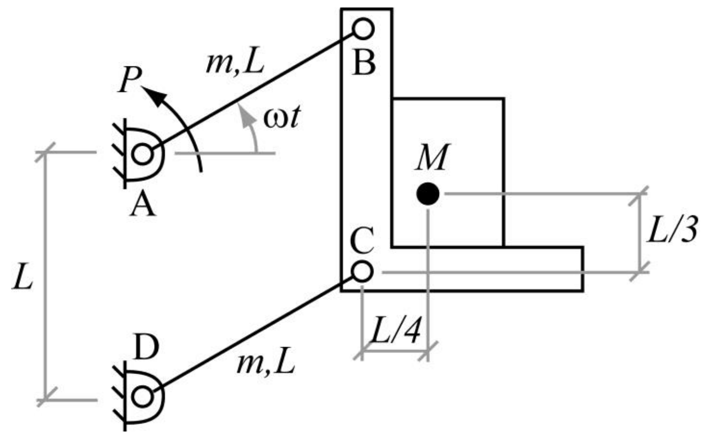
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 21
Nombre...

El mecanismo de la figura, que se encuentra sometido a la acción gravitatoria con valor de la gravedad g, consta de dos manivelas, AB y CD, ambas de masa m y longitud L, y de un acoplador, BC, que transporta una carga, unida solidariamente al acoplador. La distancia entre las articulaciones A y D es L, y la distancia las articulaciones B y C es también L. El conjunto de acoplador y carga posee masa M, y su centro de masas se encuentra en la posición indicada con el punto negro. Un motor rotativo situado en A se encarga de asegurar que la manivela AB gire con velocidad angular ω constante saliente. Cuando el tiempo es t=0, la manivela AB se halla en posición horizontal, con B a la derecha de A, según se muestra en la figura.



Determinar, en un instante t cualquiera, como el representado en la figura:
a) Velocidad angular de la manivela CD y del conjunto acoplador-carga.
b) Aceleración angular de la manivela CD y del conjunto acoplador-carga.
c) Fuerzas y momentos aplicados y de inercia sobre el mecanismo.
d) Par P que debe realizar el motor para que el movimiento sea el indicado.
e) Trabajo realizado por el motor durante una vuelta de la manivela AB.

a) Dado que se trata de un cuadrilátero articulado con todas sus barras de igual longitud, ambas manivelas poseen la misma velocidad angular en todo momento, mientras que el conjunto acoplador-carga se traslada, teniendo por tanto velocidad angular nula.

Esto se comprueba,

$$v_C = v_B + v_{C/B}$$

? $\quad$ ωL $\quad$?

$v_C = \omega L = \omega_{CD} L \Rightarrow \boxed{\omega_{CD} = \omega \circlearrowleft \text{ fel}}$

$v_{C/B} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_{BC} = 0}$

b) Por el mismo motivo anterior, ambas manivelas poseen la misma aceleración angular en todo momento, y el conjunto acoplador-carga tiene aceleración angular nula.

$$a_C = a_B + a_{C/B}$$

a_C: n: $\omega^2 L$; t: ?

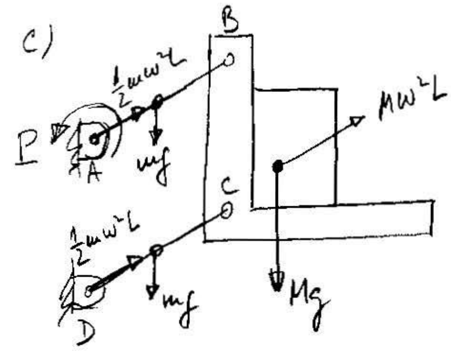
a_B: n: $\omega^2 L$; t: $= 0$

$a_{C/B}$: n: $= 0$; t: ?

