

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 95

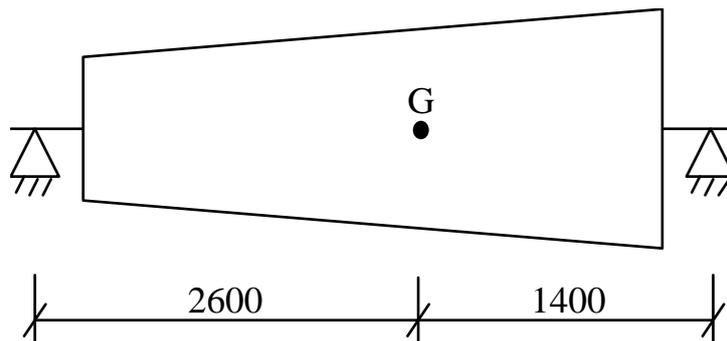
Nombre .....

---

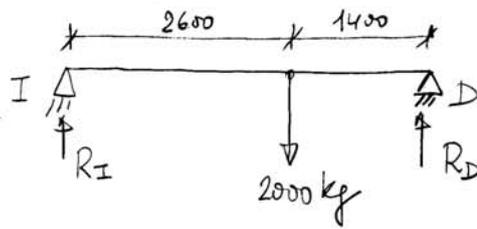
Sea el eje de una turbina de vapor que se apoya sobre dos cojinetes completos tal y como se puede ver en la figura. El eje pesa 2000 Kg y su centro de gravedad se halla en el punto G. Los cojinetes tienen una longitud de 100 mm y un diámetro también de 100 mm. Sus superficies son de babbitt a base de estaño. Si se va a utilizar un aceite SAE-30, con una temperatura de entrada de 30°C, obtener la potencia perdida por rozamiento en el cojinete más cargado cuando el eje gire a 500 rpm.

Diseñar el cojinete de manera que se obtenga capacidad máxima de carga. Verificar que los parámetros que representan el funcionamiento del cojinete tomen valores que se encuentren dentro de los recomendados.

Nota: las medidas están en mm.



El cojinete más cargado será el derecho. Veamos cuál es la carga.



$$\sum M_I = 0$$

$$2000 \times 9'8 \times 2'6 = R_D \times 4 = 0$$

$$\underline{R_D = 12740 \text{ N}}$$

$$P = \frac{W}{dL} = \frac{12740}{0'1 \times 0'1} = 1274 \text{ MPa}$$

Esta presión está comprendida entre  $0'8 \div 1'5$  MPa, que son los valores recomendados para la presión unitaria en la tabla 12-4 para Arbrins.

Supondremos una temperatura de salida del aceite,  $t_s = 50^\circ\text{C}$ , con lo que la temperatura media es,  $t_m = 40^\circ\text{C}$ .

$$\text{Entonces, } t_m = 40^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{SAE 30}} \mu = 80 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\frac{l}{d} = 1 \xrightarrow{\text{carga máx.}} s = 0'2 = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu N}{P} \quad (\text{con } N \text{ en rpm})$$

Por tanto, la condición de capacidad máxima de carga para el cojinete nos da un valor del número de Amundfeld, y este un valor de la holgura radial.

En efecto,

$$0'2 = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{80 \cdot 10^{-3} \times \frac{500}{60}}{1274000} \Rightarrow \frac{r}{c} = 618$$

Este valor de la relación de holgura está comprendido entre los recomendados,  $600 \div 1000$ , por la tabla 12-5 para babbit a base de estándar.

Calculamos ahora el incremento de temperatura del aceite para ver si la estimación inicial ha sido buena.

$$\left. \begin{array}{l} s = 0'121 \quad \frac{PC\Delta t}{P} = 14'2 \\ s = 0'264 \quad \quad = 24'3 \end{array} \right\} s = 0'2 \rightarrow \frac{PC\Delta t}{P} = 19'78$$

$$\Delta t = \frac{19'78 \times 1274000}{14'17 \times 9'8 \times 10^4} = 18'15^\circ\text{C}$$

do que daria una temperatura de salida,  $t_s = 48'15^\circ\text{C}$  y una temperatura media,  $t_m = 39'075^\circ\text{C}$ . Por tanto, dada la falta de precisión de la gráfica de la viscosidad, puede darse por buena la estimación inicial.

Ahora calculemos el coeficiente de rozamiento.

$$\begin{array}{l} s = 0'121 \quad \frac{r}{c} f = 3'22 \\ s = 0'264 \quad \quad \quad = 5'79 \end{array} \left\{ s = 0'2 \rightarrow \frac{r}{c} f = 4'64 \right.$$

$$f = \frac{4'64}{\frac{r}{c}} = \frac{4'64}{618} = 0'0075$$

El par de rozamiento,

$$T = fWr = 0'0075 \times 12740 \times 0'05 = 4'78 \text{ Nm}$$

y la potencia perdida por rozamiento,

$$\dot{W} = Tw = 4'78 \times 500 \frac{2\pi}{60} = \boxed{250 \text{ watis} = 0'34 \text{ CV} = \dot{W}}$$



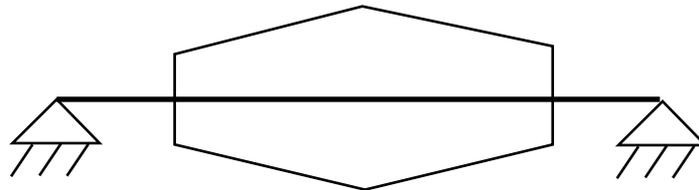
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 96

Nombre .....

---

La figura representa a una máquina rotativa cuyo eje se apoya sobre dos cojinetes con lubricación hidrodinámica. El conjunto del eje y los elementos que sustenta tiene una masa de 2895 Kg. La velocidad de giro de la máquina es de 200 rpm. Ambos cojinetes son iguales, completos de 50 mm de longitud y 100 mm de diámetro. El aceite a emplear es SAE-40, que se introducirá a una temperatura de 30°C. Se desea que los cojinetes trabajen en condiciones de rozamiento mínimo.

Calcular la potencia que consumirá la máquina a causa del rozamiento en los apoyos, así como el volumen de lubricante que será preciso suministrar desde el exterior a cada cojinete por unidad de tiempo.



La potencia que consumirá la máquina por causa del rozamiento en los apoyos será suma de la consumida en cada apoyo. Dada la simetría del problema, en ambos apoyos se producirá la misma situación, por lo que será idéntica la potencia perdida por rozamiento y también el caudal de lubricante a suministrar a cada apoyo. Por tanto, bastará con estudiar uno cualquiera de los apoyos.

