con límite de fluencia 400 MPa y límite de rotura 550 MPa. En el tramo de mayor canto de la viga (parte izquierda en la figura) se ha realizado un agujero pasante de 2 mm de diámetro con centro en la mitad del ancho.



Una carga de 130 kg actúa sobre la viga en el tramo de menor canto (parte derecha en la figura), moviéndose ininterrumpidamente de un extremo a otro del tramo, aunque con la lentitud suficiente para que se puedan despreciar los efectos dinámicos del movimiento de la carga sobre la viga.

Determinar la vida de la pieza.

Se van a analizar tres secciones:

Empotramiento

$$\begin{cases} M_{máx} = (130 \times 9'81) \times 0'1 = 127'53 \text{ Nm} \\ M_{mín} = (130 \times 9'81) \times 0'05 = 63'77 \text{ Nm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{máx} = \dfrac{M_{máx}\, c}{I} = \dfrac{127'53 \times 0'01}{\frac{1}{12} 0'01 \times 0'02^3} = 191'30 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = \dfrac{M_{mín}\, c}{I} = \dfrac{63'77 \times 0'01}{\frac{1}{12} 0'01 \times 0'02^3} = 95'65 \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_m = 143'48 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 47'82 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$S'_e = 0'5\, S_u = 0'5 \times 550 = 275 \text{ MPa}$$

$$k_a = a S_u^b = 4'51 \times 550^{-0'265} = 0'85$$

$$d_{eq} = 0'81 \sqrt{bh} = 0'81 \sqrt{10 \times 20} = 11 \text{ mm}$$

$$k_b = 1'189\, d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 11^{-0'097} = 0'94$$

$$S_e = k_a k_b S'_e = 0'85 \times 0'94 \times 275 = 220 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{G}; \quad \frac{143'48}{550} + \frac{47'82}{220} = \frac{1}{G}; \quad \underline{G = 2'09}$$

Luego en la sección del empotramiento hay vida infinita.

Agujero

$$\begin{cases} M_{máx} = (130 \times 9'81) \times 0'075 = 95'65 \text{ Nm} \\ M_{mín} = (130 \times 9'81) \times 0'025 = 31'88 \text{ Nm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{máx} = \dfrac{95'65 \times 0'01}{\frac{1}{12} 0'008 \times 0'02^3} = 179'34 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = \dfrac{31'88 \times 0'01}{\frac{1}{12} 0'008 \times 0'02^3} = 59'77 \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_m = 119'55 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 59'78 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$d_{eq} = 0'81 \sqrt{bh} = 0'81 \sqrt{8 \times 20} = 10'25 \text{ mm}$$

$$k_b = 1'189\, d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 10'25^{-0'097} = 0'95$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{d}{w}=\dfrac{2}{10}=0'2\\[2ex] \dfrac{d}{h}=\dfrac{2}{20}=0'1\end{array}\right\} k_t=2'4 \qquad \left.\begin{array}{l}r=1\,mm\\ S_u=0'55\,GPa\end{array}\right\} q=0'69$$

$$k_f=1+q(k_t-1)=1+0'69(2'4-1)=1'966$$

$$S_e=k_a k_b \frac{1}{k_f} S'_e=0'85\times0'95\times\frac{1}{1'966}275=112'95\ MPa$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u}+\frac{\sigma_a}{S_e}=\frac{1}{G}\ ;\ \frac{119'55}{550}+\frac{59'78}{112'95}=\frac{1}{G}\ ;\ \underline{G=1'34}$$

Luego en la sección del agujero hay vida infinita.

<u>Entalla</u>

$$\left\{\begin{array}{l}M_{máx}=(130\times9'81)\times0'05=63'77\ Nm\\ M_{mín}=0\ Nm\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}\sigma_{máx}=\dfrac{63'77\times0'005}{\frac{1}{12}0'01\times0'01^3}=382'62\ MPa\\[2ex] \sigma_{mín}=0\ MPa\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\sigma_m=191'31\ MPa\\ \sigma_a=191'31\ MPa\end{array}\right.$$

$$d_{eq}=0'81\sqrt{bh}=0'81\sqrt{10\times10}=8'1\ mm$$

$$k_b=1'189\,d_{eq}^{-0'097}=1'189\times8'1^{-0'097}=0'97$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{r}{d}=\dfrac{1}{10}=0'1\\[2ex] \dfrac{D}{d}=\dfrac{20}{10}=2\end{array}\right\} k_t=1'95 \qquad \left.\begin{array}{l}r=1\,mm\\ S_u=0'55\,GPa\end{array}\right\} q=0'69$$

$$k_f=1+q(k_t-1)=1+0'69(1'95-1)=1'655$$

$$S_e=k_a k_b \frac{1}{k_f} S'_e=0'85\times0'97\times\frac{1}{1'655}275=137\ MPa$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u}+\frac{\sigma_a}{S_e}=\frac{1}{G}\ ;\ \frac{191'31}{550}+\frac{191'31}{137}=\frac{1}{G}\ ;\ G=0'57<1$$

Luego en la entalla no hay vida infinita.

$S_{10^3} = 0'9\, S_u = 0'9 \times 550 = 495\ MPa$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_N} = 1 \ ; \quad \frac{191'31}{550} + \frac{191'31}{S_N} = 1 \Rightarrow S_N = 293\ MPa$$

$$\log S_N = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{6-3} (\log N - 3)$$

$$\log S_N = \log 495 + \frac{\log 137 - \log 495}{3} (\log N - 3)$$

$\boxed{N = 16774 \text{ ciclos}}$, donde un ciclo representa una ida y vuelta de la carga.

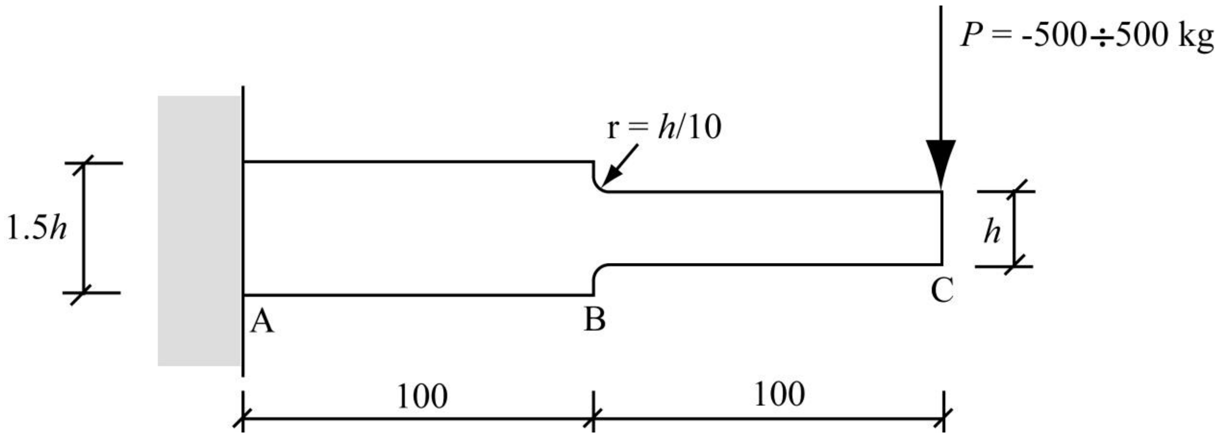
En cuanto a la fluencia,

$$\frac{\sigma_{max}}{S_y} = \frac{1}{G} \ ; \quad \frac{382'62}{400} = \frac{1}{G} \ ; \quad \underline{G = 1'04}$$

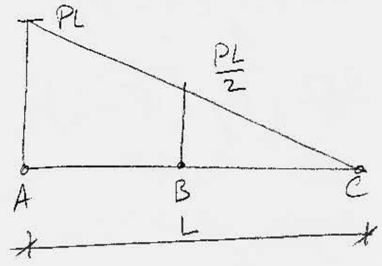
Luego la sección más crítica es la de la entalla, donde la tensión alcanza valores muy cercanos a la fluencia, y donde la fatiga hace que la vida de la pieza se reduzca a tan sólo 16774 ciclos.