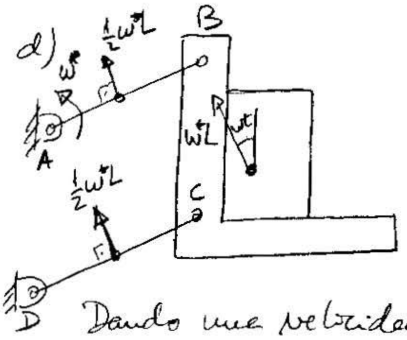
$(a_C)_t = 0 = \alpha_{CD} L \Rightarrow \boxed{\alpha_{CD} = 0}$

$(a_{C/B})_t = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha_{BC} = 0}$

c)



d)



Dando una velocidad angular virtual ω^* a la manivela AB, se obtienen estas velocidades virtuales.

Aplicando ahora el teorema de potencias virtuales,

$$\dot{W}^* = P\cancel{\omega^*} - 2mg\frac{1}{2}\cancel{\omega^*}L\cos\omega t - Mg\cancel{\omega^*}L\cos\omega t = 0$$

$$\boxed{P = (M+m)gL\cos\omega t}$$

e) El trabajo realizado por el motor se obtiene integrando la potencia del mismo desde $t=0$ hasta $t=\frac{2\pi}{\omega}$, que es el tiempo que tarda la manivela AB en dar una vuelta.

$$W = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \dot{W}\,dt = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} P\omega\,dt = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (M+m)gL\omega\cos\omega t\,dt =$$

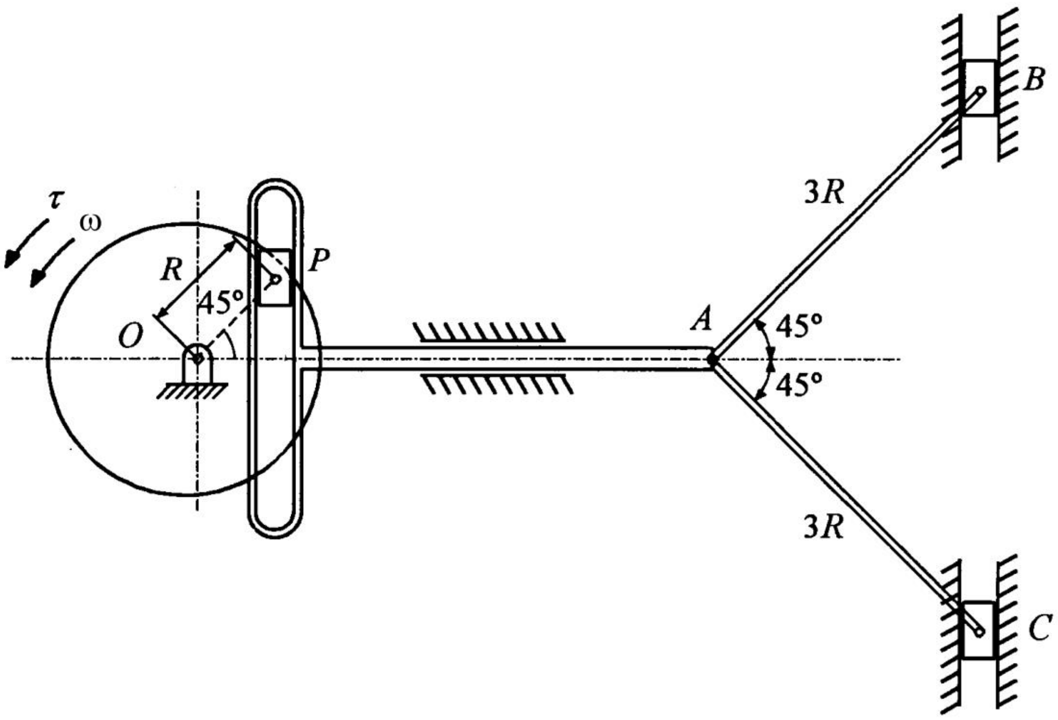
$$= (M+m)gL\left[\operatorname{sen}\omega t\right]_0^{\frac{2\pi}{\omega}} = \boxed{0 = W}$$

La explicación de que el trabajo en una vuelta de manivela sea nulo viene de que el motor debe dar par para subir el peso del sistema en la fase de subida, y debe dar par para frenar la caída del sistema en la fase de bajada.

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Julio 21

Nombre..