La carga a repartir por cada apoyo será la mitad del peso de la máquina, esto es,  $W = \frac{2895 \times 9.81}{2} = 14200 \text{ N}$

de presión,

$$p = \frac{W}{d \times l} = \frac{14200}{0.1 \times 0.05} = 2.84 \text{ MPa}$$

Si se pretende conseguir rozamiento mínimo, siendo  $\frac{l}{d} = 0.5$ , se obtiene que,

$$\frac{h_0}{c} = 0.12$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_0}{c} = 0.1 \rightarrow s = 0.0313 \\ \frac{h_0}{c} = 0.2 \rightarrow s = 0.0923 \end{array} \right\}$$

que corresponde a un número de Sommerfeld  $s = 0.04$ .

Para conocer la temperatura de trabajo del aceite, vamos a calcular el incremento de temperatura del mismo.

$$\left. \begin{array}{l} s = 0.0313 \quad \frac{PC\Delta T}{P} = 6.66 \\ s = 0.0923 \quad \frac{PC\Delta T}{P} = 13.4 \end{array} \right\} s = 0.04 \rightarrow \frac{PC\Delta T}{P} = 7.65$$

$$\Delta T = \frac{7.65 P}{PC} = \frac{7.65 \times 2.84 \times 10^6}{14.17 \times 9.81 \times 10^4} = 15.62^\circ \text{C}$$

Entonces, la temperatura de salida es,  $T_2 = 20 + 15.62 \approx 45^\circ \text{C}$   
 y la temperatura de trabajo,  $t_m = \frac{t_e + t_s}{2} = 37.5^\circ \text{C}$

A esa temperatura, la viscosidad del aceite SAE40 es,

$$\mu = 0.14 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Antituyendo en el número de Stribeck,

$$S = \frac{\mu N}{P} \left(\frac{r}{c_r}\right)^2; \quad 0.04 = \frac{0.14 \times \frac{200}{60}}{2.84 \times 10^6} \left(\frac{r}{c_r}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{r}{c_r} = 493}$$

$$\text{luego } c_r = \frac{r}{493} = \frac{50}{493} \approx 0.1 \text{ mm}$$

Vamos a calcular ahora el coeficiente de rozamiento.

$$\left. \begin{array}{l} S = 0.0313 \quad \frac{r}{c_r} f = 1.6 \\ S = 0.0923 \quad \frac{r}{c_r} f = 3.26 \end{array} \right\} S = 0.04 \rightarrow \frac{r}{c_r} f = 1.84$$

$$f = 1.84 \times \frac{c_r}{r} = \frac{1.84}{493} = 0.0037$$

$$T = fWr = 0.0037 \times 14200 \times 0.05 = 2.62 \text{ Nm}$$

$$\dot{W}_{\text{roz}} = Tw = 2.62 \times 200 \frac{2\pi}{60} = 55 \text{ W}$$

Y como los dos apoyos compartirán lo mismo, la potencia consumida por la máquina en rozamiento será,

$$\boxed{\dot{W}_{\text{roz}} = 2 \times 55 = 110 \text{ W}}$$

El caudal de lubricante que habrá que suministrar a cada cojinete será el caudal total, ya que el balance térmico se ha hecho con esa hipótesis.

$$\left. \begin{array}{l} S = 0.0313 \rightarrow \frac{Q}{rc_r N L} = 5.69 \\ S = 0.0923 \rightarrow \frac{Q}{rc_r N L} = 5.41 \end{array} \right\} S = 0.04 \rightarrow \frac{Q}{rc_r N L} = 5.65$$

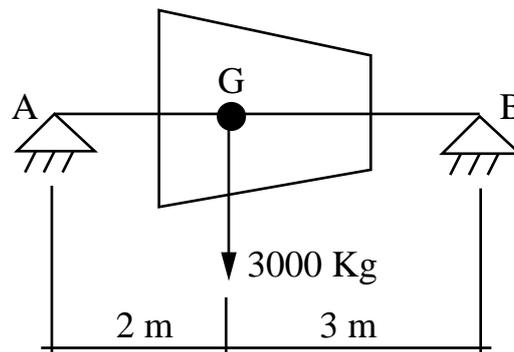
$$Q = 5.65 \times 0.05 \times 0.1 \cdot 10^{-3} \times \frac{200}{60} \times 0.05 = \boxed{4.7 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = Q}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Septiembre 97

Nombre .....

---

La figura representa una turbina de vapor de 3000 Kg de peso y cuya velocidad nominal de giro es 10000 rpm. Se apoya en dos cojinetes completos iguales de longitud y diámetro 110 mm, y con una relación de holgura de 600. El aceite empleado para la lubricación es SAE-10, y entra en el cojinete a una temperatura de 35°C.



Determinar, para el cojinete más cargado:

- Temperatura media de trabajo del lubricante.
- Espesor mínimo de película y punto en el que se produce.
- Potencia perdida por fricción.
- Litros de aceite que será necesario renovar por minuto.

$$a) 5R_A = 3000 \times 3 \Rightarrow R_A = 1800 \text{ kg}$$

El cojinete de A es el más cargado y sobre una carga de 1800 kg. La presión unitaria vale,

$$p = \frac{W}{d \cdot l} = \frac{1800 \times 9.8}{0.11 \times 0.11} = 1.458 \text{ MPa}$$

Como la temperatura de entrada es  $t_e = 35^\circ\text{C}$ , suponemos una de salida  $t_s = 65^\circ\text{C}$ . Entonces, la temperatura media vale,  $t_m = \frac{35+65}{2} = 50^\circ\text{C}$ . A esta temperatura, y para el aceite SAE-10, la viscosidad es  $\mu = 20 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . El número de Sommerfeld vale,

$$s = \frac{\mu N}{p} \left( \frac{r}{c} \right)^2 = \frac{20 \cdot 10^{-3} \times \frac{10000}{60}}{1.458 \cdot 10^6} \times 600^2 = 0.823$$

Para este valor de  $s$ , se obtiene en las tablas un valor del parámetro

$$\frac{p c \Delta t}{p} = 66.9 \Rightarrow \Delta t = 66.9 \frac{1.458 \cdot 10^6}{14.17 \times 9.8 \times 10^4} = 70^\circ\text{C}$$

que corresponde a una temperatura de salida,  $t_s = 35 + 70 = 105^\circ\text{C}$ , muy diferente de los  $65^\circ\text{C}$  supuestos al principio.

