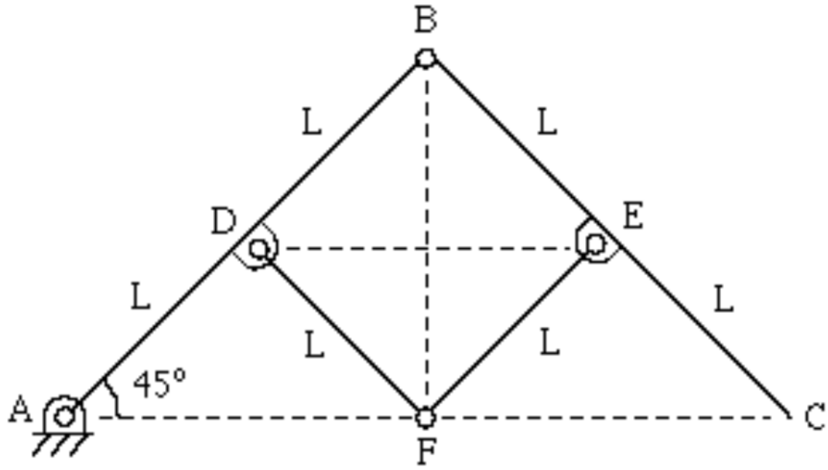
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 96

Nombre ....

El mecanismo de la figura es un pantógrafo, que se utiliza para ampliar o reducir dibujos. Para ampliar un dibujo, se coloca un lápiz en el punto F y otro en el punto C. Al seguir una trayectoria con el lápiz en F, el lápiz en C dibuja la misma trayectoria ampliada.

a) Deducir el número de grados de libertad del pantógrafo mediante el criterio de Grübler.

b) Si, en la posición de la figura, la velocidad del punto F es de 2 cm/s vertical y hacia arriba, hallar la velocidad del punto C.



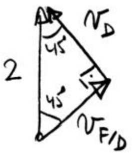
a) Criterio de Grübler.

$$\left.\begin{array}{l} n = 5 \\ p_I = 5 \end{array}\right\} \quad g = 3 \times 4 - 2 \times 5 = 2$$

b) Análisis de velocidades.

$$v_F = v_D + v_{F/D}$$

$\uparrow 2$ $45°$?   ? $45°$



$v_D = \sqrt{2}$

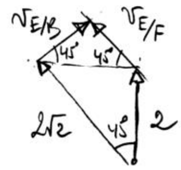
$v_{F/D} = \sqrt{2}$

$$\omega_{AB} = \frac{v_D}{L} \longrightarrow \boxed{\omega_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{L} \circlearrowleft \text{ rad}}$$

$$\omega_{DF} = \frac{v_{F/D}}{L} \longrightarrow \boxed{\omega_{DF} = \frac{\sqrt{2}}{L} \circlearrowleft \text{ rad}}$$

$$v_E = v_F + v_{E/F} = v_B + v_{E/B}$$

$\uparrow 2$ $45°$? $45°$ $2\sqrt{2}$? $45°$



$v_{E/B} = \sqrt{2}$

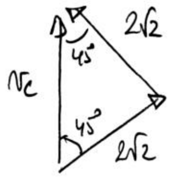
$v_{E/F} = \sqrt{2}$

$$\omega_{BC} = \frac{v_{E/B}}{L} \longrightarrow \boxed{\omega_{BC} = \frac{\sqrt{2}}{L} \circlearrowleft \text{ rad}}$$

$$\omega_{EF} = \frac{v_{E/F}}{L} \longrightarrow \boxed{\omega_{EF} = \frac{\sqrt{2}}{L} \circlearrowleft \text{ rad}}$$

$$v_C = v_B + v_{C/B}$$

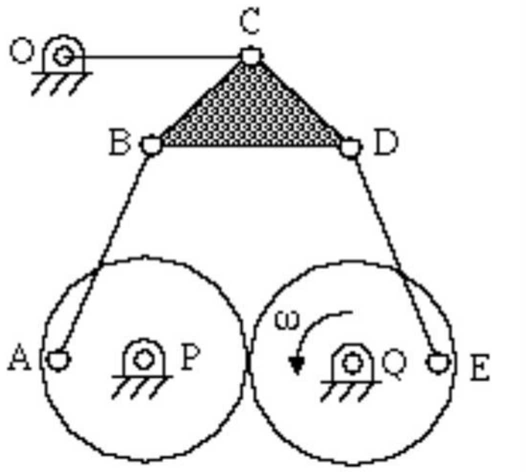
$2\sqrt{2}$ $45°$ $2\sqrt{2}$ $45°$

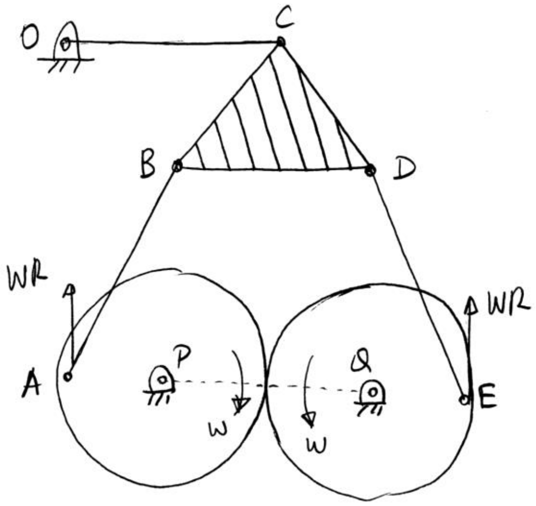


$$\boxed{v_C = 4 \ \frac{cm}{s} \uparrow}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Diciembre 96
Nombre ....

El mecanismo de la figura está formado por dos discos de radio R, que ruedan sin deslizar, y un conjunto de barras articuladas. Las siguientes distancias son conocidas: PB=QD=BD=BC=CD=OC=2R.
Calcular la velocidad angular de la barra OC sabiendo que la velocidad angular del disco de la derecha es la que aparece en la figura.





— Debido a la simetría del problema, B y D han de tener unas velocidades tales que las componentes verticales sean las mismas y las horizontales iguales y de signo contrario.

— Pero como además B y D pertenecen al mismo sólido rígido, no pueden acercarse ni alejarse, luego las componentes horizontales de sus velocidades han de ser nulas.

— Por tanto, B y D tendrán velocidad vertical e igual.

— Considerando la barra AB, tanto A como B poseen velocidad vertical, luego $\omega_{AB}=0$. Lo mismo ocurre para ED, luego $\omega_{ED}=0$. Entonces, $\vec{v}_B=\vec{v}_A$ y $\vec{v}_D=\vec{v}_E$.