El dispositivo de la figura está basado en un mecanismo que se utiliza para generar movimientos armónicos, denominado yugo escocés. El disco, articulado en su centro O al suelo, gira con velocidad angular constante ω por efecto de un motor rotativo situado en la articulación O. El bloque P está articulado al disco a una distancia R del centro del mismo, O. Al girar el disco, éste arrastra a la deslizadera P, quien a su vez arrastra al elemento en forma de T tumbada, obligándole a deslizar horizontalmente en su carril. En el extremo derecho, A, de este elemento, se articulan dos barras de longitud $3R$, cuyos extremos se articulan a su vez a las deslizaderas B y C.



Si las deslizaderas B y C tienen masa M cada una, las masas de los demás elementos son despreciables, y la gravedad tiene valor g, determinar, para la posición del mecanismo representada en la figura:

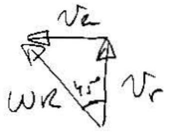
a) Velocidad del punto A, velocidad angular de las barras AB y AC, y velocidad de las deslizaderas B y C.

b) Aceleración del punto A, aceleración angular de las barras AB y AC, y aceleración de las deslizaderas B y C.

c) Par τ que debe realizar el motor rotativo situado en O para que el movimiento sea el indicado.

a) $v_P = v_a + v_r$ (con el elemento en forma de T)

ωR ; 45° — ? — | ?

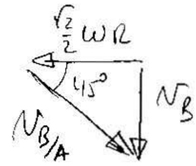


$v_a = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}\omega R = v_A \leftarrow}$

$v_r = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega R$

$v_B = v_A + v_{B/A}$

| ? — $\leftarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\omega R$ — 45° ?



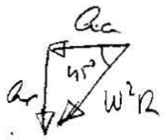
$\boxed{v_B = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega R \downarrow}$

$v_{B/A} = \omega R = \omega_{AB}\, 3R \Rightarrow \boxed{\omega_{AB} = \frac{\omega}{3} \text{ entrante}}$

Por simetría, $\boxed{v_C = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega R \uparrow}$, $\boxed{\omega_{AC} = \frac{\omega}{3} \text{ saliente}}$

b) $a_P = a_a + a_r + a_{cor}$ (con el elemento en forma de T)

$\omega^2 R$; 45° — ? — | ? — $= 0$

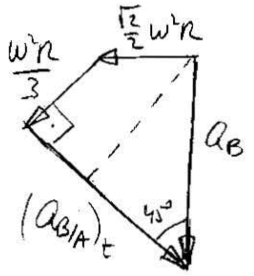


$a_a = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 R = a_A \leftarrow}$

$a_r = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 R$

$a_B = a_A + a_{B/A}$

| ? — $\leftarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 R$ — n: 45°, $\omega_{AB}^2 3R = \frac{\omega^2 R}{3}$ — t: 45°, ?



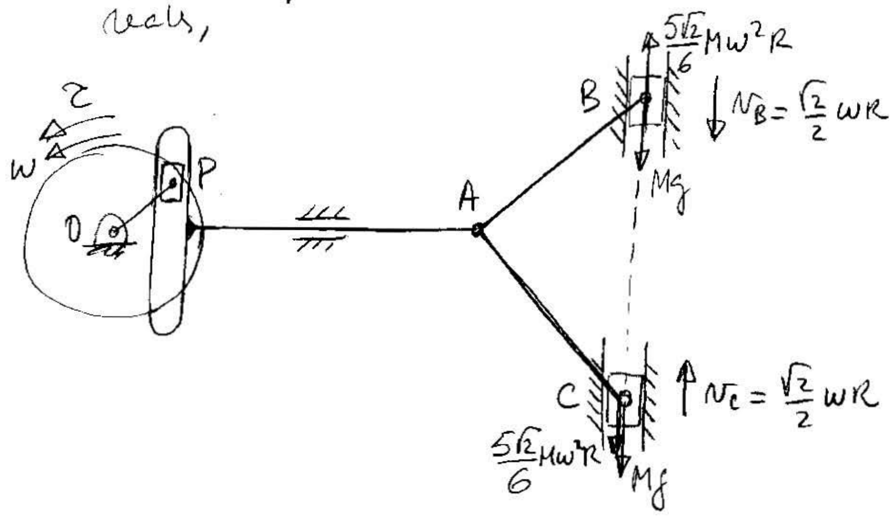
$$\frac{\sqrt{2}}{2}a_B = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 R\right)\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\omega^2 R}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{5\sqrt{2}}{6}\omega^2 R \downarrow = a_B}$$