Nombre..

En la viga en voladizo de la figura, cuyo ancho es 30 mm, calcular el valor de *h* para que la viga soporte al menos 200.000 de alternancia de la carga *P* en el extremo. La viga es de acero mecanizado con S_y=350 MPa y S_u=500 MPa.



El diagrama de momentos flectores es,



La sección B es la más peligrosa, ya que en A el momento flector es doble pero el canto, cuyo efecto sobre la tensión es cuadrático, es 1'5 veces el de B, y además en A no hay concentración de tensiones.

Entonces, en la sección B,

$$\begin{cases} M_{máx} = \dfrac{PL}{2} = \dfrac{500 \times 9'81 \times 0'2}{2} = 490'5 \text{ Nm} \\ M_{mín} = -490'5 \text{ Nm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{máx} = \dfrac{M_{máx}\, c}{I} = \dfrac{490'5 \times 0'5 h}{\frac{1}{12} 0'03 \times h^3} = \dfrac{98100}{h^2} \text{ Pa} \\ \sigma_{mín} = -\dfrac{98100}{h^2} \text{ Pa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_m = 0 \\ \sigma_a = \dfrac{98100}{h^2} \text{ Pa} \end{cases}$$

$S_{10^3} = 0'9\, S_u = 0'9 \times 500 = 450 \text{ MPa}$

$S_e' = 0'5\, S_u = 0'5 \times 500 = 250 \text{ MPa}$

$k_a = a S_u^b = 4'51 \times 500^{-0'265} = 0'87$

$d_{eq} = 0'81 \sqrt{bh} = 0'81 \sqrt{30 \times 30} = 24'3 \text{ mm}$ (supuesto $h = 30$ mm)

$k_b = 1'189\, d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 24'3^{-0'097} = 0'87$

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{1}{10} = 0'1 \\ \frac{D}{d} &= 1'5 \end{aligned}\right\} k_t = 1'81 \qquad \left.\begin{aligned} r &= 3 \text{ mm} \\ S_u &= 0'5 \text{ GPa} \end{aligned}\right\} q = 0'8$$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'8(1'81 - 1) = 1'65$

$S_e = k_a k_b \dfrac{1}{k_f} S_e' = 0'87 \times 0'87 \times \dfrac{1}{1'65} \times 250 = 114 \text{ MPa}$

$$\log S_{2\cdot10^5} = \log S_{10^3} + \frac{\log Se - \log S_{10^3}}{6-3}\left(\log 2\cdot10^5 - 3\right)$$

$$\log S_{2\cdot10^5} = \log 450 + \frac{\log 114 - \log 450}{3}\left(\log 2\cdot10^5 - 3\right)$$

$$\underline{S_{2\cdot10^5} = 157\ MPa}$$

$$\frac{\sigma a}{S_{2\cdot10^5}} = 1 \Rightarrow \frac{98100}{h^2} = 157\cdot10^6 \Rightarrow \underline{h = 25\ mm}$$

Ahora hay que comprobar los cálculos que dependían de h, para los que se había supuesto h = 30 mm, con el nuevo valor de h = 25 mm.

$$deq = 0'81\sqrt{30\times25} = 22'2$$

$$k_b = 1'189\times22'2^{-0'097} = 0'88$$

$$\left.\begin{array}{l} r = 2'5\ mm \\ Su = 0'5\ GPa \end{array}\right\} q = 0'76$$

$$Kf = 1 + 0'76\,(1'81-1) = 1'62$$

$$Se = 0'87\times0'88\times\frac{1}{1'62}\times250 = 118\ MPa$$

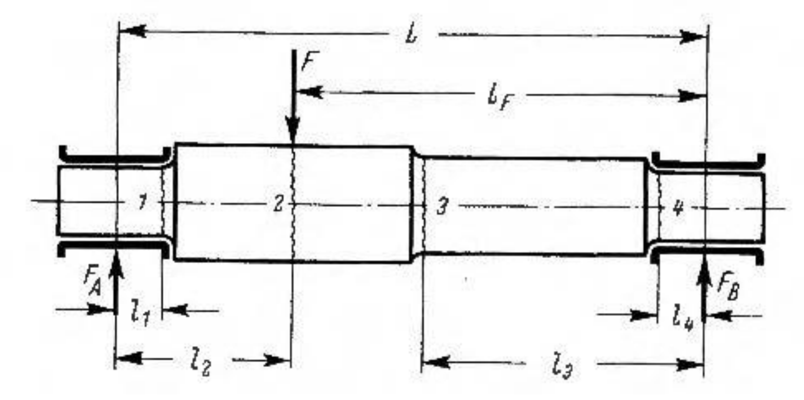
$$\log S_{2\cdot10^5} = \log 450 + \frac{\log 118 - \log 450}{3}\left(\log 2\cdot10^5 - 3\right)$$

$$\underline{S_{2\cdot10^5} = 161\ MPa}$$

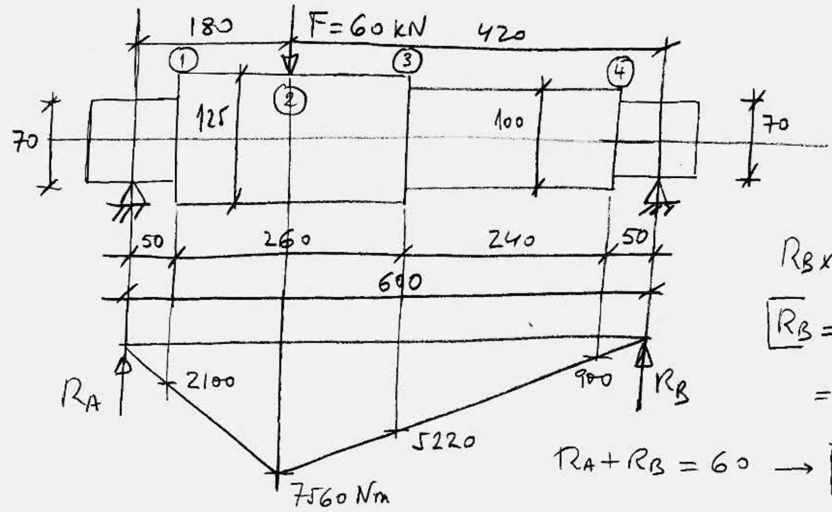
Y, por lo tanto, se puede dejar el valor de $\boxed{h = 25\ mm}$ ya que el cálculo de fallo daría una vida algo superior a los 200.000 ciclos.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 18
Nombre...