— Si, según se ha dicho, B y D tienen velocidad vertical, el triángulo BCD se traslada en ese instante, luego $\omega_{BCD}=0$. Entonces, $\vec{v}_C=\vec{v}_B=\vec{v}_D$.

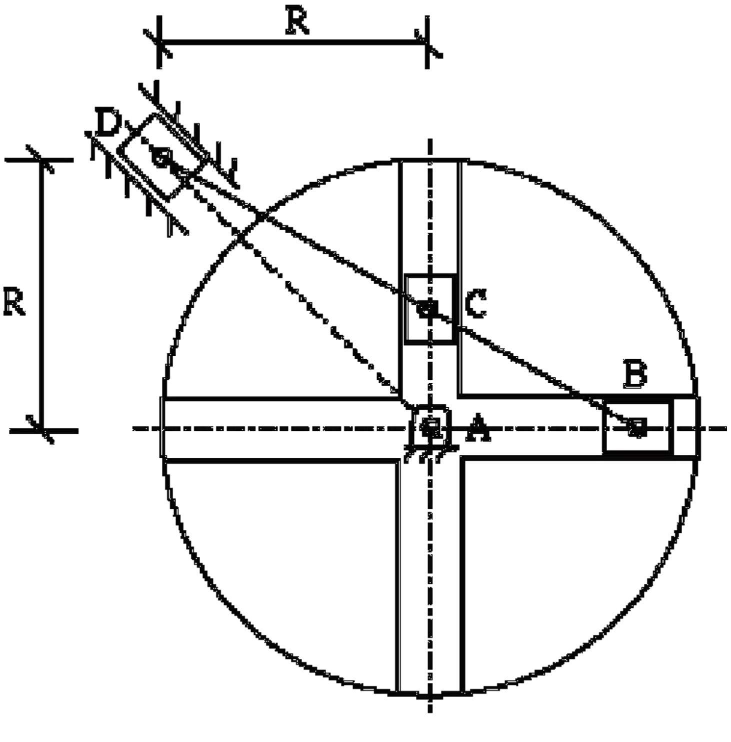
— Por lo tanto, la velocidad de C es $v_C = \underset{\uparrow}{\omega R} = \omega_{OC}\, 2R$, de donde,

$$\boxed{\omega_{OC} = \frac{\omega}{2} \odot \text{saliente}}$$

en la posición de la figura.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Septiembre 98
Nombre ....

El disco ranurado de la figura tiene radio R, está articulado al suelo en su centro (punto A), y gira en sentido antihorario con velocidad angular ω. Por su parte, la barra rígida BD, inclinada 30º con respecto a la horizontal en el instante representado, lleva deslizaderas articuladas en los puntos B, C y D, de manera que las dos primeras deslizan por las ranuras del disco, y la última por un carril fijo inclinado 45º respecto a la horizontal.
Determinar la velocidad de la deslizadera D en función de ω y R para la configuración que muestra la figura.



(1) $v_B = v_{a_B} + v_{r_B}$ (con el disco)

$$\begin{array}{ccc} ? & \uparrow & \overline{\quad} \\ & \omega\overline{AB} & ? \end{array}$$

$\overline{AB} = (\sqrt{3}-1)R$

(2) $v_C = v_{a_C} + v_{r_C}$ (con el disco)

$$\begin{array}{ccc} ? & \leftarrow & | \\ & \omega\overline{AC} & ? \end{array}$$

$\overline{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}-1)R$

Ahora se pueden relacionar las velocidades de B y C, que pertenecen al mismo sólido rígido.

$$v_B = v_C + v_{B/C}$$

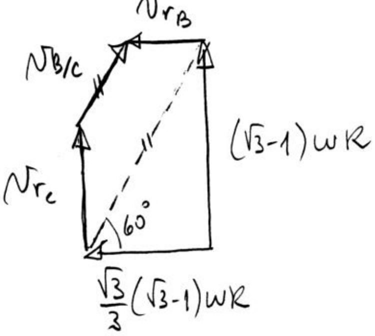
E introduciendo aquí las relaciones (1) y (2) obtenidas anteriormente,

$$v_{a_B} + v_{r_B} = v_{a_C} + v_{r_C} + v_{B/C}$$

$$\begin{array}{ccccc} \uparrow & \overline{\quad} & \leftarrow & | & \angle 60^\circ \\ (\sqrt{3}-1)\omega R & ? & \frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}-1)\omega R & ? & ? \end{array}$$

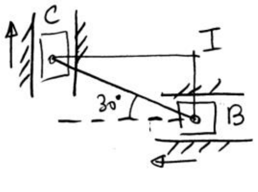
Aunque hay tres incógnitas, vamos a dibujar la construcción gráfica correspondiente.

(3)



Podemos afirmar que si v_{r_B} va hacia la izquierda, v_{r_C} irá hacia arriba, mientras que si v_{r_B} va hacia la derecha, v_{r_C} irá hacia abajo. Esto lo sabemos porque, al estar B y C unidos por una barra rígida, en su movimiento relativo con respecto al disco se tendrá que cumplir,

<u>Mov. rel.</u>



En la figura aparece el supuesto de $(v_{r_B} \leftarrow) \Rightarrow (v_{r_C} \uparrow)$, pero podrían ir ambas al revés.

Además, la relación entre sus módulos también se puede conocer, ya que,

$$\left.\begin{aligned} v_{r_B} &= \omega_r \overline{IB} \\ v_{r_C} &= \omega_r \overline{IC} \end{aligned}\right\} \quad \frac{v_{r_B}}{v_{r_C}} = \frac{\overline{IB}}{\overline{IC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}-1)R}{(\sqrt{3}-1)R} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

luego, $\underline{v_{r_C} = \sqrt{3}\, v_{r_B}}$

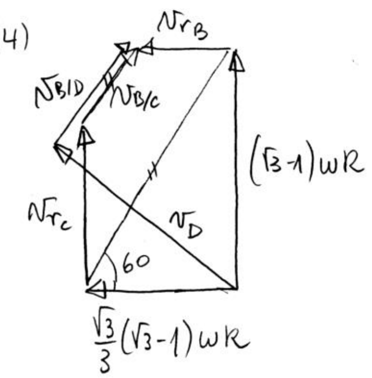
Realmente, todo lo comentado se obtiene igualmente de la construcción gráfica (3), si bien el razonamiento expuesto puede ayudar a entender el movimiento del mecanismo.