$$(a_{B/A})_t = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 R\right)\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{6}\omega^2 R\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right)\omega^2 R =$$

$$= \frac{4}{3}\omega^2 R = \alpha_{AB}\, 3R \Rightarrow \boxed{\alpha_{AB} = \frac{4}{9}\omega^2 \text{ entrante}}$$

Por simetria, $\boxed{a_C = \frac{5\sqrt{2}}{6}\omega^2 R \uparrow}$, $\boxed{\alpha_{AC} = \frac{4}{9}\omega^2 \text{ rad}}$

c) Aplicando potencia virtual con las velocidades reales,



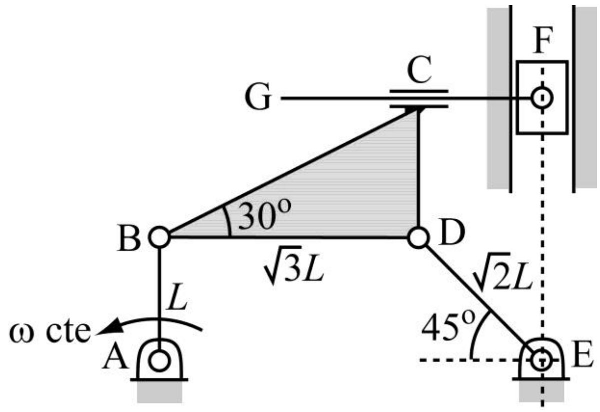
$$\dot{W}^* = \tau\omega + \left(Mg - \frac{5\sqrt{2}}{6}M\omega^2 R\right)\frac{\sqrt{2}}{2}\omega R -$$

$$- \left(Mg + \frac{5\sqrt{2}}{6}M\omega^2 R\right)\frac{\sqrt{2}}{2}\omega R = 0$$

$$\boxed{\tau = \frac{5}{3}M\omega^2 R^2}$$

Ejercicio de TEORIA DE MAQUINAS – 2021/2022
Nombre...

El mecanismo de la figura se mueve merced a la actuación de un motor rotativo situado en la articulación A. Se considera que la masa de todos los elementos del mecanismo es despreciable, a excepción de la del bloque F, cuyo valor es m. El sistema se halla sometido a la acción de la gravedad, g. El elemento BCD es un triángulo rectángulo, que lleva una deslizadera rígidamente unida al propio elemento en C.



Si la velocidad angular de la barra AB es ω saliente y constante, determinar, para la posición del mecanismo representada en la figura:

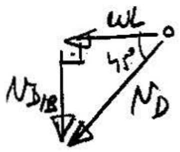
a) Velocidad del bloque F.

b) Aceleración del bloque F.

c) Par que ha de proporcionar el motor rotativo situado en A, para que el movimiento del mecanismo sea el deseado.

a) $v_D = v_B + v_{D/B}$

$?\angle 45°$ $\quad \overleftarrow{\omega L} \quad |\,?$



$v_D = \sqrt{2}\,\omega L = \omega_{DE}\sqrt{2}\,L$

$\omega_{DE} = \omega$ hor

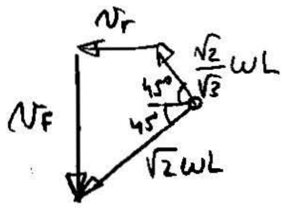
$v_{D/B} = \omega L = \omega_{BCD}\sqrt{3}\,L \Rightarrow \omega_{BCD} = \frac{\omega}{\sqrt{3}}$ antihor. $= \omega_{FG}$

$v_D = v_a + v_r$ (com FG)