El eje rotativo de la figura es de un acero estirado en frío con S_y=280 MPa y S_u=330 MPa. Se apoya en sendos cojinetes en los puntos A y B. Soporta una carga no rotativa F = 60 kN. Las dimensiones son: L = 600 mm, L_F = 420 mm, l_1 = 50 mm, l_2 = 180 mm, l_3 = 290 mm, l_4 = 50 mm, d_1 = d_4 = 70 mm, d_2 = 125 mm, d_3 = 100 mm. Los radios de acuerdo en las entallas son r = 3 mm.



Determinar el coeficiente de seguridad de que se dispone frente a:
a) Fluencia.
b) Fatiga a vida infinita.



$$R_B \times 600 = F \times 180$$

$$\boxed{R_B} = F\,\frac{180}{600} = 60\,\frac{180}{600} = \boxed{18\ kN}$$

$$R_A + R_B = 60 \longrightarrow \boxed{R_A = 42\ kN}$$

a) Las tensiones máximas en las secciones 1–4 son las siguientes:

$$\sigma_1 = \frac{32 M_1}{\pi d_1^3} = \frac{32 \times 2100}{\pi\,(70\cdot 10^{-3})^3} = 62\ MPa$$

$$\sigma_2 = \frac{32 M_2}{\pi d_2^3} = \frac{32 \times 7560}{\pi\,(125\cdot 10^{-3})^3} = 39\ MPa$$

$$\sigma_3 = \frac{32 M_3}{\pi d_3^3} = \frac{32 \times 5220}{\pi\,(100\cdot 10^{-3})^3} = 53\ MPa$$

$$\sigma_4 = \frac{32 M_4}{\pi d_4^3} = \frac{32 \times 900}{\pi\,(70\cdot 10^{-3})^3} = 27\ MPa$$

Entonces, la sección más crítica a fluencia es la 1, siendo el coeficiente de seguridad:

$$C_S = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{280}{62} = \boxed{4'51 = C_S}$$

b) La sección más crítica a fatiga también va a ser la 1, ya que a su tensión se añade la presencia de concentración de tensiones.

$$S'_e = 0'5\, S_u = 0'5 \times 330 = 165\ MPa$$

$$K_a = a\, S_u^{\,b} = 4'51 \times 330^{-0'265} = 0'97$$

$$k_b = 1'189\, d^{-0'097} = 1'189 \times 70^{-0'097} = 0'79$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{3}{70} = 0'043 \\ \frac{D}{d} &= \frac{125}{70} = 1'79 \end{aligned}\right\} \text{Fig A-15-9} \rightarrow k_t = 2'2$$

$$\left.\begin{aligned} r &= 3 \text{ mm} \\ S_u &= 0'33 \text{ GPa} \end{aligned}\right\} q = 0'75$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'75(2'2 - 1) = 1'9$$

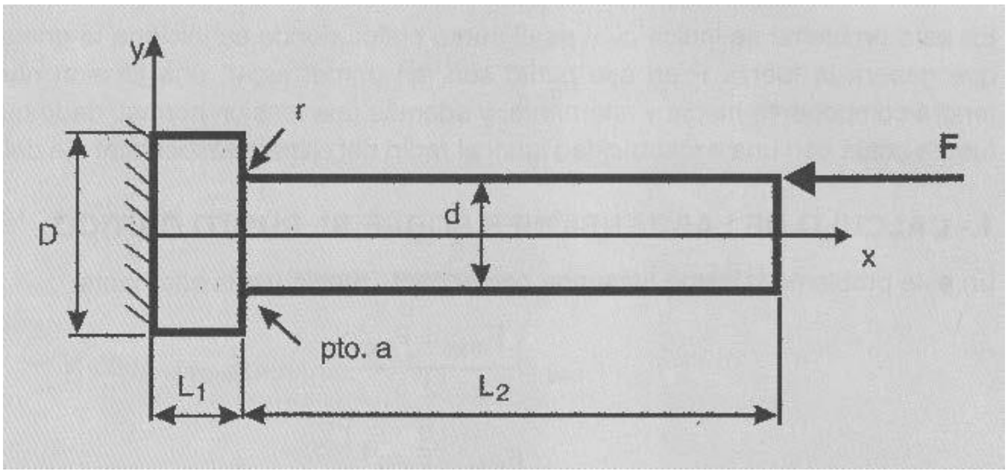
$$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S'_e = 0'97 \times 0'79 \times \frac{1}{1'9} 165 = 66 \text{ MPa}$$

Luego el coeficiente de seguridad a fatiga (vida infinita) será:

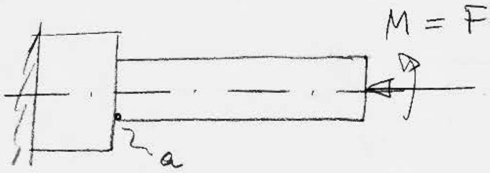
$$C_S = \frac{S_e}{\sigma_1} = \frac{66}{62} = \boxed{1'06 = C_S}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Julio 18
Nombre...

La figura muestra una pieza de sección circular llena, empotrada en el extremo izquierdo. El material es acero con $S_y = 260$ MPa y $S_u = 480$ MPa. La superficie de la pieza ha sido rectificada. Las dimensiones son las siguientes: $L_1 = 15$ mm, $L_2 = 80$ mm, D = 24 mm, d = 20 mm, r = 1 mm.



Si la carga F varía continuamente entre -1000 N y +4000 N, se desea calcular el coeficiente de seguridad respecto al fallo a fatiga a vida infinita del punto inferior de la sección de la entalla (punto “a” en la figura).



$M = F\frac{d}{2}$

La fuerza F aplicada en el punto más alto del extremo derecho de la pieza se puede sustituir por la misma fuerza F aplicada en el centro de la sección más un momento flector de valor $M = F\frac{d}{2}$.

En el punto "a" habrá:

* Tensión normal debida a la carga axial F:

$$\sigma_F = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} \begin{cases} F = 4000\,N \Rightarrow \sigma_F = -\dfrac{4\times 4000}{\pi(20\cdot 10^{-3})^2} = -12'73\ MPa \text{ (compresión)} \\ F = -1000\,N \Rightarrow \sigma_F = \dfrac{4\times 1000}{\pi(20\cdot 10^{-3})^2} = 3'18\ MPa \text{ (tracción)} \end{cases}$$

* Tensión normal debida al momento flector M:

$$\sigma_M = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 F \frac{d}{2}}{\pi d^3} = \frac{16F}{\pi d^2}$$

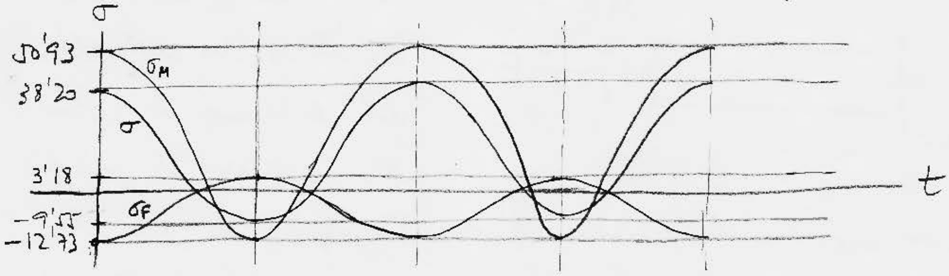
$$\begin{cases} F = 4000\,N \Rightarrow \sigma_M = \dfrac{16\times 4000}{\pi(20\cdot 10^{-3})^2} = 50'93\ MPa \text{ (tracción)} \\ F = -1000\,N \Rightarrow \sigma_M = -\dfrac{16\times 1000}{\pi(20\cdot 10^{-3})^2} = -12'73\ MPa \text{ (compresión)} \end{cases}$$