Se repiten entonces los cálculos suponiendo,

$$t_s = 85^\circ\text{C} \rightarrow t_m = \frac{35+85}{2} = 60^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 13 \text{ mPa}\cdot\text{s} \rightarrow s = 0.535$$

$$\frac{p c \Delta t}{p} = 44.8 \rightarrow \Delta t = 47^\circ\text{C} \rightarrow t_s = 35 + 47 = 82^\circ\text{C} \text{ OK!}$$

Así da por buena, por tanto, una  $t_m = 60^\circ\text{C}$

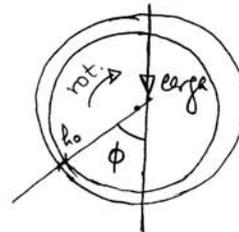
La viscosidad es  $\mu = 13 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  y el número de Sommerfeld,

$s = 0.535$ . Ahora ya se puede calcular todo lo demás,

$$b) \text{ Para } s = 0.535 \rightarrow \frac{h_0}{c} = 0.7477 ; c = \frac{r}{600} = \frac{55}{600}$$

$$h_0 = 0.7477 \times \frac{55}{600} = 68.54 \mu\text{m} = h_0$$

$$\text{Para } \frac{h_0}{c} = 0.7477 \rightarrow \phi = 71.16^\circ$$



c) Para la potencia perdida por fricción hace falta conocer el rozamiento.

$$\text{Para } \frac{h_o}{c} = 0'7477 \rightarrow \frac{r}{c} f = 10'97 \rightarrow f = \frac{10'97}{600} = 0'0183$$

El par de rozamiento,

$$T = fWr = 0'0183 \times (1800 \times 9'8) \times 55 \cdot 10^{-3} = 17'75 \text{ Nm}$$

Y la potencia perdida por rozamiento,

$$\dot{W}_{\text{roz}} = Tw = 17'75 \times 10000 \frac{2\pi}{60} = 18'58 \text{ kw} = \boxed{25'27 \text{ CV} = \dot{W}_{\text{roz}}}$$

d) Calculamos primero el caudal total necesario.

$$\text{Para } \frac{h_o}{c} = 0'7477 \rightarrow \frac{Q}{rcNl} = 3'69$$

Entonces,

$$Q = 3'69 \times (55 \cdot 10^{-3}) \times \left( \frac{55 \cdot 10^{-3}}{600} \right) \times \frac{10000}{60} \times 110 \cdot 10^{-3} = 0'34 \frac{\text{l}}{\text{s}} = 20'46 \frac{\text{l}}{\text{min}}$$

El flujo lateral, aunque no se precisa,

$$\frac{h_o}{c} = 0'7477 \rightarrow \frac{Q_s}{Q} = 0'3367, \text{ luego,}$$

$$Q_s = 0'3367 \times 20'46 = 6'89 \frac{\text{l}}{\text{min}} = Q_s$$

El caudal que hay que remover es la totalidad, ya que el balance atómico se ha realizado con ese supuesto.

$$\boxed{Q = 20'46 \frac{\text{l}}{\text{min}}}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 98

Nombre .....

---

Un cojinete parcial de  $180^\circ$ , de longitud y diámetro 120 mm, ha sido diseñado con una relación  $\frac{r}{c} = 400$ . En condiciones de funcionamiento, el eje gira a 3600 rpm, y el aceite empleado como lubricante es SAE-40, que entra en el cojinete a una temperatura de  $52^\circ\text{C}$ .

Si el sistema de alimentación renueva todo el lubricante y permite suministrar cualquier caudal comprendido entre  $160\text{ cm}^3/\text{s}$  y  $220\text{ cm}^3/\text{s}$ , determinar las cargas máxima y mínima que puede soportar el cojinete.

$$Q = 160 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$\frac{Q}{rcNl} = \frac{160}{6 \times \frac{6}{400} \times \frac{3600}{60} \times 12} = 2'47$$

$$s = 0'0193 \rightarrow \frac{Q}{rcNl} = 2'14$$

$$s = 0'0463 \rightarrow \frac{Q}{rcNl} = 2'63$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Q}{rcNl} = 2'47 \Rightarrow s = 0'0375 \end{array} \right\}$$

$$s = 0'0193 \rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{p} = 9'13$$

$$s = 0'0463 \rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{p} = 10'4$$

$$\left. \begin{array}{l} s = 0'0375 \Rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{p} = 9'985 \end{array} \right\}$$

\* Suponemos  $t_s = 68^\circ\text{C} \rightarrow t_m = \frac{t_e + t_s}{2} = \frac{52 + 68}{2} = 60^\circ\text{C}$

$$t_m = 60^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 37 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

$$s = \frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{c}\right)^2 = 0'0375 \rightarrow p = \frac{37 \cdot 10^{-3} \times 60}{0'0375} 400^2 = 9'472 \text{ MPa}$$

$$\Delta t = \frac{9'985 \times 9'472 \cdot 10^6}{14'17 \times 9'8 \cdot 10^4} = 68^\circ\text{C} \rightarrow t_s = 52 + 68 = 120^\circ\text{C} = t_s$$

\* Suponemos  $t_s = 88^\circ\text{C} \rightarrow t_m = \frac{52 + 88}{2} = 70^\circ\text{C}$

$$t_m = 70^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 22 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

$$p = \frac{22 \cdot 10^{-3} \times 60}{0'0375} 400^2 = 5'632 \text{ MPa}$$

$$\Delta t = \frac{9'985 \times 5'632 \cdot 10^6}{14'17 \times 9'8 \cdot 10^4} = 40'5^\circ\text{C} \rightarrow t_s = 52 + 40'5 = 92'5^\circ\text{C} = t_s$$

Así que podemos suponer una  $t_m = \frac{52 + 92}{2} = 72^\circ\text{C}$

$$W = p l d = 5'632 \cdot 10^6 \times 0'12 \times 0'12 = 81101 \text{ N} = 8275 \text{ kg} = W$$

$$Q = 220 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$\frac{Q}{rcNl} = \frac{220}{6 \times \frac{6}{400} \times \frac{3600}{60} \times 12} = 3'395$$

$$\begin{aligned} s = 0'128 &\rightarrow \frac{Q}{rcNl} = 3'25 \\ s = 0'278 &\rightarrow \frac{Q}{rcNl} = 3'49 \end{aligned} \left\{ \frac{Q}{rcNl} = 3'395 \Rightarrow s = 0'2186 \right.$$

$$\begin{aligned} s = 0'128 &\rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{P} = 12'4 \\ s = 0'278 &\rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{P} = 16'5 \end{aligned} \left\{ s = 0'2186 \Rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{P} = 14'877 \right.$$

\* Imponemos  $t_s = 68^\circ\text{C} \rightarrow t_m = \frac{52 + 68}{2} = 60^\circ\text{C}$

$t_m = 60^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 37 \text{ mPa}\cdot\text{s}$