$45°\ \sqrt{2}\,\omega L \qquad \overline{?}$

$v_F + v_{D/F}$

$|\,? \quad 45° \quad \omega_{FG}\sqrt{2}\,L = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\,\omega L$



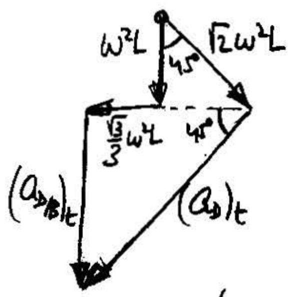
$$v_F = \sqrt{2}\,\omega L\,\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\,\omega L\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\omega L \downarrow = v_F}$$

$$v_r = \sqrt{2}\,\omega L\,\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\,\omega L\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\omega L \leftarrow = v_r$$

b) $a_D = a_B + a_{D/B}$

n: $45°$; t: $?\angle 45°$; $\downarrow \omega^2 L$; n: $\overleftarrow{\omega_{BCD}^2\sqrt{3}\,L} = \frac{\sqrt{3}}{3}\,\omega^2 L$; t: $|\,?$

$\omega_{DE}^2\sqrt{2}\,L = \sqrt{2}\,\omega^2 L$



$$(a_D)_t = \left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\sqrt{2}\,\omega^2 L = \alpha_{DE}\sqrt{2}\,L \rightarrow \alpha_{DE} = \left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\omega^2 \text{ hor}$$

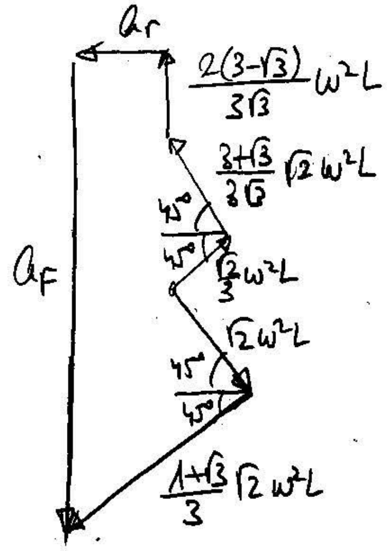
$$(a_{D/B})_t = \left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\omega^2 L = \alpha_{BCD}\sqrt{3}\,L \Rightarrow \alpha_{BCD} = \frac{3+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\,\omega^2 \text{ antihor} = \alpha_{FG}$$

$a_D = a_a + \underset{?}{\underline{a_r}} + a_{cor}$ (com FG) $\rightsquigarrow 2\omega_{FG}v_r = \frac{2(3-\sqrt{3})}{3\sqrt{3}}\,\omega^2 L \uparrow$

n: $45°$, $\sqrt{2}\,\omega^2 L$; t: $45°$, $\alpha_{DE}\sqrt{2}\,L = \left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\sqrt{2}\,\omega^2 L$

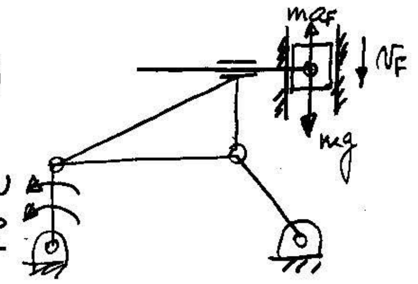
$a_F + a_{D/F}$

$|\,?$; n: $45°$, $\omega_{FG}^2\sqrt{2}\,L = \frac{\sqrt{2}}{3}\,\omega^2 L$; t: $45°$, $\alpha_{FG}\sqrt{2}\,L = \frac{3+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\sqrt{2}\,\omega^2 L$



$$\boxed{a_F} = \frac{1+\sqrt{3}}{3}\sqrt{2}\,\omega^2 L\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}\,\omega^2 L\frac{\sqrt{2}}{2} +$$
$$+ \frac{\sqrt{2}}{3}\omega^2 L\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\sqrt{2}\,\omega^2 L\frac{\sqrt{2}}{2} +$$
$$+ \frac{2(3-\sqrt{3})}{3\sqrt{3}}\omega^2 L = \boxed{\frac{2(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}\omega^2 L \downarrow}$$

c)