A pesar de todo, hace falta una relación más para poder resolver el problema. Planteamos entonces,

$$\underset{?}{v_B} = \underset{?\ \ 45^\circ}{v_D} + \underset{?\ \ 60^\circ}{v_{B/D}}$$

Y ahora se añade esta relación a la construcción gráfica (3).

(4)



Pero hay que contar con un último dato: las velocidades $v_{B/D}$ y $v_{B/C}$ tienen que mantener la proporción de las distancias $\overline{BD}$ y $\overline{BC}$, por el carácter lineal del campo de velocidades del sólido indeformable.

$$\left.\begin{aligned} v_{B/D} &= \omega \overline{BD} \\ v_{B/C} &= \omega \overline{BC} \end{aligned}\right\} \quad \frac{v_{B/D}}{v_{B/C}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{2R}{\frac{2\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}-1)R}$$

luego $\underline{v_{B/D} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} v_{B/C}}$

Ahora ya estamos en condiciones de plantear juntas todas las ecuaciones disponibles.

En la construcción gráfica (4) podemos obtener,

$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}-1)\,\omega R = v_{r_B} + \dfrac{1}{2}\, v_{B/C} \\ (\sqrt{3}-1)\,\omega R = v_{r_C} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, v_{B/C} \end{cases}$$

Aunque, realmente, una de las ecuaciones puede ser sustituida por la ya conocida,

$v_{r_C} = \sqrt{3}\, v_{r_B}$ (para verlo basta multiplicar la segunda ecuación por $\frac{\sqrt{3}}{3}$ e igualar los términos de la derecha de ambas ecuaciones).

También de la construcción gráfica (4) tenemos,

$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{2}}{2} v_D = \dfrac{1}{2} v_{B/D} + v_{r_B} \\ (\sqrt{3}-1)\,\omega R = \dfrac{\sqrt{2}}{2} v_D + \dfrac{\sqrt{3}}{2} v_{B/D} \end{cases}$$

Y, por último, la relación vista, $v_{B/D} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} v_{B/C}$

Vamos a recoger todo en un sistema.

$$\begin{cases} (\sqrt{3}-1)\,\omega R = v_{r_C} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} v_{B/C} & (1) \\ v_{r_C} = \sqrt{3}\, v_{r_B} & (2) \\ \dfrac{\sqrt{2}}{2} v_D = \dfrac{1}{2} v_{B/D} + v_{r_B} & (3) \\ (\sqrt{3}-1)\,\omega R = \dfrac{\sqrt{2}}{2} v_D + \dfrac{\sqrt{3}}{2} v_{B/D} & (4) \\ v_{B/D} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} v_{B/C} & (5) \end{cases}$$

Sistema de 5 ecuaciones con 5 incógnitas. Al resolverlo se obtiene,

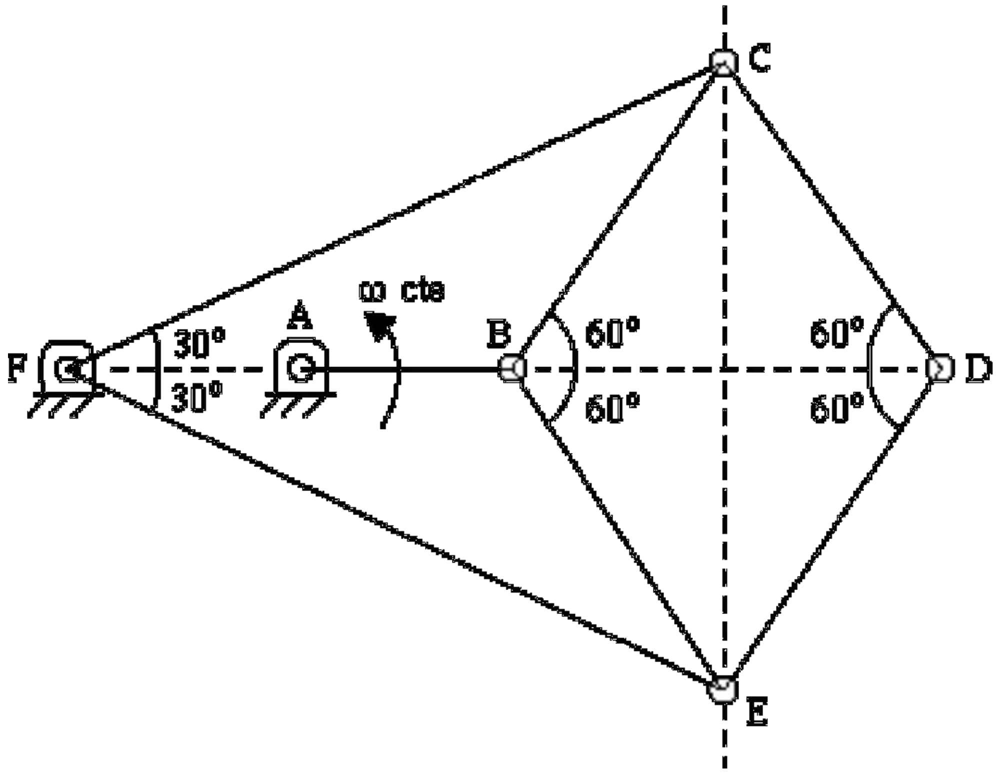
$$v_{r_B} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)\,\omega R \;;\quad v_{r_C} = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}-1)\,\omega R$$

$$v_{B/C} = \left(3 - \frac{5}{\sqrt{3}}\right)\omega R \;;\quad v_{B/D} = \left(\frac{3\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}-1}\right)\omega R$$

$$\boxed{v_D = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\omega R}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 99
Nombre ....

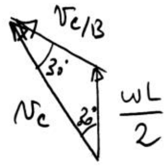
La figura muestra un mecanismo de Peaucellier, que posee una sorprendente propiedad de la cual se tendrá alguna pista tras la resolución del problema.



Si se cumple que $FA=AB=0.5L$ y $BD=L$, determinar la velocidad y aceleración del punto D en la posición de la figura, suponiendo que la barra AB está animada de una velocidad angular ω constante.
A la vista de los resultados obtenidos, ¿cuál puede ser la propiedad de que se habló al principio del enunciado?