Entonces, la tensión normal total en el punto "a" variará de la siguiente forma:

$F = 4000\,N \Rightarrow \sigma = 50'93 - 12'73 = 38'20\ MPa$

$F = -1000\,N \Rightarrow \sigma = 3'18 - 12'73 = -9'55\ MPa$

Es decir que, si se muestra en una gráfica:



Los valores medios serán:

σ_F: $\sigma_{F_m} = \dfrac{3'18 - 12'73}{2} = -4'775$ MPa (compresión)

σ_M: $\sigma_{M_m} = \dfrac{50'93 - 12'73}{2} = 19'10$ MPa (tracción)

σ: $\sigma_m = \dfrac{38'20 - 9'55}{2} = 14'325$ MPa (tracción)

que también coincide con la suma de las medias de σ_F y σ_M,

$$\sigma_m = \sigma_{F_m} + \sigma_{M_m} = -4'775 + 19'10 = 14'325 \text{ MPa}$$
(tracción)

Los valores alternados serán:

σ_F: $\sigma_{F_a} = \dfrac{3'18 + 12'73}{2} = 7'955$ MPa

σ_M: $\sigma_{M_a} = \dfrac{50'93 + 12'73}{2} = 31'83$ MPa

σ: $\sigma_a = \dfrac{38'20 + 9'55}{2} = 23'875$ MPa

pero en este caso, la σ_a no coincide con la suma de las alternadas de σ_F y σ_M, ya que ambas sufren un desfase de 180° (cuando σ_F es máxima, σ_M es mínima, y viceversa): $\sigma_a = \sigma_{M_a} - \sigma_{F_a}$.

Para el cálculo de las resistencias, como estamos en un caso de flexión y axial, hay que calcular la de cada tipo de esfuerzo.

Flexión

$S'_e = 0'5\, S_u = 0'5 \times 480 = 240$ MPa

$k_a = a\, S_u^{\,b} = 1'58 \times 480^{-0'085} = 0'93$

$d_{eq} = 0'37\, d = 0'37 \times 20 = 7'4 \text{ mm} < 8 \text{ mm}$

$k_b = 1$

$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{24}{20} = 1'2 \\ \frac{r}{d} &= \frac{1}{20} = 0'05 \end{aligned}\right\} k_t = 1'92 \quad ; \quad \left.\begin{aligned} r &= 1 \text{ mm} \\ S_u &= 0'48 \text{ GPa} \end{aligned}\right\} q = 0'69$$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'69(1'92 - 1) = 1'63$

$S_e^{flex} = k_a k_b \dfrac{1}{k_f} S'_e = 0'93 \times 1 \times \dfrac{1}{1'63} \times 240 = 137$ MPa

Axial

$S'_e = 0'46\, S_u = 0'46 \times 480 = 220$ MPa

$k_a = 0'93$

$k_b = 1$

$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{d} &= 1'2 \\ \frac{r}{d} &= 0'05 \end{aligned}\right\} k_t = 2'03 \quad ; \quad q = 0'69$$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'69\,(2'03 - 1) = 1'71$

$S_e^{ax} = k_a k_b \dfrac{1}{k_f} S'_e = 0'93 \times 1 \times \dfrac{1}{1'71}\, 220 = 120$ MPa

Las tensiones para el cálculo a fatiga serán entonces las siguientes:

$$\overline{\sigma_m} = \sigma_m = 14'325 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_a} = \sigma_a = 23'875 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_a^*} = \sigma_{Ma} - \alpha_{ax}\, \sigma_{Fa} \quad , \text{ donde } \alpha_{ax} = \frac{S_e^{flex}}{S_e^{ax}} = \frac{137}{120} = 1'14$$

$$\overline{\sigma_a^*} = 31'83 - 1'14 \times 7'955 = 22'76 \text{ MPa}$$

Y el criterio de Goodman modificado,

$$\frac{\overline{\sigma_m}}{S_u} + \frac{\overline{\sigma_a^*}}{S_e^{flex}} = \frac{1}{C_{S_1}} \; ; \quad \frac{14'325}{480} + \frac{22'76}{137} = \frac{1}{C_{S_1}} \; ; \boxed{C_{S_1} = 5'1}$$

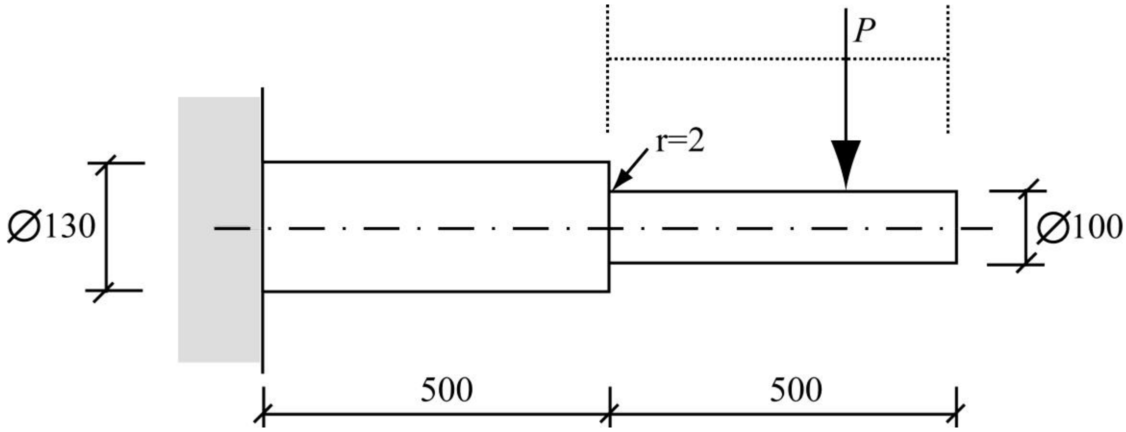
La comprobación a fluencia,

$$\frac{\overline{\sigma_m} + \overline{\sigma_a}}{S_y} = \frac{1}{C_{S_2}} \; ; \quad \frac{14'325 + 23'875}{260} = \frac{1}{C_{S_2}} \; ; \; \underline{C_{S_2} = 6'8}$$

Por lo tanto, el punto "a" de la pieza dispondría de un coeficiente de seguridad $\boxed{C_S = 5'1}$ frente al fallo por fatiga a vida infinita.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 19
Nombre..

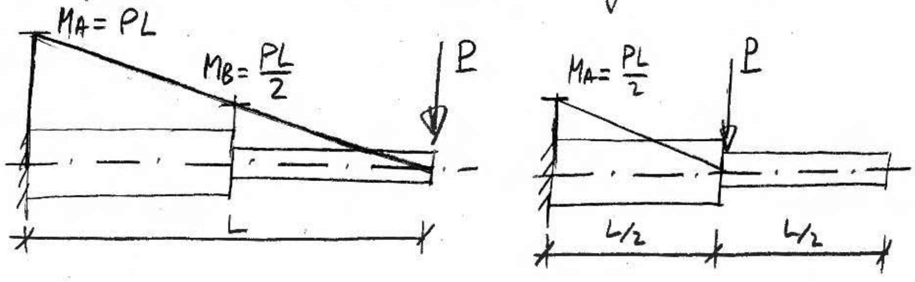
La figura muestra una viga en voladizo de sección circular, mecanizada en un acero con límite de fluencia 260 MPa y límite de rotura 480 MPa.