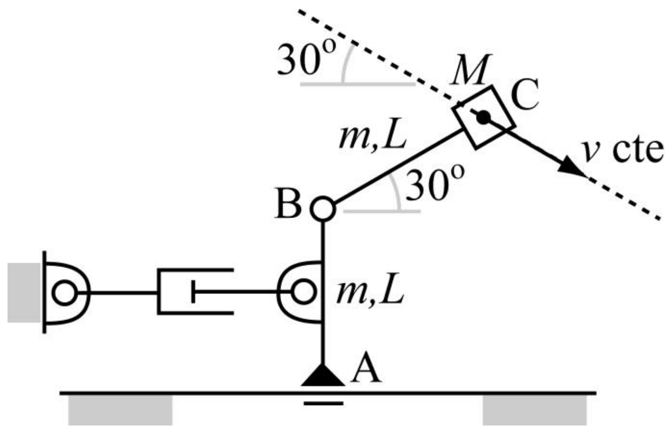
$$\dot{W}^* = P\omega + (mg - ma_F)N_F = P\cancel{\dot\varphi} + m(g - a_F)\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\cancel{\dot\varphi}L = 0$$

$$P = m(a_F - g)\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)L$$

$$\boxed{P = mL\left[\frac{2(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}\omega^2 L - g\right]\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 22
Nombre...

La figura muestra un robot plano de dos grados de libertad, formado por dos barras de longitud L y masa uniformemente distribuida m, que lleva en su mano una carga puntual de masa M. La primera barra se une al suelo mediante un par prismático, y la segunda barra se une a la primera mediante un par de revolución. El movimiento del robot se controla mediante un motor lineal que actúa horizontalmente en el punto medio de la primera barra, y mediante un motor rotativo que se aloja en la articulación B. El sistema está sometido a la acción de la gravedad, g.

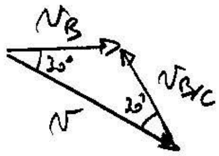


El robot mueve su mano C siguiendo una trayectoria recta descendente con un ángulo de inclinación de 30º a velocidad constante v. En la posición del robot representada en la figura, determinar:

a) Velocidad de traslación de la barra AB y velocidad angular de la barra BC.
b) Aceleración de traslación de la barra AB y aceleración angular de la barra BC.
c) Esfuerzos motores y reacciones en todos los pares cinemáticos del robot.

a) $v_B = v_C + v_{B/C}$

$\underline{\quad}$? $\qquad$ 30° $\;v$ $\qquad$ 60° ?



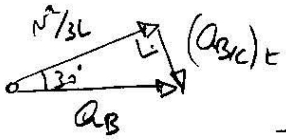
$v_B \cos 30 = \frac{v}{2}$

$$\boxed{v_B = \frac{\sqrt{3}}{3} v \longrightarrow}$$

$$v_{B/C} = v_B = \frac{\sqrt{3}}{3} v = \omega_{BC} L \Rightarrow \boxed{\omega_{BC} = \frac{\sqrt{3}\, v}{3L} \text{ anti}}$$

b) $a_B = a_C + a_{B/C}$

$\underline{\quad}$? $\qquad a_C = 0 \qquad$ n $\quad$ t



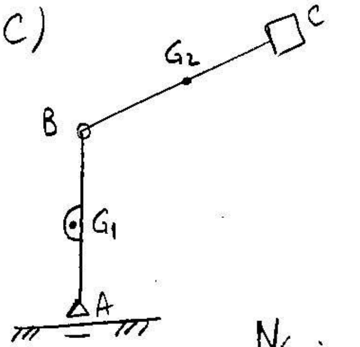
30° $\qquad$ 60° ?