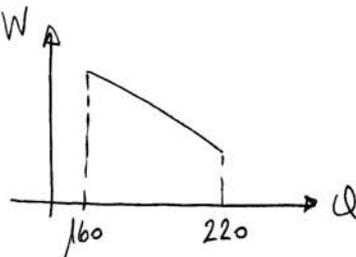
$$p = \frac{37 \cdot 10^{-3} \times 60}{0'2186} 400^2 = 1'625 \text{ MPa}$$

$$\Delta t = \frac{14'877 \times 1'625 \cdot 10^6}{14'17 \times 9'8 \cdot 10^4} = 17'4^\circ\text{C} \rightarrow t_s = 52 + 17'4 = \underline{69'4^\circ\text{C} = t_s}$$

Después podemos imponer una  $t_m = \frac{52 + 69}{2} = 60'5^\circ\text{C}$

$$W = p l d = 1'625 \cdot 10^6 \times 0'12 \times 0'12 = \underline{23400 \text{ N} = 2388 \text{ kg} = W}$$

Si calculáramos la carga correspondiente a valores intermedios del caudal, veríamos que la variación es de la forma,



después las cargas máxima y mínima serán,

$$\begin{aligned} W_{\text{máx}} &= 8275 \text{ kg} \\ W_{\text{mín}} &= 2388 \text{ kg} \end{aligned}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 99

Nombre .....

---

Un cojinete completo autosuficiente de una bomba centrífuga tiene longitud de 50 mm y diámetro también de 50 mm, y soporta una carga de 300 Kg. El eje de la bomba gira a 900 rpm.

El lubricante es un aceite SAE 30 y el sistema de lubricación es por baño de aceite. El alojamiento del cojinete posee un área efectiva de  $1.86 \text{ dm}^2$ . El aire ambiental puede suponerse a una temperatura de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Si se desea diseñar el cojinete para obtener rozamiento mínimo y no se considera admisible que el lubricante supere los  $55 \text{ }^\circ\text{C}$ , determinar:

- a) Holgura radial del cojinete.
- b) Velocidad de la corriente de aire, en Km/h, que será necesario proyectar sobre el cojinete para que la temperatura no supere el límite mencionado.
- c) Temperatura superficial máxima del alojamiento del cojinete.

a) Si se desea rozamiento mínimo, dado que el eje es completo y  $\frac{L}{d} = 1$ , se tiene que,

$$\frac{h_0}{c} = 0.3 \Rightarrow S = 0.0828$$

Por otro lado, la presión vale,

$$p = \frac{W}{d \times l} = \frac{300 \times 9.81}{50 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-3}} = 1.1772 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 1.1772 \text{ MPa}$$

En cuanto al lubricante, si se supone a su máxima temperatura admisible,  $t_L = 55^\circ\text{C}$ , tendrá una viscosidad,

$$\text{SAE 30 a } 55^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 34 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

Entonces, ya se puede despejar la holgura radial de la expresión del número de Sommerfeld,

$$S = \frac{\mu N}{P} \left(\frac{r}{c}\right)^2; \quad 0.0828 = \frac{34 \cdot 10^{-3} \times \frac{900}{60}}{1.1772 \cdot 10^6} \left(\frac{r}{c}\right)^2$$

$$\frac{r}{c} = 437 \Rightarrow c = \frac{r}{437} = \frac{25}{437} = \boxed{0.0572 \text{ mm} = c}$$

b) El coeficiente de rozamiento correspondiente a estas condiciones de funcionamiento vale,

$$S = 0.0828 \Rightarrow \frac{r}{c} f = 2.46 \Rightarrow f = \frac{2.46}{r/c} = \frac{2.46}{437} = 0.00563$$

De manera que la potencia que se genera por fricción es,

$$\begin{aligned} \dot{W} &= T\omega = (fWr)(2\pi N) = (0.00563 \times 300 \times 9.81 \times 25 \cdot 10^{-3})(2\pi \frac{900}{60}) = \\ &= 39.04 \text{ W} \end{aligned}$$

Esta potencia debe disiparse por convección y radiación.

$$39.04 = \frac{CA}{1+B} (t_L - t_A)$$

Dado que el sistema de lubricación es por baño de aceite,  $B = 0.3$ .

Entonces,

$$39'04 = \frac{C \times 1'86 \cdot 10^{-2}}{1+0'3} (55-20) \Rightarrow C = 77'96 \frac{\text{jul}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Este coeficiente ha de convertirse a otras unidades.

$$C = 77'96 \frac{\text{Nm}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = 77'96 \frac{10^2 \cdot 60}{9'81 \times 10^4} \frac{\text{kg}^* \text{cm}}{\text{min cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = 4'7682 \frac{\text{kg}^* \text{cm}}{\text{min cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Dado que  $C$  es coeficiente combinado de radiación y convección,

$$C = C_{rad} + C_{conv}; \quad 4'7682 = 0'416 + C_{conv}$$

$$C_{conv} = 4'3522 \frac{\text{kg}^* \text{cm}}{\text{min cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} = 0'194 \frac{\nu^{0'6}}{d^{0'4}} = 0'194 \frac{\nu^{0'6}}{5^{0'4}}$$

Así, se tiene que,

$$\nu = 522 \text{ m/min} = 522 \frac{10^{-3}}{1/60} \text{ km/h} = \boxed{31'32 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \nu}$$

Con esta velocidad del aire se alcanzarían los  $55^\circ\text{C}$  de temperatura en el lubricante. Si la velocidad del aire fuera superior, el lubricante alcanzaría menos temperatura.

c) A partir de la relación,

$$t_L - t_H = B (t_H - t_A)$$

$55 - t_H = 0'3 (t_H - 20) \Rightarrow \boxed{t_H = 47^\circ\text{C}}$  sea la máxima temperatura que se alcanzaría en la superficie del alojamiento.

2º Ejercicio de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Curso 00/01

Grupo nº .....

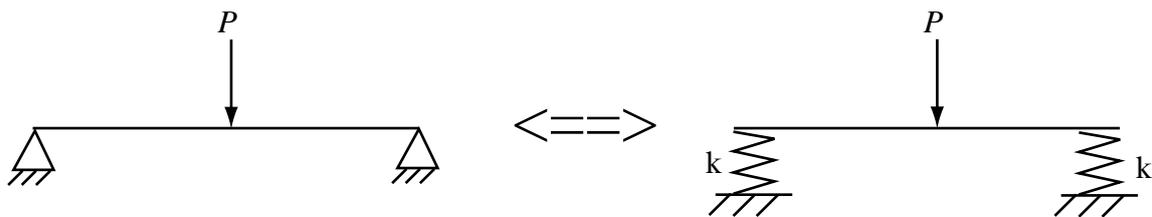
Nombres .....

.....

.....

