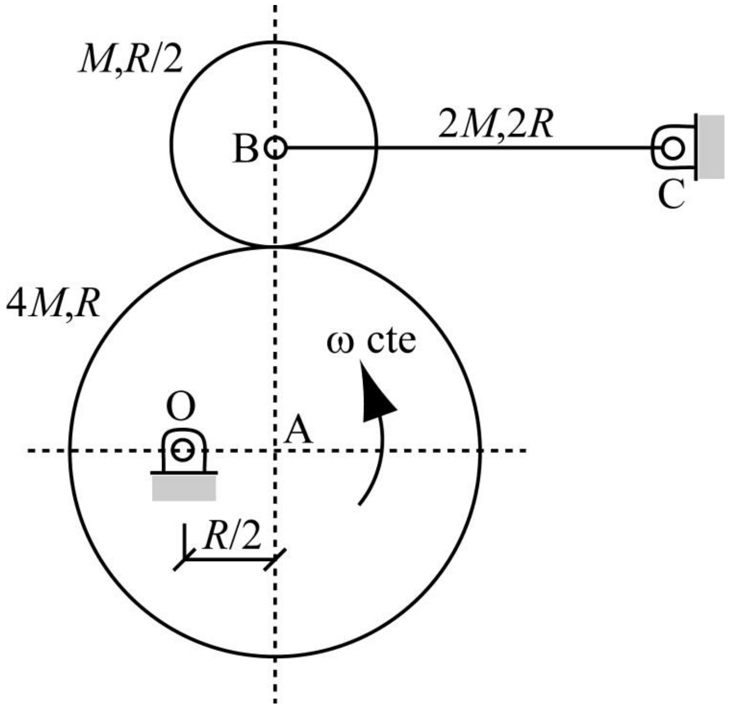
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – 2023/2024
Nombre...

La figura muestra un conjunto leva-seguidor, donde la leva es una excéntrica de masa $4M$ y radio R, cuya articulación al suelo, O, se halla a una distancia $R/2$ del centro, A, y el seguidor es un disco de masa M y radio $R/2$ que rueda sobre la excéntrica y está articulado en su centro, B, a una barra de masa $2M$ y radio $2R$, articulada a su vez al suelo en su otro extremo, C. El sistema se halla sometido a la gravedad, de valor g.

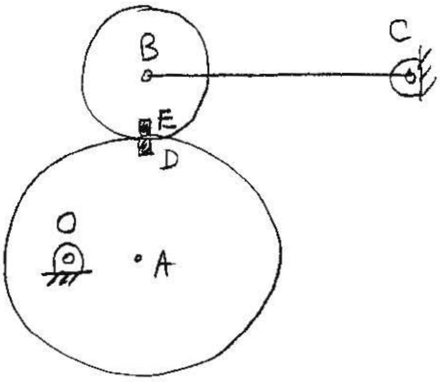


Si la excéntrica gira en sentido antihorario con velocidad angular ω constante, propulsada por un motor rotativo situado en la articulación O, determinar, en la posición del sistema representada en la figura:

a) Velocidad angular del seguidor y de la barra BC.

b) Aceleración angular del seguidor y de la barra BC.

c) Par motor que ha de proporcionar el motor rotativo situado en O para que el movimiento del sistema sea el indicado.



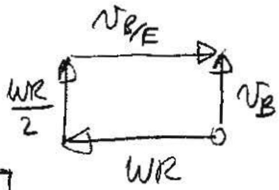
a) Método 1

$$\vec{v}_B = \vec{v}_E + \vec{v}_{B/E}$$

$| ?$ $\quad \parallel \quad$ $\overline{\ ?\ }$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{v}_{D/A}$$

$\uparrow \frac{\omega R}{2} \qquad \leftarrow \omega R$



$$v_B = \frac{\omega R}{2} = \omega_{BC}\, 2R \Rightarrow \boxed{\omega_{BC} = \frac{\omega}{4} \text{ entr}}$$

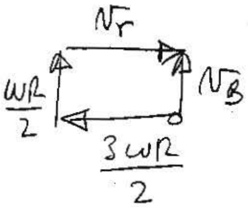
$$v_{B/E} = \omega R = \omega_{seg} \frac{R}{2} \Rightarrow \boxed{\omega_{seg} = 2\omega \text{ entr}}$$

Método 2

$$\vec{v}_B = \vec{v}_a + \vec{v}_r \quad \text{(respecto a excéntrica)}$$

$| ?$ $\qquad \vec{v}_a = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$ $\qquad \overline{\ ?\ }$