$\omega_{BC}^2 L = \frac{v^2}{3L}$

$$\boxed{a_B = \frac{v^2}{3L\cos 30} = \frac{2\sqrt{3}\, v^2}{9L} \longrightarrow}$$

$$(a_{B/C})_t = \frac{v^2}{3L}\, tg\, 30 = \frac{\sqrt{3}\, v^2}{9L} = \alpha_{BC} L \Rightarrow \boxed{\alpha_{BC} = \frac{\sqrt{3}\, v^2}{9L^2} \text{ hor}}$$

c)



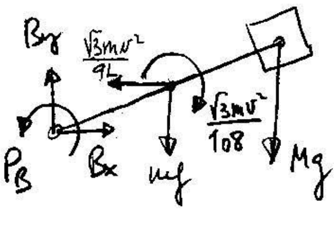
$$a_{G_2} = a_C + a_{G_2/C} = \frac{\sqrt{3}\, v^2}{9L} \longrightarrow$$

$a_C = 0 \qquad$ n $\quad$ t

30° $\qquad$ 60°

$\omega_{BC}^2 \frac{L}{2} = \frac{v^2}{6L} \qquad \alpha_{BC}\frac{L}{2} = \frac{\sqrt{3}\, v^2}{18L}$

$$M_{G_2 in} = I_{G_2}\alpha_{BC} = \left(\frac{1}{12} m L^2\right)\frac{\sqrt{3}\, v^2}{9L^2} = \frac{\sqrt{3}}{108} m v^2 \text{ anti}$$

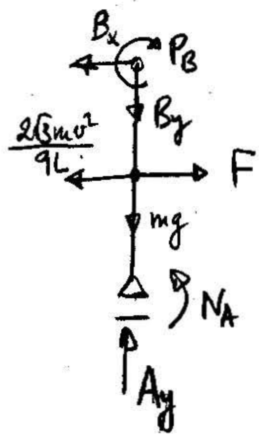


$$B_x - \frac{\sqrt{3} m v^2}{9L} = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = \frac{\sqrt{3} m v^2}{9L}}$$

$$B_y - mg - Mg = 0 \Rightarrow \boxed{B_y = (M+m) g}$$

$$P_B - \frac{\sqrt{3} m v^2}{108} - mg\frac{L}{2}\cos 30 - MgL\cos 30 + \frac{\sqrt{3} m v^2}{9L}\cdot\frac{L}{2}\sin 30 = 0$$

$$\boxed{P_B = \frac{\sqrt{3}}{4}(2M+m) gL - \frac{\sqrt{3} m v^2}{54}}$$



$$F - B_x - \frac{2\sqrt{3}\,m v^2}{9L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = \frac{\sqrt{3}\,m v^2}{3L}}$$

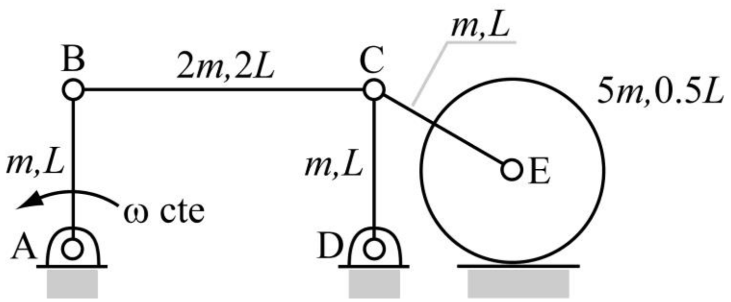
$$A_y - mg - B_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_y = (M + 2m)g}$$

$$N_A - P_B + F\,\frac{L}{2} - \frac{2\sqrt{3}\,m v^2}{9L} \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\boxed{N_A = \frac{\sqrt{3}}{4}(2M+m)gL - \frac{8\sqrt{3}\,m v^2}{27}}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Julio 22
Nombre...

En el mecanismo de la figura, el cuadrilátero articulado ABCD está unido al disco de centro E mediante la barra CE, articulada en sus extremos. El cuadrilátero articulado está formado por dos barras, AB y CD, de masa m y longitud L, y por la barra BC de masa $2m$ y longitud $2L$, siendo también $2L$ la distancia entre los puntos fijos A y D. La barra CE posee masa m y longitud L, el disco con centro E tiene masa $5m$ y radio $0.5L$. Entre el disco y el suelo hay rozamiento suficiente para garantizar la rodadura. Tanto las barras como el disco tienen la masa uniformemente distribuida. El sistema se halla sometido a la acción de la gravedad, g.