Una carga *P* actúa sobre la viga en el tramo de menor radio (parte derecha en la figura), moviéndose ininterrumpidamente de un extremo a otro del tramo, aunque con la lentitud suficiente para que se puedan despreciar los efectos dinámicos del movimiento de la carga sobre la viga.

Obtener el valor de *P* (en N) para conseguir un coeficiente de seguridad de 2 frente al fallo de la viga a fatiga tras 450.000 ciclos (1 ciclo corresponde a un viaje de ida y vuelta de la carga *P*).

Las posiciones extremas de la carga P son:



Se van a estudiar dos secciones:

a) Sección A: empotramiento.

$$\begin{cases} M_{máx} = PL = P \\ M_{mín} = \frac{PL}{2} = 0'5P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{máx} = \frac{32 M_{máx}}{\pi d^3} = \frac{32 P}{\pi \times 0'13^3} = 4636\,P \ (Pa) \\ \sigma_{mín} = \frac{32 M_{mín}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 0'5P}{\pi \times 0'13^3} = 2318\,P \ (Pa) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_m = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{mín}}{2} = \frac{4636\,P + 2318\,P}{2} = 3477\,P \ (Pa) \\ \sigma_a = \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2} = \frac{4636\,P - 2318\,P}{2} = 1159\,P \ (Pa) \end{cases}$$

$S'_e = 0'5\,S_u = 0'5 \times 480 = 240$ MPa

$k_a = a\,S_u^b = 4'51 \times 480^{-0'265} = 0'878$

$d_{eq} = 0'37\,d = 0'37 \times 130 = 48'1$ mm

$k_b = 1'189\,d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 48'1^{-0'097} = 0'817$

$S_e = k_a k_b\,S'_e = 0'878 \times 0'817 \times 240 = 172$ MPa

$S_{10^3} = 0'9\,S_u = 0'9 \times 480 = 432$ MPa

$$\log S_{450000} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{\log 10^6 - \log 10^3}(\log 450000 - \log 10^3)$$

$$\log S_{450000} = \log 432 + \frac{\log 172 - \log 432}{6 - 3}(\log 450000 - 3)$$

$S_{450000} = 191$ MPa

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_{450000}} = \frac{1}{C_S} \ ; \ \frac{3477P}{480 \cdot 10^6} + \frac{1159P}{191 \cdot 10^6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P = 37560\,N}$$

b) Sección B: entalla

$$\begin{cases} M_{máx} = \dfrac{PL}{2} = 0'5\,P \\ M_{mín} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{máx} = \dfrac{32\,M_{máx}}{\pi d^3} = \dfrac{32 \times 0'5\,P}{\pi \times 0'1^3} = 5092\,P \ (Pa) \\ \sigma_{mín} = \dfrac{32\,M_{mín}}{\pi d^3} = 0 \quad (Pa) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_m = \dfrac{\sigma_{máx}+\sigma_{mín}}{2} = \dfrac{5092\,P + 0}{2} = 2546\,P \quad (Pa) \\ \sigma_a = \dfrac{\sigma_{máx}-\sigma_{mín}}{2} = \dfrac{5092\,P - 0}{2} = 2546\,P \quad (Pa) \end{cases}$$

$S'_e = 240\ MPa$

$k_a = 0'878$

$d_{eq} = 0'37\,d = 0'37 \times 100 = 37\ mm$

$k_b = 1'189\,d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 37^{-0'097} = 0'838$

Table A-15-9

$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{130}{100} = 1'3 \\ \frac{r}{d} &= \frac{2}{100} = 0'02 \end{aligned}\right\} k_t = 2'5 \qquad \left.\begin{aligned} r &= 2\ mm \\ S_u &= 0'48\ GPa \end{aligned}\right\} q = 0'75$$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'75(2'5 - 1) = 2'125$

$S_e = k_a k_b \dfrac{1}{k_f} S'_e = 0'878 \times 0'838 \times \dfrac{1}{2'125}\, 240 = 81\ MPa$

$S_{10^3} = 432\ MPa$

$\log S_{450000} = \log 432 + \dfrac{\log 81 - \log 432}{6-3}(\log 450000 - 3)$

$\underline{S_{450000} = 98\ MPa}$

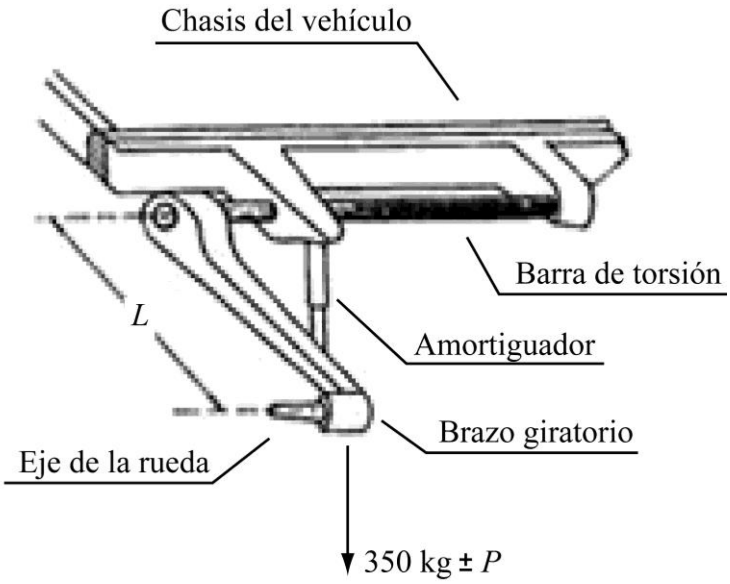
$\dfrac{\sigma_m}{S_u} + \dfrac{\sigma_a}{S_{450000}} = \dfrac{1}{G}\ ; \quad \dfrac{2546\,P}{480 \cdot 10^6} + \dfrac{2546\,P}{98 \cdot 10^6} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P = 15982\,N}$

Luego la sección crítica es B (entalla) y ésta es la carga crítica.

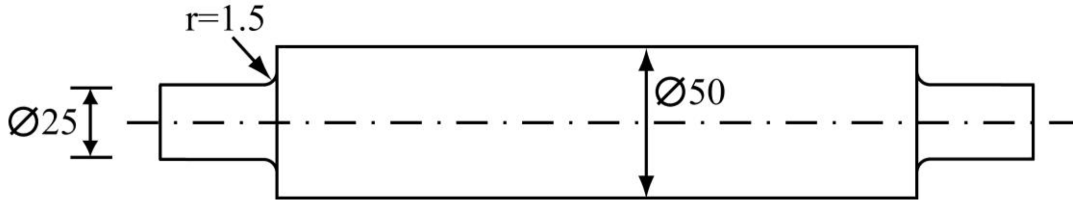
Fluencia: $\dfrac{\sigma_{máx}}{S_y} = \dfrac{1}{G}\ ; \quad \dfrac{5092 \times 15982}{260 \cdot 10^6} = \dfrac{1}{G} \Rightarrow \underline{G = 3'2}$ ✓

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Julio 19
Nombre...

La primera figura muestra el esquema de funcionamiento de una barra de torsión en la suspensión de un automóvil. La longitud *L* del brazo giratorio, que indica la distancia que va desde el eje de la barra de torsión hasta el eje de la rueda, es de 250 mm.