Problema de velocidades

$$v_C = v_B + v_{C/B}$$



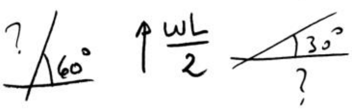
$$\cos 30 = \frac{\frac{3L}{2}}{\overline{CF}}$$

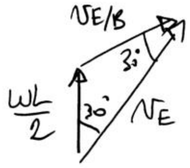
$$\overline{CF} = \sqrt{3}L = \overline{EF}$$

$$v_{C/B} = \frac{\omega L}{2} = \omega_{BC} L \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{ saliente}$$

$$v_C = \frac{\sqrt{3}\omega L}{2} = \omega_{CF}\sqrt{3}L \Rightarrow \omega_{CF} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{ saliente}$$

$$v_E = v_B + v_{E/B}$$

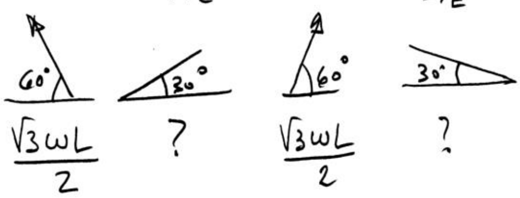


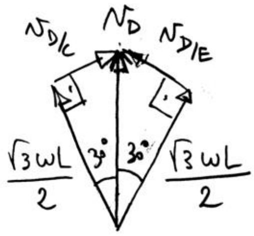


$$v_{E/B} = \frac{\omega L}{2} = \omega_{BE} L \Rightarrow \omega_{BE} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{ saliente}$$

$$v_E = \frac{\sqrt{3}\omega L}{2} = \omega_{EF}\sqrt{3}L \Rightarrow \omega_{EF} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{ saliente}$$

$$v_D = v_C + v_{D/C} = v_E + v_{D/E}$$





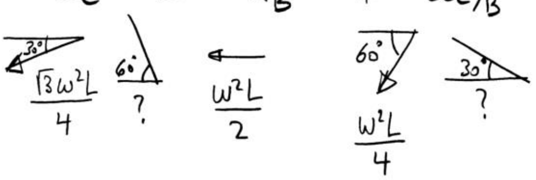
$$v_{D/C} = \frac{\sqrt{3}\omega L}{2}\,\mathrm{tg}\,30 = \frac{\omega L}{2} = \omega_{CD} L \Rightarrow \omega_{CD} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{ saliente}$$

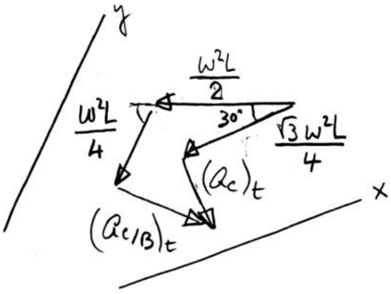
$$v_{D/E} = \frac{\sqrt{3}\omega L}{2}\,\mathrm{tg}\,30 = \frac{\omega L}{2} = \omega_{DE} L \Rightarrow \omega_{DE} = \frac{\omega}{2} \circlearrowleft \text{ saliente}$$

$$v_D = \frac{\frac{\sqrt{3}\omega L}{2}}{\cos 30} = \omega L \Rightarrow \boxed{v_D = \omega L \uparrow}$$

Problema de aceleraciones

$$a_C = a_B + a_{C/B}$$





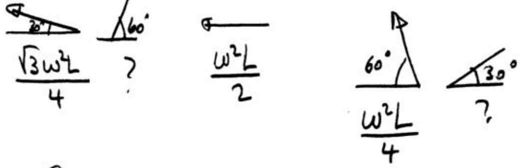
$$\frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2L + (a_{C/B})_t\,\frac{1}{2} = \frac{\omega^2L}{2}\,\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\omega^2L}{4}\,\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{(proy en x)}$$

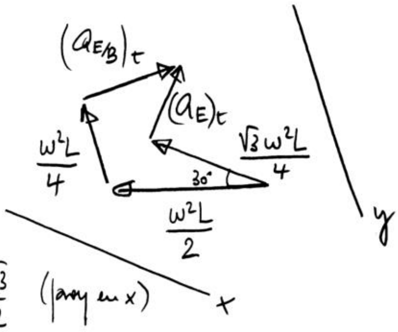
$$(a_{C/B})_t = \frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2L = \alpha_{BC}L \Rightarrow \alpha_{BC} = \frac{\sqrt{3}\,\omega^2}{4} \text{ entrante}$$

$$\frac{\omega^2L}{2}\,\frac{1}{2} + \frac{\omega^2L}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2L\,\frac{\sqrt{3}}{2} + (a_C)_t\,\frac{1}{2} \quad \text{(proy en y)}$$

$$(a_C)_t = \frac{\omega^2L}{4} = \alpha_{CF}\sqrt{3}L \Rightarrow \alpha_{CF} = \frac{\omega^2}{4\sqrt{3}} \text{ entrante}$$

$$a_E = a_B + a_{E/B}$$





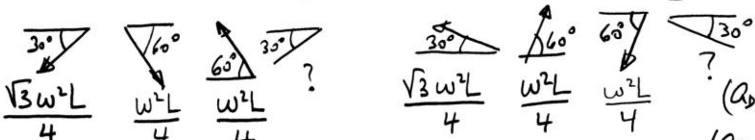
$$\frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2L + (a_{E/B})_t\,\frac{1}{2} = \frac{\omega^2L}{2}\,\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\omega^2L}{4}\,\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{(proy en x)}$$

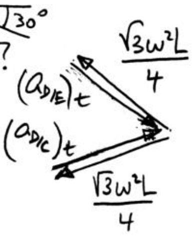
$$(a_{E/B})_t = \frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2L = \alpha_{BE}L \Rightarrow \alpha_{BE} = \frac{\sqrt{3}\,\omega^2}{4} \text{ saliente}$$

$$\frac{\omega^2L}{2}\,\frac{1}{2} + \frac{\omega^2L}{4} = \frac{\sqrt{3}\,\omega^2L}{4}\,\frac{\sqrt{3}}{2} + (a_E)_t\,\frac{1}{2} \quad \text{(proy en y)}$$

$$(a_E)_t = \frac{\omega^2L}{4} = \alpha_{EF}\sqrt{3}\,L \Rightarrow \alpha_{EF} = \frac{\omega^2}{4\sqrt{3}} \text{ saliente}$$