---

Se desea obtener una estimación de la rigidez vertical de los apoyos del eje de la figura cuando éste gira a 1000 rpm, con objeto de realizar estudios sobre el comportamiento dinámico del mismo. Para ello se va a calcular el descenso vertical que sufre el eje cuando se aplican cargas  $P$  de 2000 y 3000 Kg, respectivamente (la carga  $P$  se aplica justo en el punto medio del eje). Conocidos los resultados, puede determinarse fácilmente la rigidez vertical de los apoyos si ésta se supone constante en el intervalo de carga comprendido entre dichos valores.



Obtener la estimación de la rigidez vertical de los apoyos (en Kg/mm) según se ha explicado en el apartado anterior, sabiendo que se trata de cojinetes lisos con circuito de aceite SAE-40, y que ambos son iguales, de longitud y diámetro 100 mm. La relación  $r/c=600$ . La temperatura de entrada del aceite en los cojinetes es de 30°C y se renueva tanto el aceite que pasa bajo el eje como las fugas laterales.

Dada la simetría, la mitad de la carga se va a cada apoyo. Por tanto, hay que estudiar dos casos:

- a) Carga sobre el apoyo  $W = 1000 \text{ kg}$ .  
 b) Carga sobre el apoyo  $W = 1500 \text{ kg}$ .

a)  $W = 1000 \text{ kg}$ .

la presión unitaria,  $p = \frac{W}{d \times d} = \frac{1000 \times 9.81}{0.1 \times 0.1} = 981.000 \text{ Pa}$

Hay que averiguar la temperatura de funcionamiento del aceite.  
 Supongamos  $t_m = 45^\circ\text{C} \Rightarrow \mu = 85 \text{ mPa}\cdot\text{s}$

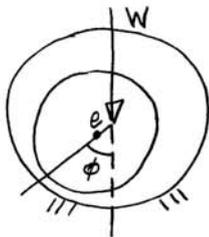
$$S = \frac{\mu N}{P} \left( \frac{r}{c} \right)^2 = \frac{85 \cdot 10^{-3} \times 1000 / 60}{981.000} 600^2 = 0.5199$$

$$\frac{p c \Delta t}{\mu} = 43.68 \Rightarrow \Delta t = \frac{43.68 \times 981.000}{14.17 \times 9.81 \cdot 10^4} = 30.82^\circ\text{C}$$

$$t_m = t_e + \frac{\Delta t}{2} = 30 + \frac{30.82}{2} = 45.41^\circ\text{C} \quad \text{OK!}$$

Entonces, por  $S = 0.5199 \Rightarrow \frac{h_0}{c} = 0.74$ ;  $\phi = 70.7^\circ$

$$e = c - h_0 = c - 0.74c = 0.26c = 0.26 \times \frac{\sqrt{0}}{600} = 21.66 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$



El descenso del eje será por tanto,

$$y = e \cos \phi = 21.66 \cdot 10^{-3} \cos 70.7^\circ = 7.16 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

b)  $W = 1500 \text{ kg}$

$$p = \frac{1500 \times 9.81}{0.1 \times 0.1} = 1.471.000 \text{ Pa}$$

$$t_m = 45^\circ\text{C} \Rightarrow \mu = 85 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

$$S = \frac{85 \cdot 10^{-3} \times 1500 / 60}{1.471.000} 600^2 = 0.3466$$

$$\frac{\rho c \Delta t}{P} = 30'56 \Rightarrow \Delta t = \frac{30'56 \times 1.471.000}{14'17 \times 9'81 \cdot 10^4} = 32'35^\circ\text{C}$$

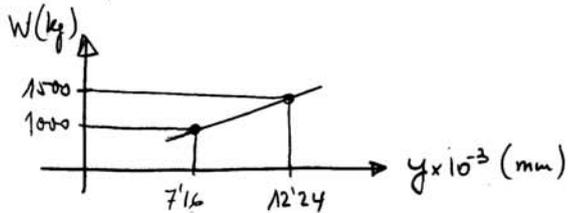
$$t_m = 30 + \frac{32'35}{2} = 46'17^\circ\text{C} \quad \text{ok!}$$

$$s = 0'3466 \Rightarrow \frac{h_0}{c} = 0'645; \quad \phi = 65'56^\circ$$

$$e = c - h_0 = c - 0'645c = 0'355c = 0'355 \frac{\sqrt{3}}{600} = 29'58 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$y = e \cos \phi = 29'58 \cdot 10^{-3} \cos 65'56^\circ = 12'24 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Entonces, suponiendo una rigidez constante, tal como propone el enunciado,



$$k = \frac{1500 - 1000}{(12'24 - 7'16) \cdot 10^{-3}} = \boxed{98425 \text{ kg/mm} = k}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 02

Nombre .....

---

Un cojinete liso completo, de longitud y diámetro 120 mm, y relación de holgura 600, sirve de apoyo a un eje que gira a 1500 rpm y le transmite una carga de 20 KN. El cojinete se lubrica mediante un circuito de aceite SAE-20, que introduce el aceite en el cojinete a una cierta temperatura de entrada, y recoge tanto el caudal principal como las fugas laterales, disipando el calor generado en un intercambiador de calor.

Las condiciones de funcionamiento nominales son las correspondientes a cojinete óptimo para carga máxima.

a) Calcular, en tales condiciones, la temperaturas de entrada y salida del lubricante en el cojinete.

En un momento dado, la temperatura del aceite comienza a aumentar, debido a un problema en el intercambiador de calor, que hace que éste sólo sea capaz de disipar un 60% del calor que estaba disipando en las condiciones de funcionamiento nominales.

b) ¿Podrá estabilizarse el sistema en otras condiciones de funcionamiento, o se calentarán eje y apoyo progresivamente hasta el gripado? Razonar la respuesta.

c) En caso afirmativo, calcular las temperaturas de entrada y salida del lubricante en el cojinete, en las nuevas condiciones de funcionamiento.

$$\beta = 360^\circ, \frac{l}{d} = 1$$

$$\phi = \frac{W}{d \times l} = \frac{20000}{0'12 \times 0'12} = 1'389 \cdot 10^6 \text{ Pa} ; N = \frac{1500}{60} = 25 \text{ rps}$$

$$s = \frac{\mu N}{P} \left( \frac{r}{c} \right)^2 = \frac{\mu \times 25}{1'389 \cdot 10^6} 600^2 = 6'48 \mu$$

a) carga máxima  $\Rightarrow \frac{h_0}{c} = 0'53$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_0}{c} = 0'4 \rightarrow s = 0'121 \\ \frac{h_0}{c} = 0'6 \rightarrow s = 0'264 \end{array} \right\} \frac{h_0}{c} = 0'53 \rightarrow \underline{s_n = 0'2140}$$

$$s_n = 0'2140 = 6'48 \mu_n \Rightarrow \mu_n = \frac{0'2140}{6'48} = 33 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\mu_n = 33 \text{ mPa}\cdot\text{s} \xrightarrow{\text{SAE-20}} \underline{\underline{t_m = 47'5^\circ\text{C}}}$$