La segunda figura muestra el detalle de la barra de torsión.



La barra es de acero, con límite de rotura de 126 kg/mm^2 y límite de fluencia de 112 kg/mm^2, y está totalmente mecanizada. Como puede verse en la primera figura, el brazo giratorio recibe una carga vertical del eje de la rueda, con un valor constante de 350 kg debido al peso del vehículo, y un valor alternado *P* debido a las irregularidades de la carretera. En un ensayo en el que se simulaba la circulación del vehículo a gran velocidad, se ha comprobado que la barra de torsión se rompe a los 70.000 ciclos. Determinar:

a) Valor de la carga alternada *P*.

b) Vida de un nuevo diseño de la barra de torsión, en el que se eliminara el efecto de concentración de tensiones que causa el cambio de sección.

a) El material parece bastante frágil, por lo que se va a considerar el efecto de concentración de tensiones en S_{10^3} ($S_u = 1236$ MPa, $S_y = 1099$ MPa).

$$k_a = a S_u^b = 4'51 \times (126 \times 9'81)^{-0'265} = 0'684$$

$$k_b = 1'189 d^{-0'097} = 1'189 \times 25^{-0'097} = 0'870$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{D}{d} = \dfrac{50}{25} = 2 \\ \dfrac{r}{d} = \dfrac{1'5}{25} = 0'06 \end{array}\right\} k_{ts} = 1'7 \qquad \left.\begin{array}{l} r = 1'5 \text{ mm} \\ S_u = 1'24 \text{ GPa} \end{array}\right\} q = 0'92$$

$$k_{fs} = 1 + q(k_{ts} - 1) = 1 + 0'92(1'7 - 1) = 1'644$$

$$k_e = \frac{1}{k_{fs}} = \frac{1}{1'644} = 0'608$$

$$S_{10^3} = 0'72 S_u k_e = 0'72 \times 126 \times 0'608 = 55'16 \text{ kg/mm}^2$$

$$S'_{es} = \frac{0'5 S_u}{\sqrt{3}} = \frac{0'5 \times 126}{\sqrt{3}} = 36'37 \text{ kg/mm}^2$$

$$S_{es} = k_a k_b k_e S'_{es} = 0'684 \times 0'870 \times 0'608 \times 36'37 =$$
$$= 13'16 \text{ kg/mm}^2$$

$$\log S_{7 \cdot 10^4} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_{es} - \log S_{10^3}}{6-3} (\log 7 \cdot 10^4 - 3)$$

$$\log S_{7 \cdot 10^4} = \log 55'16 + \frac{\log 13'16 - \log 55'16}{6-3} (\log 7 \cdot 10^4 - 3)$$

$$S_{7 \cdot 10^4} = 22'85 \text{ kg/mm}^2$$

$$\left\{\begin{array}{l} \tau_m = \dfrac{16\, T_m}{\pi d^3} = \dfrac{16 \times (350 \times 250)}{\pi \times 25^3} = 28'52 \ kg/mm^2 \\ \tau_a = \dfrac{16\, T_a}{\pi d^3} = \dfrac{16 \times P \times 250}{\pi \times 25^3} = 0'0815\, P \ kg/mm^2 \end{array}\right.$$

$$\frac{\tau_m}{S_{us}} + \frac{\tau_a}{S_{7\cdot 10^4}} = 1 \quad ; \quad \frac{28'52}{0'8 \times 126} + \frac{0'0815 P}{22'85} = 1$$

$$\boxed{P = 201 \ kg}$$

b) Si $k_e = 0$: $S_{10^3} = 90'72 \ kg/mm^2$; $S_{es} = 21'64 \ kg/mm^2$

Como $S_N = 22'85$, el número de ciclos de vida sería:

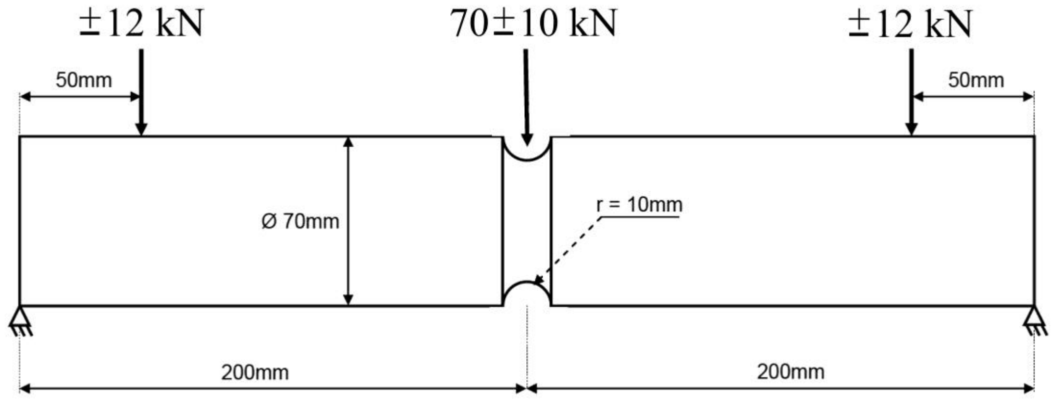
$$\log S_N = \log S_{10^3} + \frac{\log S_{es} - \log S_{10^3}}{6-3} (\log N - 3)$$

$$\log 22'85 = \log 90'72 + \frac{\log 21'64 - \log 90'72}{6-3} (\log N - 3)$$

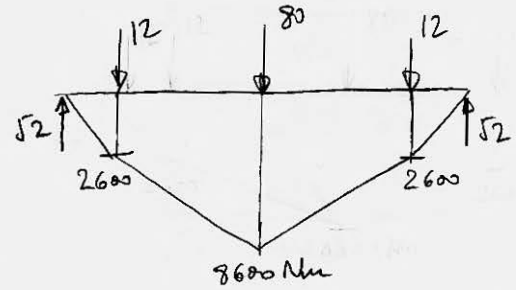
$$\boxed{N = 769335 \text{ ciclos}}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 20
Nombre...

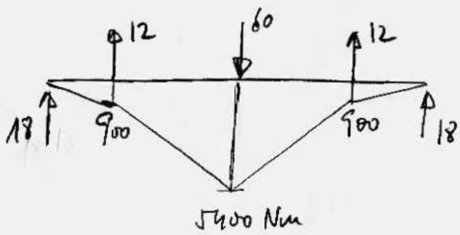
La pieza de la figura está construida con un acero dúctil cuyo límite de rotura es 1600 MPa y cuyo límite de fluencia es 1300 MPa. La pieza ha sido mecanizada y se mantiene en posición fija (no gira). Las cargas que actúan sobre ella oscilan entre los valores máximos y mínimos indicados en la figura, con la misma frecuencia y fase. Determinar la duración de la pieza.