Si, en el instante representado en la figura, en el que las barras AB y CD se hallan en posición vertical, la barra AB se mueve con velocidad angular saliente ω constante, determinar:

a) La velocidad angular de la barra CE y la velocidad angular del disco.

b) La aceleración angular de la barra CE y la aceleración angular del disco.

c) Representar el mecanismo, indicando todas las fuerzas y momentos aplicados y de inercia que actúan sobre el mismo.

d) Calcular el par motor que debe realizar un motor rotativo situado en A para que el movimiento del mecanismo sea el descrito.

e) Realizar los diagramas de sólido libre de todos los elementos del mecanismo, indicando las fuerzas y momentos aplicados y de enlace que actúan sobre ellos.

a) $v_E = v_C + v_{E/C} \Rightarrow v_E = v_C = \omega L = \omega_{Disco}\frac{L}{2}$ (←)

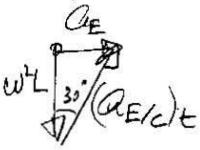
$\underline{?}\quad \overleftarrow{\omega L} \quad ?/60°$

$\boxed{\omega_{Disco} = 2\omega \text{ sal}}$

$v_{E/C} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_{CE} = 0}$

b) $a_E = a_C + a_{E/C}$

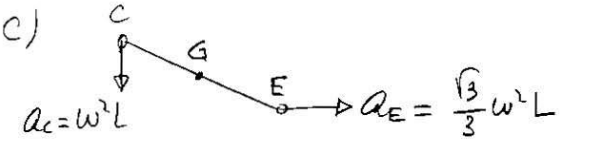
$\underline{?}\quad \downarrow \omega^2 L \quad n = 0,\quad t\ ?/60°$



$a_E = \omega^2 L \operatorname{tg} 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}\omega^2 L = \alpha_{Disco}\frac{L}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_{Disco} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\omega^2 \text{ entr}}$

$(a_{E/C})_t = \frac{\omega^2 L}{\cos 30} = \frac{2\omega^2 L}{\sqrt{3}} = \alpha_{CE} L \Rightarrow \boxed{\alpha_{CE} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\omega^2 \text{ sal}}$

c)

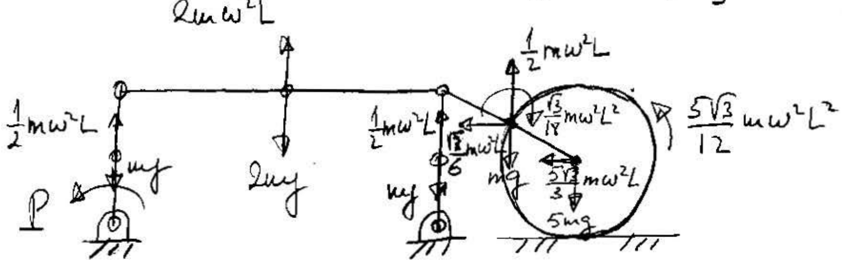


La aceleración de G es la semisuma de las de C y E, luego,

$a_G = \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{6}\omega^2 L,\quad \downarrow \frac{\omega^2 L}{2}$

$I_G^{CE}\alpha_{CE} = \frac{1}{12}mL^2\frac{2\sqrt{3}}{3}\omega^2 = \frac{\sqrt{3}}{18}m\omega^2L^2$

$I_G^{Disco}\alpha_{Disco} = \frac{1}{2}5m\left(\frac{L}{2}\right)^2\frac{2\sqrt{3}}{3}\omega^2 = \frac{5\sqrt{3}}{12}m\omega^2L^2$



d) $$\dot{W} = P\cancel{\omega} + \frac{\sqrt{3}}{6} m\omega^2 L \cancel{\omega} L + \frac{5\sqrt{3}}{3} m\omega^2 L \cancel{\omega} L +$$

$$+ \frac{5\sqrt{3}}{12} m\omega^2 L^2 \, 2\cancel{\omega} = 0$$

$$\boxed{P = -\left(\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{5\sqrt{3}}{6}\right) m\omega^2 L^2 = -\frac{8\sqrt{3}}{3} m\omega^2 L^2}$$

e)