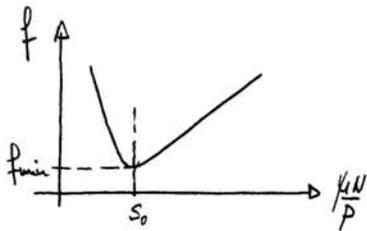
$$\left. \begin{array}{l} s = 0'121 \rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{P} = 14'2 \\ s = 0'264 \rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{P} = 24'3 \end{array} \right\} s_n = 0'2140 \rightarrow \frac{\rho c \Delta t}{P} = 20'765$$

$$\Delta t = \frac{20'765 \times 1'389 \cdot 10^6}{14'17 \times 9'81 \times 10^4} = 20'75^\circ\text{C}$$

$$t_c = t_m - \frac{\Delta t}{2} = 47'5 - \frac{20'75}{2} = 37'125^\circ\text{C} = t_c$$

$$t_j = t_m + \frac{\Delta t}{2} = 47'5 + \frac{20'75}{2} = 57'875^\circ\text{C} = t_j$$

b) Si recordamos, la curva de Stribeck, vemos que la estabilidad de la lubricación depende de su  $\mu$ -zona nos encontramos: si a la derecha (zona estable) o a la izquierda (zona inestable) de la situación de rozamiento mínimo.



En nuestro caso,

Resfriamiento mínimo  $\Rightarrow \frac{h_0}{c} = 0.3$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h_0}{c} = 0.2 \rightarrow S = 0.0446 \\ \frac{h_0}{c} = 0.4 \rightarrow S = 0.121 \end{array} \right\} \frac{h_0}{c} = 0.3 \rightarrow S = 0.0828 = S_0$$

Como estábamos funcionando en régimen nominal con  $S_n = 0.2140 > 0.0828 = S_0$

quiere decir que nos encontramos en la zona estable y que, a no ser que el aumento de calor sea excesivo, hay posibilidad de que el sistema se estabilice.

El calor que había que disipar en condiciones nominales era,  $\dot{W} = T_w = (fWr)(277N)$ , luego hace falta conocer  $f$ .

$$\left. \begin{array}{l} S = 0.121 \rightarrow \frac{r}{c} f = 3.22 \\ S = 0.264 \rightarrow \frac{r}{c} f = 5.79 \end{array} \right\} S_n = 0.2140 \rightarrow \left(\frac{r}{c} f\right)_n = 4.89$$
$$f_n = \frac{4.89}{600} = 0.00815$$

$$\dot{W}_n = (0.00815 \times 20000 \times 0.06)(277 \times 25) = 1536 \text{ w}$$

Aí, en la nueva situación, sólo se disipa el 60% de esa cantidad,  $\dot{W}^* = 0.6 \times 1536 = 921.6 \text{ w}$

Como todo permanece igual a excepción de  $f$ , tenemos,

$$\dot{W}^* = 921.6 = (f^* \times 20000 \times 0.06)(277 \times 25) \Rightarrow f^* = 0.00489$$

$$\text{Entonces, } \left(\frac{r}{c} f\right)^* = 600 \times 0.00489 = 2.934$$

$$\left. \begin{array}{l} S = 0.0446 \rightarrow \frac{r}{c} f = 1.70 \\ S = 0.121 \rightarrow \frac{r}{c} f = 3.22 \end{array} \right\} S_0 = 0.0828 \rightarrow \left(\frac{r}{c} f\right)_0 = 2.46$$

Por tanto, como hay que llegar a  $\left(\frac{r}{c} f\right)^* = 2.934 > 2.46 = \left(\frac{r}{c} f\right)_0$ , tenemos margen para reducir el resfriamiento y permanecer en la zona estable.

$$\left(\frac{r}{c}f\right)^* = 2'934 \rightarrow \underline{s^* = 0'1066}$$

$$s^* = 0'1066 = 6'48 \mu^* \Rightarrow \mu^* = \frac{0'1066}{6'48} = 16'5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

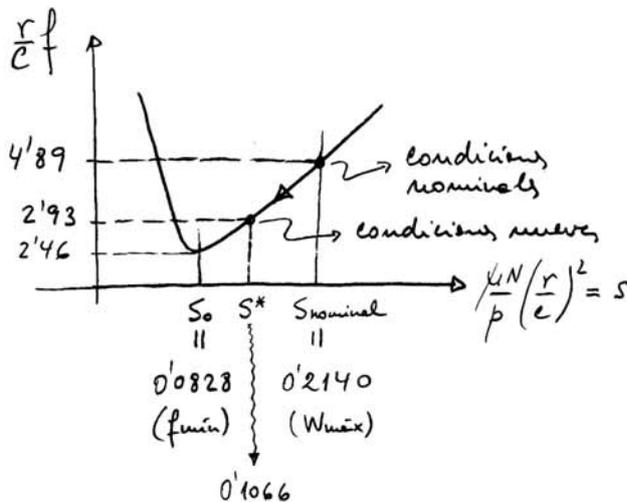
$$\mu^* = 16'5 \text{ mPa}\cdot\text{s} \xrightarrow{\text{SAE-20}} \underline{t_m = 62'5^\circ\text{C}}$$

$$\left. \begin{array}{l} s = 0'0446 \rightarrow \frac{pc\Delta t}{p} = 8 \\ s = 0'121 \rightarrow \frac{pc\Delta t}{p} = 14'2 \end{array} \right\} s^* = 0'1066 \rightarrow \frac{pc\Delta t}{p} = 13'033$$

$$\Delta t = \frac{13'033 \times 1'389 \cdot 10^6}{14'17 \times 9'81 \cdot 10^4} = 13^\circ\text{C}$$

$$t_e = t_m - \frac{\Delta t}{2} = 62'5 - \frac{13}{2} = 56^\circ\text{C} = t_e$$

$$t_s = t_m + \frac{\Delta t}{2} = 62'5 + \frac{13}{2} = 69^\circ\text{C} = t_s$$