$$a_D = a_C + a_{D/C} = a_E + a_{D/E}$$





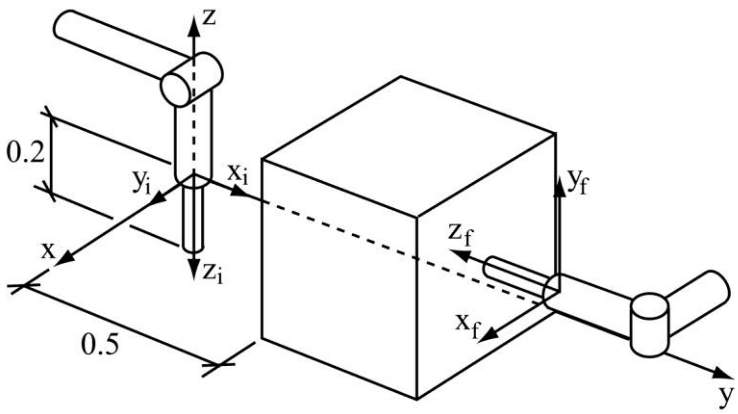
$$(a_{D/C})_t = \frac{\sqrt{3}\omega^2L}{4} = \alpha_{CD}L \Rightarrow \alpha_{CD} = \frac{\sqrt{3}\omega^2}{4} \text{ saliente} \qquad \boxed{a_D = 0}$$

$$(a_{D/E})_t = \frac{\sqrt{3}\omega^2L}{4} = \alpha_{DE}L \Rightarrow \alpha_{DE} = \frac{\sqrt{3}\omega^2}{4} \text{ entrante}$$

La propiedad del mecanismo es que el punto D posee una trayectoria recta y vertical. Ello es coherente con la velocidad y aceleración obtenidas para dicho punto.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 02
Nombre ....

La figura muestra la mano de un robot, sobre la que se ha montado una broca para taladrar. Se desea efectuar un taladro no pasante sobre la pieza cúbica, de lado 0.3 m, en el centro de una de sus caras, para lo que se ha de mover la mano del robot desde la posición inicial (i) a la final (f). Existen dos sistemas de referencia: uno que se halla fijo a la mesa de operaciones, (x, y, z), y otro que viaja solidario con la mano del robot, teniendo su origen en la base de la broca, y estando dirigidos sus ejes según se ve en la figura. En la posición inicial del robot, el origen de este sistema local se encuentra en el punto de coordenadas globales (0, 0, 0), como puede apreciarse en el dibujo.



Obtener:
a) La matriz de transformación 4x4 que relaciona el sistema local en la posición final del robot con el sistema fijo.
b) La matriz de transformación 4x4 que relaciona el sistema local en la posición final del robot con el mismo sistema local en la posición inicial del robot.

a)

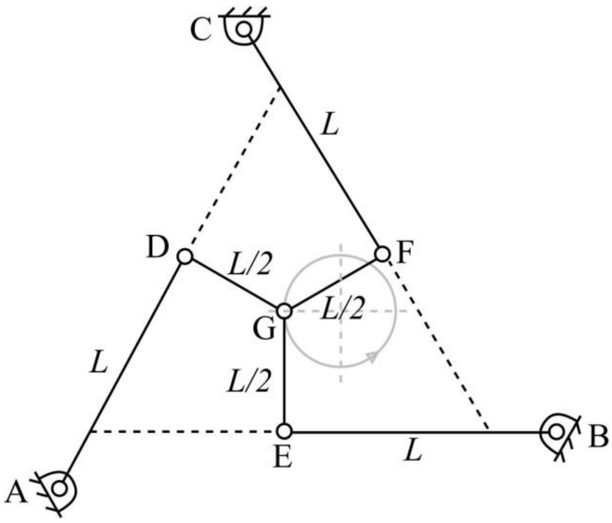
$$\left.\begin{aligned} r_0 &= (0'15,\ 1,\ 0'15) \\ R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \quad T = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0'15 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0'15 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

b)

$$\left.\begin{aligned} r_0 &= (1,\ 0'15,\ -0'15) \\ R &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \quad T = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0'15 \\ 0 & -1 & 0 & -0'15 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 04
Nombre ....

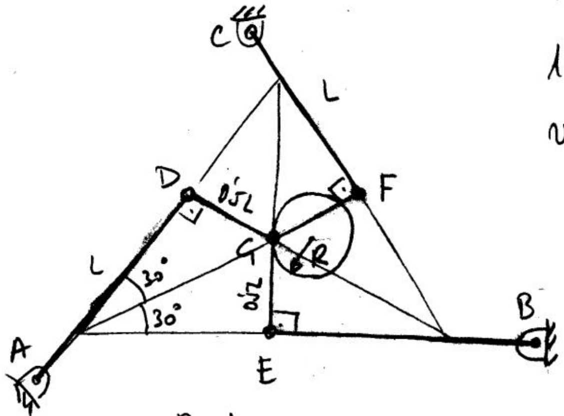
La figura muestra un manipulador paralelo plano de dos grados de libertad. El punto G del manipulador describe una circunferencia de radio *L/4*, y centro sobre la misma horizontal de G en la posición de la figura, dando una vuelta por segundo a la circunferencia en sentido antihorario, a velocidad constante.



En la posición de la figura, las barras AD, BE y CF, de longitud *L*, se hallan sobre los lados de un triángulo equilátero, mientras que las barras DG, EG y FG, de longitud *L/2*, se encuentran perpendiculares, respectivamente, a las anteriores.

Rellenar el cuadro siguiente para la posición de la figura (valores con signo "+" para giro antihorario -saliente-, y con signo "–" para giro horario -entrante-):

Barra	Velocidad angular ω	Aceleración angular α
AD		
DG		
BE		
EG		
CF		
FG		



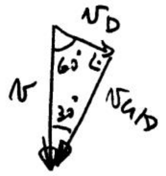
$R = \frac{L}{4}$

$1\ \text{vuelta/seg} = 2\pi\ r/s = \omega$

$v = \omega R = 2\pi R = 2\pi \frac{L}{4} = \frac{\pi L}{2}$

$v_G = v_D + v_{G/D}$

$\downarrow v \quad \underset{?}{30°} \quad \underset{60°}{?}$



$v_D = \frac{v}{2} = \omega_{AD} L \rightarrow \boxed{\omega_{AD} = \frac{v}{2L} \text{ entr}}$

$v_{G/D} = \frac{\sqrt{3}v}{2} = \omega_{DG} \frac{L}{2} \rightarrow \boxed{\omega_{DG} = \frac{\sqrt{3}v}{L} \text{ entr}}$

$v_G = v_E + v_{G/E}$

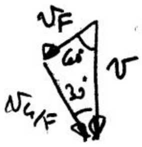
$\downarrow v \quad |? \quad \overline{?}$

$v_E = v = \omega_{BE} L \longrightarrow \boxed{\omega_{BE} = \frac{v}{L} \text{ sal}}$