Cargas máximas



Cargas mínimas



La sección central (crítica) soporta un momento flector $M = 5400 \div 8600$ Nm

$S_{10^3} = 0'9 \, S_u = 0'9 \times 1600 = 1440$ MPa

$S'_e = 700$ MPa

$k_a = a \, S_u^{\,b} = 4'51 \times 1600^{-0'265} = 0'63$

$k_b = 1'189 \, d_{eq}^{-0'097} = 1'189 \times 18'5^{-0'097} = 0'89$

$d_{eq} = 0'37 \, d = 0'37 \times 50 = 18'5$ mm

$$\left.\begin{matrix} \frac{D}{d} = \frac{70}{50} = 1'4 \\ \frac{r}{d} = \frac{10}{50} = 0'2 \end{matrix}\right\} k_t = 1'6 \qquad \left.\begin{matrix} r = 10 \text{ mm} \\ S_u = 1'6 \text{ GPa} \end{matrix}\right\} q = 0'98$$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0'98(1'6 - 1) = 1'59$

$S_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} S'_e = 0'63 \times 0'89 \times \frac{1}{1'59} 700 = 246$ MPa

$$\left\{\begin{matrix} \sigma_{máx} = \frac{32 M_{máx}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 8600}{\pi \times 0'05^3} = 700 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = \frac{32 M_{mín}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 5400}{\pi \times 0'05^{-3}} = 440 \text{ MPa} \end{matrix}\right.$$

$\sigma_m = 570$ MPa ; $\sigma_a = 130$ MPa

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_N} = 1 \quad ; \quad \frac{570}{1600} + \frac{130}{S_N} = 1$$

$$S_N = 201 \ MPa < S_e = 246 \ MPa$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{C_{S1}} \quad ; \quad \frac{570}{1600} + \frac{130}{246} = \frac{1}{C_{S1}}$$

$$\boxed{C_{S1} = 1'13}$$

Luego tendríamos vida infinita con un coeficiente de seguridad de 1'13.

Comprobamos el fallo por fluencia:

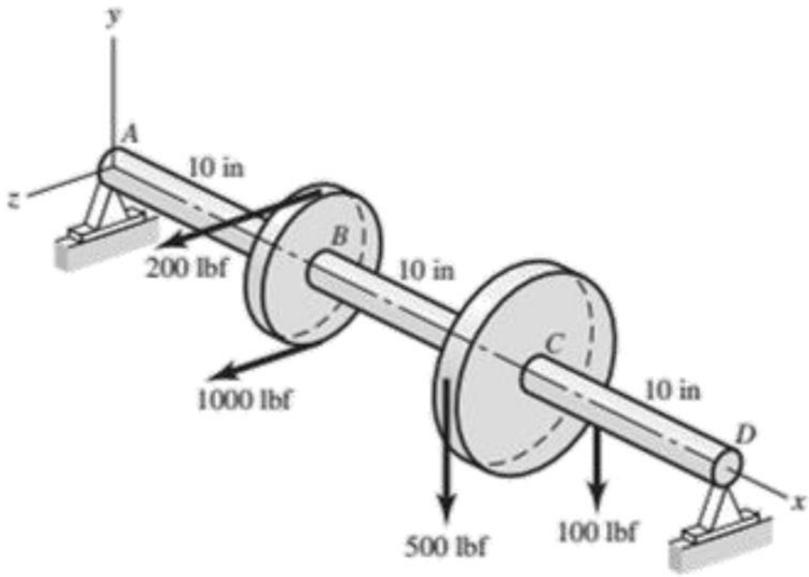
$$\frac{\sigma_{máx}}{S_y} = \frac{1}{C_{S2}} \quad ; \quad \frac{700}{1600} = \frac{1}{C_{S2}}$$

$$\underline{C_{S2} = 1'85}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Julio 20

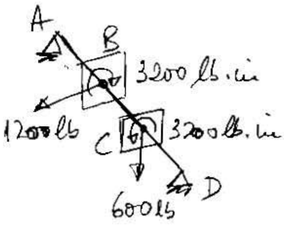
Nombre...

La figura muestra un eje de una reductora, apoyado en sus extremos A y D. La potencia llega desde el motor a través de la polea de radio 8" situada en C, y se dirige hacia la carga a través de la polea de radio 4" situada en B. La distancia entre poleas es de 10", y también hay 10" desde cada polea hasta el apoyo más próximo del eje. Ambas poleas giran solidarias con el eje. El eje es de un acero con límite de rotura 70 kpsi y límite de fluencia 50 kpsi, y ha sido mecanizado.



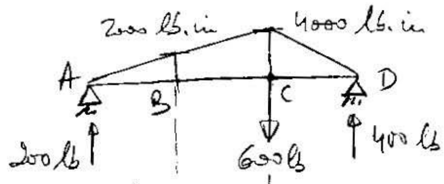
Determinar el diámetro que ha de tener el eje para soportar 100.000 vueltas.

El eje soporta las siguientes cargas:

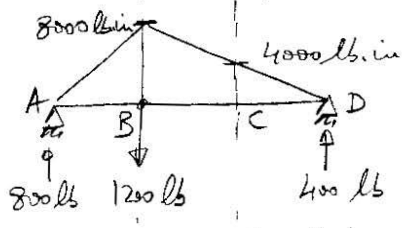


Por lo tanto, hay torsión entre B y C, flexión en el plano vertical y flexión en el plano horizontal. A continuación, se representan los tres esfuerzos.

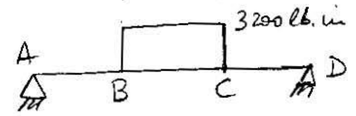
Flexión en el plano vertical:



Flexión en el plano horizontal:



Torsión:



La sección más crítica es B, que sufre:

- Flexión: $M = \sqrt{8000^2 + 2000^2} = 8246$ lb.in
- Torsión: $T = 3200$ lb.in

Las tensiones serán:

$$\tau_m = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 3200}{\pi d^3} = \frac{16'3}{d^3} \text{ kpsi}$$

$$\sigma_a = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 8246}{\pi d^3} = \frac{84}{d^3} \text{ kpsi}$$

La tensión media normal equivalente vale:

$$\sigma_m = \sqrt{3}\,\tau_m = \sqrt{3}\,\frac{16'3}{d^3} = \frac{28'2}{d^3} \text{ kpsi}$$

En cuanto a la resistencia,

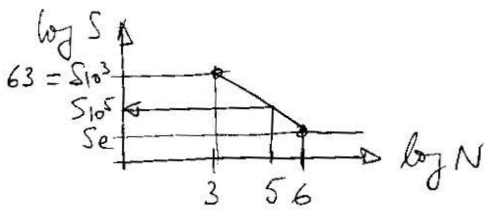
$S_{10^3} = 0'9\, S_u = 0'9 \times 70 = 63$ kpsi

$S'_e = 0'5\, S_u = 0'5 \times 70 = 35$ kpsi

$k_a = a\, S_u^{\,b} = 2'70 \times 70^{-0'265} = 0'875$

$k_b = 1'189\, d^{-0'097}$; tomamos $k_b = 1$ al no saber d.

$S_e = k_a k_b S'_e = 0'875 \times 1 \times 35 = 30'6$ kpsi



$$\log S_{10^5} = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{6-3}(5-3)$$

$$\log S_{10^5} = \log 63 + \frac{\log 30'6 - \log 63}{3} \times 2$$

$$S_{10^5} = 38'9 \text{ kpsi}$$

Para obtener un primer diámetro, aplicamos Goodman,

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_{10^5}} = 1 \; ; \quad \frac{\frac{28'2}{d^3}}{70} + \frac{\frac{84}{d^3}}{38'9} = 1 \; ; \; d = 1'37''$$

Ahora se recalcula S_{10^5} con este diámetro.