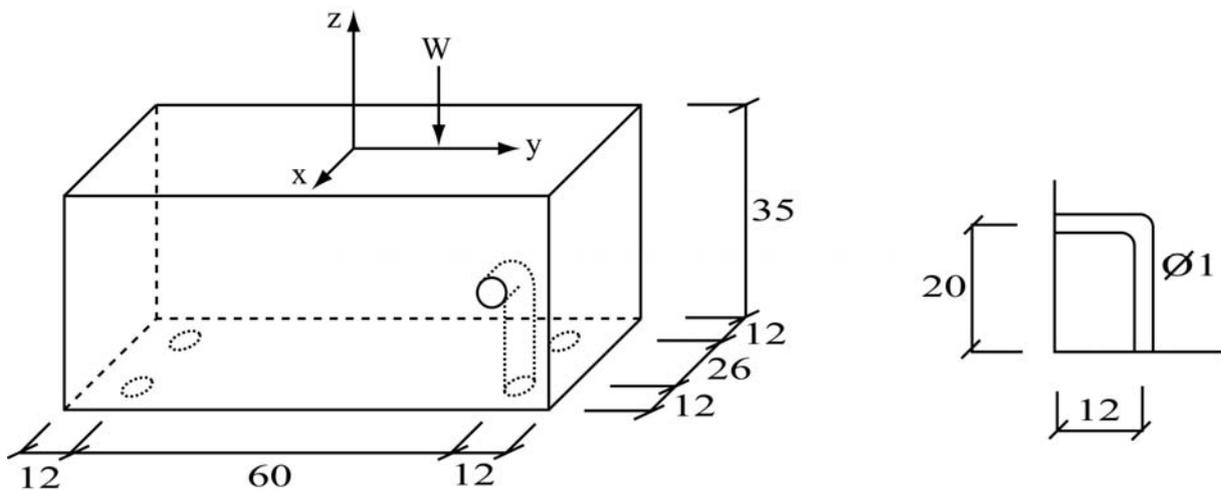


Se ve por tanto que el sistema ha sido capaz de autorregularse, evolucionando hacia una situación de menor rozamiento, aunque, como contrapartida, la temperatura ha subido notablemente (y lo se ha reducido).

Nombre .....

La figura, con distancias en mm, muestra un bloque, de masa despreciable, que traslada una carga  $W$  de 9.29 Kg. Dicha carga puede desplazarse sobre el eje  $y$ , a derecha e izquierda del centro del bloque, hasta una distancia máxima hacia cada lado de 25 mm.

El bloque puede deslizar sobre el suelo sin apenas rozamiento, merced a cuatro cojinetes hidrostáticos de aire. La alimentación de aire se realiza a través de cuatro tubos capilares (uno por cada cojinete), de diámetro 1 mm. En la figura izquierda se da una vista general de uno de estos tubos, mientras que en la derecha se ilustra el mismo con detalle. La presión manométrica de alimentación en los tubos (presión a la entrada) es de  $6 \text{ Kg/cm}^2$ .



La salida de cada tubo es asimilable a un apoyo axial simple, con radio exterior igual a la menor distancia del centro del orificio a una cara del bloque.

- Para el caso de que la carga  $W$  se encuentre centrada sobre el bloque, obtener la presión y velocidad del aire a la salida de los tubos, el caudal total de aire necesario, y el espesor de película de aire conseguido.
- Para el caso de que la carga se encuentre en su máximo desplazamiento hacia uno cualquiera de los lados, calcular la disminución del espesor mínimo de película de aire, respecto al caso de carga centrada. Si, de acuerdo con la

rugosidad de las superficies, el espesor mínimo admisible para la película de aire es de 0.01 mm, ¿serviría este diseño para cumplir su función?

Nota: recuérdese que entre dos puntos de un conducto por el que circula un fluido, se puede establecer la conservación de la energía según la expresión:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \Delta p_{\text{pérdidas}}$$

donde el punto 2 se encuentra “aguas abajo” del punto 1,  $p$  es la presión,  $v$  la velocidad y  $\rho$  la densidad, que para el aire a temperatura ambiente toma un valor de  $1.17 \text{ Kg/m}^3$ . En el caso de los tubos capilares de este problema, las pérdidas de carga tienen la forma:

$$\Delta p = \frac{32\mu v L}{d^2} \quad \text{para tramo recto}$$

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2} \quad \text{para codo en ángulo recto}$$

siendo  $\mu$  la viscosidad dinámica, que para el aire a temperatura ambiente es de  $1.85 \cdot 10^{-6} \text{ Kg}\cdot\text{s/m}^2$ ,  $L$  la longitud recta del tubo y  $d$  su diámetro.

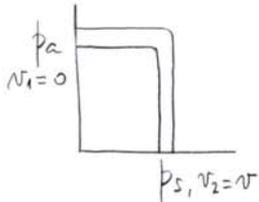
a) Si la carga está centrada, cada cojinete habrá de soportar una carga de,

$$W = \frac{9'29}{4} = 2'3225 \text{ kg} = 2'3225 \times 9'81 = \underline{22'78 \text{ N} = W}$$

Para por tanto necesaria una presión en el cojinete de,

$$W = p_s \frac{\pi}{2} \frac{r_o^2 - r_i^2}{\ln \frac{r_o}{r_i}} \Rightarrow 22'78 = p_s \frac{\pi}{2} \frac{(0'012^2 - 0'0005^2)}{\ln \frac{0'012}{0'0005}}$$

$$\boxed{p_s = 320617'5 \text{ Pa}} \text{ que es la presión a la salida de los tubos.}$$



Dado que la presión de alimentación es de  $6 \text{ kg/cm}^2$ , se puede realizar el siguiente balance,

$$p_a = p_s + \frac{\rho v^2}{2} + \frac{32 \mu v L}{d^2} + \frac{\rho v^2}{2}$$

$$6 \times 9'81 \cdot 10^4 = 320617'5 + 2 \times \frac{1'17 v^2}{2} + \frac{32 \times 1'85 \cdot 10^{-6} \times 9'81 \times 0'032 v}{0'001^2}$$

$$1'17 v^2 + 18'58 v - 267982'5 = 0 \rightarrow \boxed{v = 470'71 \text{ m/s}} \text{ Velocidad a la salida de los tubos}$$

El caudal,

$$Q = vA = 470'71 \times \frac{\pi \times 0'001^2}{4} = 3'69694 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Por tanto, el caudal total, al haber cuatro tubos será,

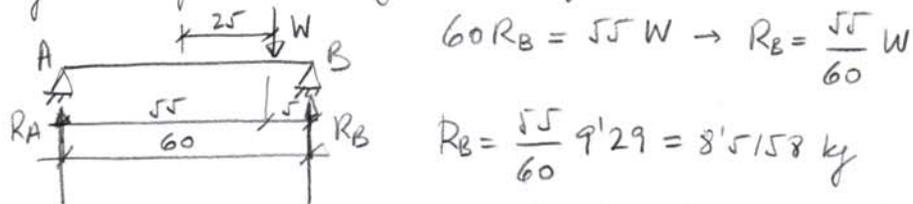
$$Q_{\text{total}} = 4Q = 4 \times 3'69694 \cdot 10^{-4} = \boxed{1'4788 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = Q_{\text{total}}}$$