$v_{G/E} = 0 = \omega_{EG} \frac{L}{2} \longrightarrow \boxed{\omega_{EG} = 0}$

$v_G = v_F + v_{G/F}$

$\downarrow v \quad \underset{?}{30°} \quad \underset{60°}{?}$



$v_F = \frac{v}{2} = \omega_{CF} L \rightarrow \boxed{\omega_{CF} = \frac{v}{2L} \text{ entr}}$

$v_{G/F} = \frac{\sqrt{3}v}{2} = \omega_{FG} \frac{L}{2} \rightarrow \boxed{\omega_{FG} = \frac{\sqrt{3}v}{L} \text{ sal}}$

$a_G = a_D + a_{G/D}$

$\overrightarrow{\frac{v^2}{R}} = \pi^2 L$

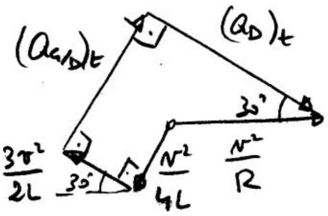
n t 60° ?

30° $\omega_{DG}^2 \frac{L}{2} = \frac{3v^2}{2L}$

n t

60° $\omega_{AD}^2 L = v^2/4L$

30° ?



$(a_D)_t = \frac{3v^2}{2L} + \frac{v^2}{R}\frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{3}{2} + 2\sqrt{3}\right)\frac{v^2}{L} = \alpha_{AD} L$

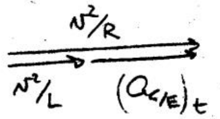
$\boxed{\alpha_{AD} = \frac{3+4\sqrt{3}}{2}\frac{v^2}{L^2} \text{ entr}}$

$(a_{G/D})_t = \frac{v^2}{4L} + \frac{v^2}{R}\cdot\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{4} + 2\right)\frac{v^2}{L} = \frac{9}{4}\frac{v^2}{L} = \alpha_{DG}\frac{L}{2}$

$\boxed{\alpha_{DG} = \frac{9v^2}{2L^2} \text{ sal}}$

$$a_G = a_E + a_{G/E}$$

a_G: $\xrightarrow{\ \frac{v^2}{R}\ }$; a_E: n: $\xrightarrow{\ \omega_{BE}^2 L = \frac{v^2}{L}\ }$, t: $|\ ?$; $a_{G/E}$: n: $\downarrow \omega_{EG}^2 \frac{L}{2} = 0$, t: $\overline{\ ?\ }$



$$(a_E)_t = 0 = \alpha_{BE} L \rightarrow \boxed{\alpha_{BE} = 0}$$

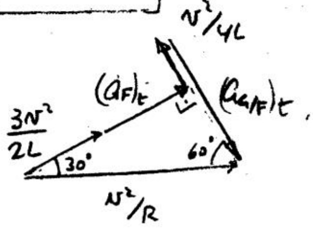
$$\frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{L} + (a_{G/E})_t$$

$$(a_{G/E})_t = \frac{v^2}{R} - \frac{v^2}{L} = \frac{4v^2}{L} - \frac{v^2}{L} = \frac{3v^2}{L} = \alpha_{EG}\frac{L}{2}$$

$$\boxed{\alpha_{EG} = \frac{6v^2}{L^2} \circlearrowright \text{entr}}$$

$$a_G = a_F + a_{G/F}$$

a_G: $\xrightarrow{\ \frac{v^2}{R}\ }$; a_F: n: 60°, $\omega_{CF}^2 L = \frac{v^2}{4L}$; t: 30°, ? ; $a_{G/F}$: n: 30°, $\omega_{FG}^2 \frac{L}{2} = \frac{3v^2}{2L}$; t: 60°, ?



$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{R} = (a_{G/F})_t - \frac{v^2}{4L}$$

$$(a_{G/F})_t = \frac{v^2}{2R} + \frac{v^2}{4L} = \frac{2v^2}{L} + \frac{v^2}{4L} = \frac{9}{4}\frac{v^2}{L} =$$

$$= \alpha_{FG}\frac{L}{2} \rightarrow \boxed{\alpha_{FG} = \frac{9}{2}\frac{v^2}{L^2} \circlearrowleft \text{sal}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v^2}{R} = \frac{3v^2}{2L} + (a_F)_t$$

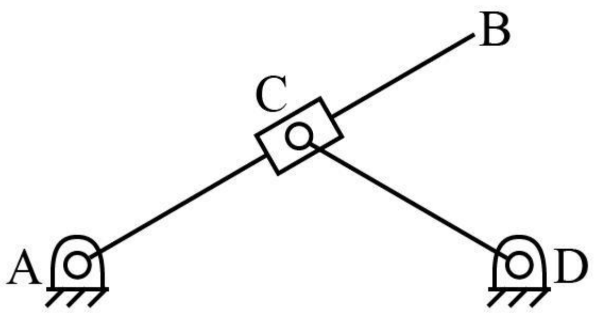
$$(a_F)_t = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v^2}{R} - \frac{3v^2}{2L} = \frac{2\sqrt{3}\,v^2}{L} - \frac{3v^2}{2L} = \frac{4\sqrt{3}-3}{2}\cdot\frac{v^2}{L} = \alpha_{CF} L$$

$$\boxed{\alpha_{CF} = \frac{4\sqrt{3}-3}{2}\frac{v^2}{L^2} \circlearrowleft \text{sal}}$$

Barra	ω	α
AD	$-\pi/4$	$-(4\sqrt{3}+3)\pi^2/8$
DG	$-\sqrt{3}\pi/2$	$9\pi^2/8$
BE	$\pi/2$	0
EG	0	$-3\pi^2/2$
CF	$-\pi/4$	$(4\sqrt{3}-3)\pi^2/8$
FG	$\sqrt{3}\pi/2$	$9\pi^2/8$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 12
Nombre ....

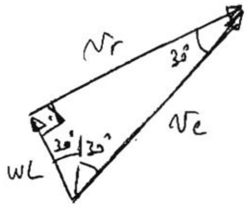
El mecanismo de la figura está formado por las barras AB y CD. La barra AB está articulada al suelo en A. La barra CD está articulada al suelo en D, tiene longitud L, y lleva un carro con articulación en C. El carro desliza sobre la barra AB, de longitud $2L$.



En la posición representada, ambas barras forman 30º con la horizontal. Si se sabe que la barra AB tiene, en esa posición, velocidad angular ω saliente y aceleración angular α entrante, determinar:

a) Velocidad angular de la barra CD.
b) Aceleración angular de la barra CD.