$k_b = 1'189\,(1'37 \times 25'4)^{-0'097} = 0'842$

$S_e = k_a k_b S'_e = 0'875 \times 0'842 \times 35 = 25'8$ kpsi

$\log S_{10^5} = \log 63 + \dfrac{\log 25'8 - \log 63}{3} \times 2$

$S_{10^5} = 34'7$ kpsi

Y se obtiene un nuevo diámetro con Goodman,

$$\frac{28'2}{70 d^3} + \frac{84}{34'7 d^3} = 1 \implies d = 1'42''$$

Si se recalcula de nuevo S_{10^5} con este diámetro,

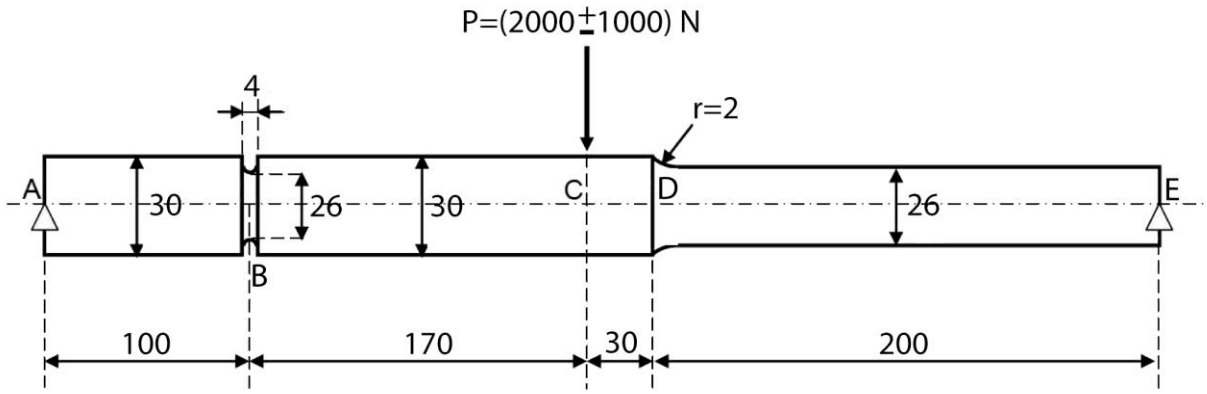
$k_b = 0'84 \rightarrow S_e = 25'7$ kpsi $\rightarrow S_{10^5} = 34'7$ kpsi

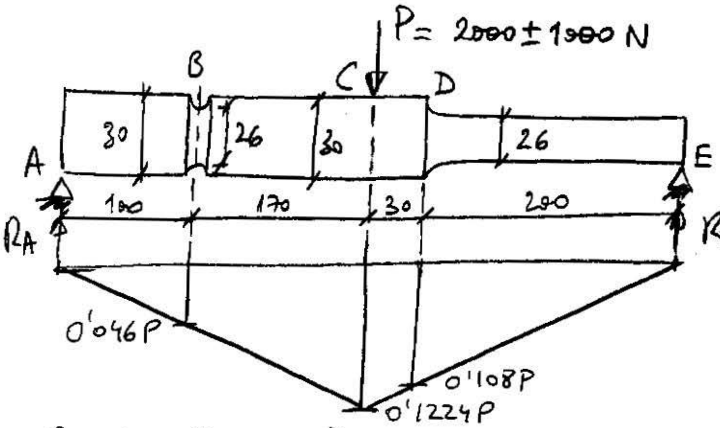
luego se da por bueno $\boxed{d = 1'42''}$

Comprobación fallo por fluencia:
$$\frac{\sigma_m + \sigma_a}{S_y} = \frac{28'2 + 84}{50 \times 1'42^3} = \frac{1}{\sigma} \Rightarrow \sigma = 1'27 \text{ ok!}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 21
Nombre...

La pieza de sección circular maciza de la figura está construida con un acero dúctil cuyo límite de rotura es 630 MPa y cuyo límite de fluencia es 530 MPa. La pieza ha sido mecanizada y se mantiene en posición fija (no gira), simplemente apoyada en sus extremos. La carga que actúa sobre ella oscila entre los valores máximo y mínimo indicados en la figura. Determinar el coeficiente de seguridad que posee la pieza frente al fallo por fatiga (vida infinita).





$$\left.\begin{array}{l} R_A+R_E=P \\ R_A\times 500=P\times 230 \end{array}\right\} R_A=0'46P \Rightarrow R_E=0'54P$$

$M_B = 0'1\,R_A = 0'1\times 0'46P = 0'046\,P$ Nm

$M_C = 0'17\,R_A = 0'17\times 0'46P = 0'1242\,P$ Nm

$M_D = 0'2\,R_E = 0'2\times 0'54\,P = 0'108\,P$ Nm

Al tratarse de flexión en secciones circulares llenas,

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{M}{W} \Rightarrow W=\frac{\pi d^3}{32} \quad \text{(módulo resistente)}$$

Una vez vistos los valores de los momentos flectores en las distintas secciones, vamos a calcular los valores de los módulos resistentes:

$$W_B = W_D = \frac{\pi\times 0'026^3}{32} = 1'72551\cdot 10^{-6}\ m^3$$

$$W_C = \frac{\pi\times 0'03^3}{32} = 2'65071\cdot 10^{-6}\ m^3$$

Entonces, parece claro que se puede descartar la sección C como más peligrosa, ya que además no tiene concentración de tensiones. En cuanto a las secciones B y D, ambas poseen igual módulo resistente, pero el momento en D es más del doble, por lo que parece la sección más peligrosa.

Sección D

$$M_D = 0'108P \begin{cases} M_{máx} = 0'108 \times 3000 = 324\ Nm \\ M_{mín} = 0'108 \times 1000 = 108\ Nm \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sigma_{máx} = \dfrac{M_{máx}}{W_D} = \dfrac{324}{1'72551 \cdot 10^{-6}} = 188\ MPa \\ \sigma_{mín} = \dfrac{M_{mín}}{W_D} = \dfrac{108}{1'72551 \cdot 10^{-6}} = 63\ MPa \end{array}\right\} \begin{cases} \sigma_m = 125'5\,MPa \\ \sigma_a = 62'5\,MPa \end{cases}$$

$$S'_e = 0'5 S_u = 0'5 \times 630 = 315\ MPa$$

$$k_a = a S_u^{\,b} = 4'51 \times 630^{-0'265} = 0'81$$

$$k_b = 1'189\, d_{eq}^{-0'097} = 1'189\,(0'37 \times 26)^{-0'097} = 0'95$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{D}{d} = \dfrac{30}{26} = 1'15 \\ \dfrac{r}{d} = \dfrac{2}{26} = 0'08 \end{array}\right\} K_t = 1'71 \;; \quad \left.\begin{array}{l} r = 2\,mm \\ S_u = 0'63\,GPa \end{array}\right\} q = 0'79$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0'79(1'71 - 1) = 1'56$$

$$S_e = k_a k_b \frac{1}{K_f} S'_e = 0'81 \times 0'95 \times \frac{1}{1'56}\, 315 = 155\ MPa$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{C_S}\;; \quad \frac{125'5}{630} + \frac{62'5}{155} = \frac{1}{C_S} \Rightarrow \boxed{C_S = 1'66}$$

Sección B

Por seguridad, vamos a calcular K_f para esta sección:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{D}{d} = \dfrac{30}{26} = 1'15 \\ \dfrac{r}{d} = \dfrac{2}{26} = 0'08 \end{array}\right\} K_t = 1'86 \;; \quad q = 0'79$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0'79(1'86 - 1) = 1'68$$

luego se confirma que la sección crítica es D.