Para el espesor de película de aire se tiene,

$$h^3 = \frac{3 \mu (r_o^2 - r_i^2)}{W} Q = \frac{3 \cdot 1'85 \cdot 10^{-6} \cdot 9'81 (0'012^2 - 0'0005^2)}{22'78} \times 3'69694 \cdot 10^{-4}$$

$$h = 5'03 \cdot 10^{-5} \text{ m} = \boxed{0'0503 \text{ mm} = h}$$

b) Con la carga a 25 mm del centro, los cojinetes más cargados sufrían la siguiente carga:



Pero tal carga se reparte entre dos cojinetes, de manera que la carga en cada uno de los cojinetes más cargados es:

$$W = \frac{R_B}{2} = 4'2579 \text{ kg} = 4'2579 \times 9'81 = \underline{41'77 \text{ N} = W}$$

A partir de aquí se sigue el mismo procedimiento que en el apartado anterior, resultando,

$$p_s = 587892'6 \text{ Pa}$$

$$v = 17'90 \text{ m/s}$$

$$Q = 1'40586 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{por cada tubo más cargado})$$

$$h = 1'38 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0'0138 \text{ mm} > 0'01 = h_{\text{admissible}}$$

Entonces, la disminución del espesor de película respecto al caso anterior es:

$$\Delta h = h_{\text{centrada}} - h_{\text{descentrada}} = 0'0503 - 0'0138 = \underline{0'0365 \text{ mm}}$$

Si el espesor mínimo admisible es de 0'01 mm, el sistema podría cumplir bien su función.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 11

Nombre.....

---

El eje de 150 mm de diámetro de una turbina de vapor que gira a 1800 rpm, se apoya en cojinetes lisos, soportando cada uno de ellos una carga de 17 kN. El lubricante, un aceite SAE 10, trabajará a una temperatura media de 81°C.

Si se desea que los cojinetes funcionen en las condiciones óptimas desde el punto de vista de su capacidad de carga:

a) Determinar qué relación longitud a diámetro será más recomendable de las siguientes, 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , teniendo en cuenta que, por tratarse de un turbogenerador, la carga unitaria debe encontrarse entre 0.75 MPa y 1.55 MPa, y que, al ser los cojinetes de bronce al plomo, la relación de holgura r/c debe hallarse entre 500 y 1000.

b) Calcular la holgura radial (en micras), la pérdida de potencia por rozamiento en cada cojinete (en vatios), las fugas laterales (en  $\text{mm}^3/\text{s}$ ), y la temperatura de entrada del lubricante (en °C), si los cojinetes llevan circuito de aceite y sólo se renuevan las fugas laterales.

SAE 10,  $A_m = 81^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 6.5 \text{ mPa}\cdot\text{s}$

$$\frac{l}{d} = 1 \rightarrow l = d = 150 \text{ mm} \rightarrow p = \frac{W}{d \times l} = \frac{17000}{0.15 \times 0.15} \cdot 10^{-6} = 0.7555 \text{ MPa}$$

$$\frac{l}{d} = \frac{1}{2} \rightarrow l = \frac{d}{2} = 75 \text{ mm} \rightarrow p = \frac{17000}{0.15 \times 0.075} \cdot 10^{-6} = 1.5111 \text{ MPa}$$

$$\frac{l}{d} = \frac{1}{4} \rightarrow l = \frac{d}{4} = 37.5 \text{ mm} \rightarrow p = \frac{17000}{0.15 \times 0.0375} \cdot 10^{-6} = 3.0222 \text{ MPa}$$

Dado que  $0.75 \text{ MPa} < p < 1.55 \text{ MPa}$ , hay que descartar la solución  $\frac{l}{d} = \frac{1}{4}$ .

$$\frac{l}{d} = 1 \xrightarrow[\text{máxima}]{\text{carga}} \frac{h_0}{c} = 0.53 \rightarrow s = 0.2140 = \frac{\mu N}{P} \left(\frac{r}{c}\right)^2$$

$$0.2140 = \frac{6.5 \cdot 10^{-3} \times 30}{0.7555 \cdot 10^6} \left(\frac{r}{c}\right)^2 \rightarrow \frac{r}{c} = 910.556$$

$$\frac{l}{d} = \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{óptima}]{\text{carga}} \frac{h_0}{c} = 0.43 \rightarrow s = 0.14245 = \frac{\mu N}{P} \left(\frac{r}{c}\right)^2$$

$$0.14245 = \frac{6.5 \cdot 10^{-3} \times 30}{1.5111 \cdot 10^6} \left(\frac{r}{c}\right)^2 \rightarrow \frac{r}{c} = 1050.656$$

Dado que  $500 < \frac{r}{c} < 1000$ , hay que descartar la solución  $\frac{l}{d} = \frac{1}{2}$ .

Por lo tanto, la solución elegida es  $\frac{l}{d} = 1$ ,

con  $s = 0.2140$ ,  $\frac{h_0}{c} = 0.53$  y  $\frac{r}{c} = 910.556$ .

Entonces,

$$c = \frac{r}{910.556} = \frac{75 \cdot 10^3}{910.556} = 82.367 \mu\text{m} = c$$

$$S = 0'2140 \rightarrow \frac{r}{c} f = 4'89$$

$$f = \frac{4'89}{(r/c)} = \frac{4'89}{910'556} = 0'00537$$

$$T_{\text{torz}} = f W r = 0'00537 \times 17000 \times 75 \cdot 10^{-3} = 6'95 \text{ Nm}$$

$$\dot{W}_{\text{torz}} = T_{\text{torz}} \omega = 6'95 (277 \times 30) = \boxed{1291 \text{ W} = \dot{W}_{\text{torz}}}$$

$$S = 0'2140 \rightarrow \frac{Q}{rcNE} = 4'109$$

$$Q = 4'109 \times 75 \times 82'367 \cdot 10^{-3} \times 30 \times 150 = 114226 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} = Q$$

$$S = 0'2140 \rightarrow \frac{Q_s}{Q} = 0'561$$

$$Q_s = 0'561 \times 114226 = \boxed{64081 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} = Q_s}$$

Finalmente, el balance térmico será,

$$\dot{W}_{\text{torz}} = \rho C_p Q_s \frac{\Delta t}{2}$$

$$1291 = 14'17 \times 9'81 \cdot 10^9 \times 64081 \cdot 10^{-9} \frac{\Delta t}{2} \rightarrow \Delta t = 29^\circ\text{C}$$

$$t_e = t_m - \frac{\Delta t}{2} = 81 - \frac{29}{2} = \boxed{66'5^\circ\text{C} = t_e}$$