$v_C = v_a + v_r$ (con AB)

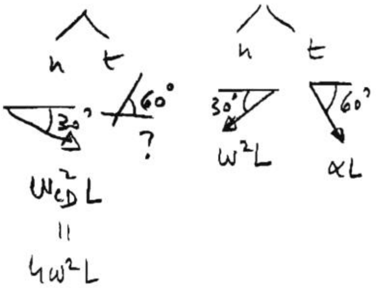


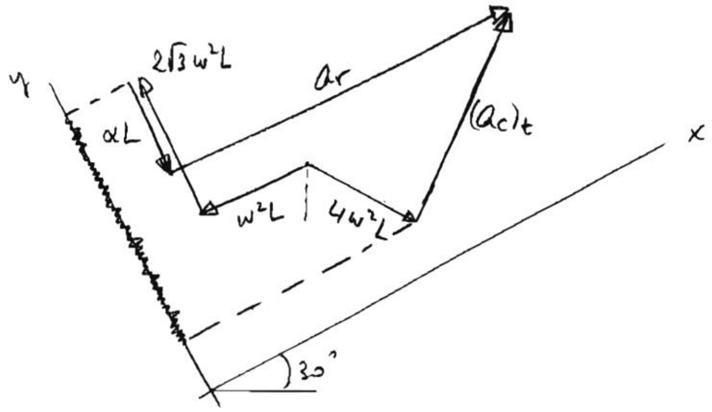
$v_r = \omega L \, \mathrm{tg}\, 60 = \sqrt{3}\,\omega L$

$v_C = \dfrac{\omega L}{\cos 60} = 2\omega L = \omega_{CD} L \Rightarrow \boxed{\omega_{CD} = 2\omega \text{ antih}}$

$a_C = a_a + a_r + a_{cor}$ (con AB)

$2\omega_a v_r = 2\omega\sqrt{3}\,\omega L = 2\sqrt{3}\,\omega^2 L$





Proy en y

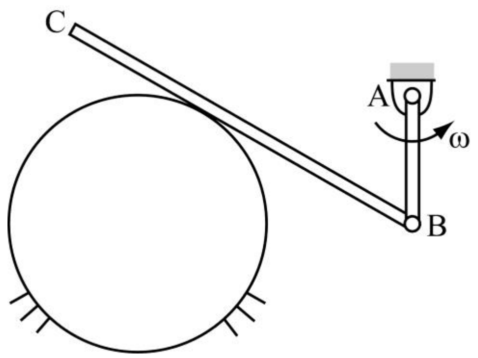
$\alpha L + (a_C)_t \operatorname{sen} 30 = 2\sqrt{3}\,\omega^2 L + 4\omega^2 L \cos 30$

$(a_C)_t = 8\sqrt{3}\,\omega^2 L - 2\alpha L = \alpha_{CD} L$

$\boxed{\alpha_{CD} = 8\sqrt{3}\,\omega^2 - 2\alpha \text{ antih}}$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 13
Nombre ....

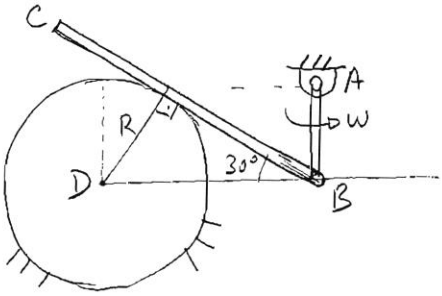
En el mecanismo de la figura, la barra AB tiene longitud R, la barra BC tiene longitud 3R, y el disco, que está fijo al suelo, tiene radio R. Entre la barra BC y el disco hay contacto puntual en todo momento. En la posición representada, la barra AB se encuentra vertical, la barra BC forma un ángulo de 30º con la horizontal, y el punto B se halla en la misma horizontal que el centro del disco.



Si la velocidad angular de la barra AB es constante en el tiempo y tiene valor ω, calcular, para la posición representada en la figura:

a) Velocidad angular de la barra BC.

b) Aceleración angular de la barra BC.



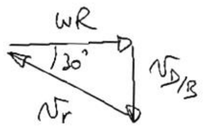
Se va a descomponer el movimiento del centro del disco, D, en arrastre y relativo respecto a la barra BC.

$v_D = v_a + v_r$ (con BC) $\qquad BD = \frac{R}{\sin 30} = 2R$

$v_D = 0$, $\quad v_r$: 30°, ?

$v_a = v_B + v_{D/B}$

$v_B = \omega R \rightarrow$, $\quad v_{D/B}$: | ?



$v_{D/B} = \omega R \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}\omega R = \omega_{BC}\, 2R$

$v_r = \frac{\omega R}{\cos 30} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\omega R$

$$\boxed{\omega_{BC} = \frac{\sqrt{3}}{6}\omega \text{ sal}}$$

$a_D = a_a + a_r + a_{cor}$ (con BC)

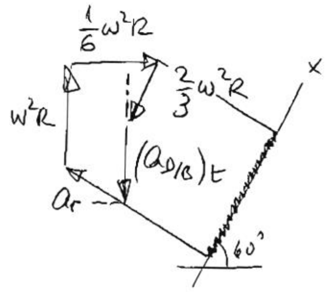
$a_D = 0$, $\quad a_r$: 30°, ?

$a_{cor} = 2\omega_{BC} v_r = 2\frac{\sqrt{3}}{6}\omega\frac{2\sqrt{3}}{3}\omega R = \frac{2}{3}\omega^2 R$ (60°)

$a_a = a_B + a_{D/B}$

$a_B = \omega^2 R \uparrow$, $\quad a_{D/B}$: n, t

n: $\omega_{BC}^2\, 2R = \frac{1}{6}\omega^2 R \rightarrow$, $\quad$ t: | ?