$\uparrow \frac{\omega R}{2} \qquad \leftarrow \frac{3\omega R}{2}$



$$v_B = \frac{\omega R}{2} = \omega_{BC}\, 2R \Rightarrow \boxed{\omega_{BC} = \frac{\omega}{4} \text{ entr}}$$

$$v_r = \frac{3\omega R}{2} = \omega_r \frac{R}{2} \Rightarrow \omega_r = 3\omega \text{ entr}$$

$$\omega_{seg} = \omega_a + \omega_r = \omega - 3\omega = -2\omega \Rightarrow \boxed{\omega_{seg} = 2\omega \text{ entr}}$$

b) Método 1

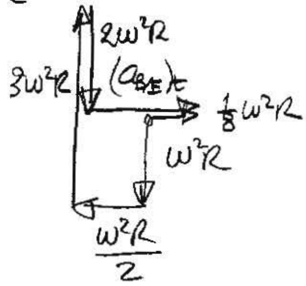
$$\vec{a}_B = \vec{a}_E + \vec{a}_{B/E} \begin{cases} n & \downarrow \omega_{seg}^2 \frac{R}{2} = 2\omega^2 R \\ t & \overline{\ ?\ } \end{cases}$$

$\vec{a}_B$: n: $\rightarrow \omega_{BC}^2 2R = \frac{1}{8}\omega^2 R$; $\quad t$: $| ?$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_r, \qquad \uparrow \frac{\omega_r^2}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R/2}} = 3\omega^2 R$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{D/A}$$

$\leftarrow \frac{\omega^2 R}{2} \qquad \downarrow \omega^2 R$



$(a_B)_t = 0 = \alpha_{BC}\,2R \Rightarrow \boxed{\alpha_{BC} = 0}$

$(a_{B/E})_t = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)\omega^2 R = \frac{5}{8}\omega^2 R = \alpha_{seg}\frac{R}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_{seg} = \frac{5}{4}\omega^2 \text{ entr}}$

Método 2

$\vec{a}_B = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$ (respecto a excéntrica)

$2\omega_e v_r = \cancel{3\omega^2 R}$

$\vec{a}_B$: n: $\omega_{BC}^2 2R = \frac{1}{8}\omega^2 R$; t: ?

$\vec{a}_e = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$: $\frac{\omega^2 R}{2}$, $\cancel{\frac{3\omega^2 R}{2}}$

$\vec{a}_r$: n: $\frac{v_r^2}{\frac{3R}{2}} = \cancel{\frac{3\omega^2 R}{2}}$; t: ?

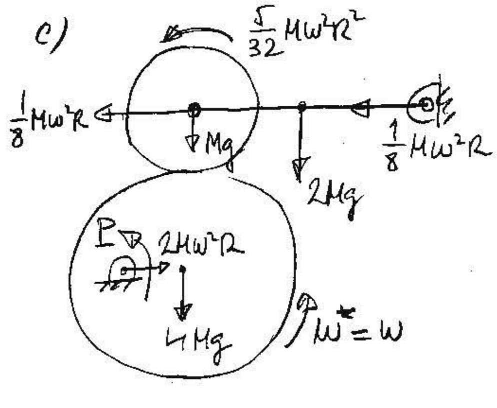
$(a_r)_t$: $\frac{\omega^2 R}{2}$, $\frac{1}{8}\omega^2 R$

$(a_B)_t = 0 = \alpha_{BC}\,2R \Rightarrow \boxed{\alpha_{BC} = 0}$

$(a_r)_t = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)\omega^2 R = \frac{5}{8}\omega^2 R = \alpha_r\frac{R}{2} \Rightarrow \alpha_r = \frac{5}{4}\omega^2$ entr

$\alpha_{seg} = \alpha_a + \alpha_r = 0 - \frac{5}{4}\omega^2 = -\frac{5}{4}\omega^2 \Rightarrow \boxed{\alpha_{seg} = \frac{5}{4}\omega^2 \text{ entr}}$

c)



Aplicando el verdadero campo de velocidades como velocidades virtuales, $\omega^* = \omega$,

$$\dot{W} = P\cancel{\omega^*} - 4Mg\frac{\cancel{\omega^*}R}{2} - Mg\frac{\cancel{\omega^*}R}{2} - \frac{5}{32}M\omega^2R^2\,2\cancel{\omega^*} - 2Mg\frac{\cancel{\omega^*}R}{4} = 0$$

$$\boxed{P = 3MgR + \frac{5}{16}M\omega^2R^2}$$