Proyectando sobre el eje x,

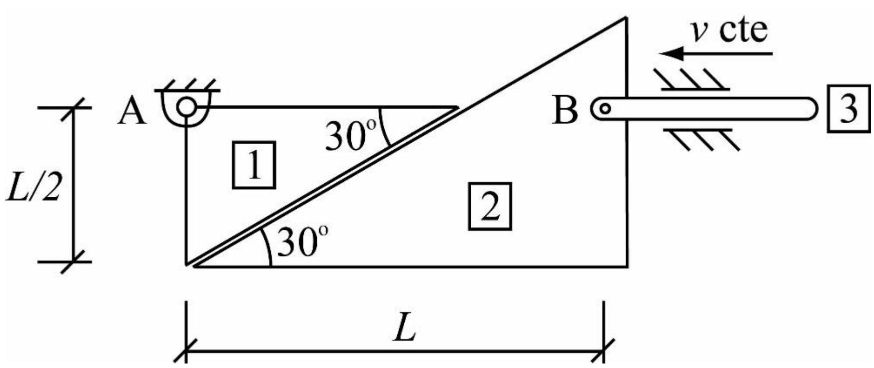
$$\frac{2}{3}\omega^2 R + (a_{D/B})_t \cos 30 = \omega^2 R \cos 30 + \frac{1}{6}\omega^2 R \cos 60$$

$$(a_{D/B})_t = \frac{6\sqrt{3}-7}{6\sqrt{3}}\omega^2 R = \alpha_{BC}\, 2R$$

$$\boxed{\alpha_{BC} = \frac{6\sqrt{3}-7}{12\sqrt{3}}\omega^2 \text{ sal}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 16
Nombre ....

En el mecanismo de la figura, la barra 3 se mueve horizontalmente hacia la izquierda con velocidad constante *v*. El contacto entre los lados de los sólidos 1 y 2 se mantiene en todo momento. Los puntos A y B se hallan en la misma horizontal.



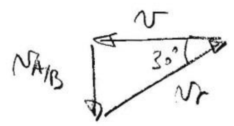
Determinar, en la posición representada:
a) Velocidades angulares de los sólidos 1 y 2.
b) Velocidad de deslizamiento relativa entre los sólidos 1 y 2.
c) Aceleraciones angulares de los sólidos 1 y 2.
d) Aceleración de deslizamiento relativa entre los sólidos 1 y 2.

a,b) $v_A = v_a + v_r$ respecto a $\boxed{2}$

$v_A = 0$; v_r : ? , 30°

$v_a = v_B + v_{A/B}$

v_B : ← v ; $v_{A/B}$: | ?



$v_{A/B} = v \, tg\, 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} v = \omega_2 L \rightarrow$

$$\boxed{\omega_2 = \frac{\sqrt{3}\, v}{3L} \text{ ↻ sal } = \omega_1}$$

$v_r = \frac{v}{\cos 30} = \boxed{\frac{2v}{\sqrt{3}} = v_{\text{desl. rel de 1 respecto a 2}} \quad 30°}$

c,d) $a_A = a_a + a_r + a_{cor}$ respecto a $\boxed{2}$

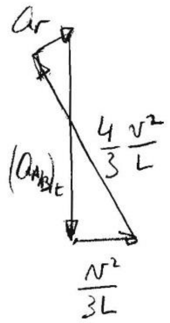
$a_A = 0$; a_r : ? , 30°

$a_{cor} = 2\omega_2 v_r = 2 \frac{\sqrt{3}\, v}{3L} \cdot \frac{2v}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\frac{v^2}{L}$, 60°

$a_a = a_B + a_{A/B}$

$a_B = 0$; $a_{A/B}$: n , t

n : → $\omega_2^2 L = \frac{v^2}{3L}$; t : | ?



Proy horiz

$$\frac{4}{3}\frac{v^2}{L}\cdot\frac{1}{2} = \frac{v^2}{3L} + a_r \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{v^2}{L} = a_r = \boxed{\frac{2\sqrt{3}}{9}\frac{v^2}{L} \quad 30° = a_{\text{desl. rel de 1 respecto a 2}}}$$

Proy vert

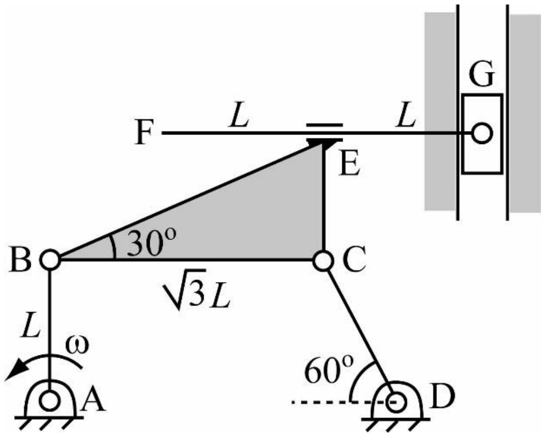
$$(a_{A/B})_t = \frac{4}{3}\frac{v^2}{L}\frac{\sqrt{3}}{2} + a_r \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{v^2}{L} + \frac{\sqrt{3}}{9}\frac{v^2}{L} = \frac{7\sqrt{3}}{9}\frac{v^2}{L} = \alpha_2 L$$

$$\boxed{\alpha_2 = \frac{7\sqrt{3}}{9}\frac{v^2}{L^2} \text{ ↻ sal } = \alpha_1}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Julio 16

Nombre...

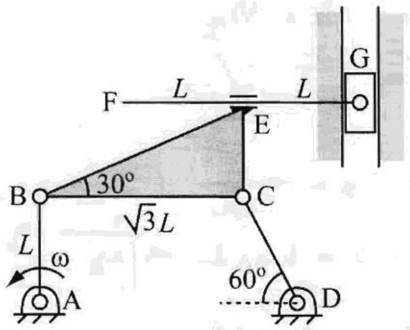
En el mecanismo de la figura y para la posición representada, obtener la velocidad del punto G, sabiendo que la barra AB está animada de una velocidad angular ω saliente.



Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Julio 16

Nombre...

1- En el mecanismo de la figura y para la posición representada, obtener la velocidad del punto G, sabiendo que la barra AB está animada de una velocidad angular ω saliente.



$v_C = v_B + v_{C/B}$

? 30° ← ωL | ?

ωL, 30°, $v_{C/B}$, v_C

$v_{C/B} = \frac{\sqrt{3}}{3}\omega L =$

$= \omega_{BCE}\sqrt{3}\,L$

$\boxed{\omega_{BCE} = \frac{\omega}{3} \text{ entr} = \omega_{FG}}$

$v_E = v_B + v_{E/B}$

← ωL 60° $\frac{2\omega L}{3}$

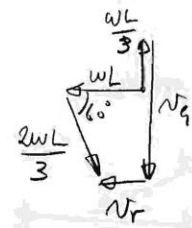
$v_E = v_a + v_r$ (respecto a FG)

?

← ωL 60° $\frac{2\omega L}{3}$

$v_G + v_{E/G}$

| ? ↑ $\frac{\omega L}{3}$



$v_G = \frac{\omega L}{3} + \frac{2\omega L}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \boxed{\frac{\omega L}{3}(1+\sqrt{3}) = v_G \downarrow}$