

## PROLOGO

Dentro de la Mecánica tradicional, se distinguen dos grandes áreas: la Estática y la Dinámica. La Estática estudia aquellos sistemas que se supone van a estar en equilibrio, es decir, quietos. La Dinámica se encarga de aquellos otros que se supone van a moverse. Si bien los sistemas susceptibles de ser estudiados por las disciplinas mencionadas son variadísimos, desde los más grandes y lejanos (Astronomía), hasta los más pequeños y próximos (Física de Partículas), existen ciertos sistemas que nos resultan más familiares por el uso que de ellos hacemos a diario. Dentro de tales sistemas se encuentran muchos elementos del mobiliario doméstico o industrial más común –armarios, mesas, sillas, camas, estanterías, etc.–, los edificios, los puentes y, en general, la construcción civil, por lo que respecta a la Estática; y las máquinas y mecanismos de todo tipo –automóviles, trenes, aviones, taladros, lavadoras, grúas, etc.– en lo referente a la Dinámica. El presente artículo trata sobre la evolución que ha sufrido el estudio de los sistemas mecánicos móviles de uso cotidiano durante las dos últimas décadas.

Puede decirse que el uso generalizado de ordenadores comienza en los años 80 a nivel profesional, extendiéndose en los 90 a nivel doméstico. Pues bien, este hecho supuso un cambio radical en los métodos de resolución de problemas de muchas disciplinas ingenieriles, apareciendo en todos los ámbitos las soluciones numéricas, que se añaden a las tradicionales gráficas y analíticas. La cuestión era que las mencionadas soluciones tradicionales a los problemas ingenieriles poseían escasa potencia para abordar casos de cierta complejidad, limitándose su capacidad en muchas ocasiones a la resolución de sencillos problemas académicos con escasa relevancia real. La precariedad práctica de tales métodos había de verse compensada por la experiencia y el ingenio de los profesionales. Sin embargo, las nuevas técnicas numéricas, estrechamente vinculadas a su implementación computacional, iban a permitir la resolución de complejos problemas prácticos en las diversas áreas de la ingeniería.

Tal ha sido el caso de la disciplina que nos ocupa en este artículo: el diseño de máquinas y mecanismos. Hasta la llegada de los ordenadores, los métodos existentes para el análisis y la síntesis de los sistemas mecánicos móviles, o con partes móviles, aunque conceptualmente generales, se mostraban muy limitados a la hora de abordar problemas reales. La principal dificultad consistía en el carácter móvil de los elementos, lo que conlleva una variedad infinita –aproximable por una finita pero, en general, numerosa– de configuraciones. Por este motivo, el estudio dinámico –a diferencia del estático, en el que sólo se produce una configuración–

implicaba una tarea de cálculo tan laboriosa que, generalmente, se convertía en inabordable.

A partir de los años 80, con el nuevo enfoque computacional, el diseño de máquinas y mecanismos experimenta un avance espectacular. En Estados Unidos y Europa, surgen diversos grupos universitarios que dedican su actividad al desarrollo de métodos numéricos que aprovechen la potencia de cálculo que proporciona el ordenador. Surgen también empresas que comercializan programas informáticos derivados de estas nuevas técnicas. A continuación se describen los diferentes problemas que se abordan desde esos primeros años hasta la actualidad.

Lo primero, por su mayor sencillez, es el denominado análisis cinemático. Se trata de estudiar el movimiento de todos los elementos de la máquina o mecanismo cuando se conoce el movimiento de sus grados de libertad o entradas. Por ejemplo, si el mecanismo en cuestión fuera un paraguas convencional, el dato de entrada –único, por tratarse de un mecanismo de un solo grado de libertad– sería el movimiento del elemento deslizante que se opera manualmente para abrir o cerrar el paraguas. En función de ese dato, el análisis cinemático habría de calcular el movimiento de todos los demás elementos del mecanismo (varillas y tela). El análisis cinemático se divide, a su vez, en la resolución de los problemas de posición, velocidad, aceleración, sobreaceleración, etc., que son las distintas magnitudes que se engloban en lo que se ha llamado movimiento, y cuyos valores a lo largo del tiempo pueden ser interesantes para el diseñador.

El planteamiento del análisis cinemático –y también del dinámico, como se verá más adelante–, se ve notablemente determinado por la elección de las variables que van a servir para modelizar el sistema mecánico. Tradicionalmente, se habían empleado las llamadas coordenadas independientes, iguales en número a los grados de libertad del sistema, y por lo tanto, número mínimo posible. Sin embargo, estas coordenadas complican enormemente la resolución práctica de cualquier problema, sea cinemático o dinámico, pues conllevan procedimientos nada sistemáticos y, por tanto, difícilmente automatizables. La modelización en coordenadas independientes es la responsable del elevado nivel de dificultad de asignaturas clásicas en las Escuelas de Ingenieros tales como la Mecánica.

Como alternativa a las coordenadas independientes, surgieron las coordenadas dependientes. Estas coordenadas son superiores en número a los grados de libertad, y pretenden definir el movimiento de cada elemento de la máquina o mecanismo. Su carácter de dependientes se explica por estar relacionadas mediante ecuaciones algebraicas, que se denominan

ecuaciones de restricción. Así pues, cada conjunto de variables dependientes, llevará asociadas unas ciertas ecuaciones de restricción. La ventaja de estas coordenadas frente a las independientes, es que dan lugar a procedimientos sistemáticos, muy aptos por tanto para su programación e implementación en un ordenador.

Se han propuesto tres familias de coordenadas dependientes: las coordenadas relativas, las coordenadas de punto de referencia y las coordenadas naturales. Las coordenadas relativas –ángulos y distancias– son las correspondientes a los pares cinemáticos que unen los elementos de la máquina o mecanismo. Sus ecuaciones de restricción se obtienen por condiciones de cierre de lazos. Conducen a formulaciones que dependen de la topología del sistema mecánico, ya que hay que identificar los distintos lazos independientes del mecanismo.

Las coordenadas de punto de referencia sitúan a cada sólido del mecanismo como si fuera libre, esto es, consisten en las tres coordenadas cartesianas de un punto del sólido y tres ángulos para describir la orientación espacial del mismo (también se pueden emplear cuatro parámetros para evitar las posiciones singulares). Las ecuaciones de restricción surgen aquí de imponer las condiciones de los pares cinemáticos que unen los distintos elementos.

Por último, las coordenadas naturales están formadas por coordenadas cartesianas de puntos y componentes cartesianas de vectores unitarios. Los puntos y los vectores unitarios se ubican en los pares cinemáticos y sirven simultáneamente para definir elementos y pares. Las ecuaciones de restricción proceden de imponer las condiciones de sólido rígido de los elementos y la compatibilidad entre variables en algunos pares cinemáticos. Las coordenadas naturales son menores en número que las de punto de referencia, y conducen a ecuaciones de restricción mucho más simples. Tanto las coordenadas de punto de referencia como las naturales dan lugar a procedimientos de análisis cinemático y dinámico muy sistemáticos y generales –independientes de la topología del sistema–, idóneos para su implementación en un computador.

Explicada la cuestión de las variables del problema, el análisis cinemático se despacha con gran facilidad. El problema de posición consiste simplemente en resolver el sistema algebraico formado por las ecuaciones de restricción. Este sistema es habitualmente no lineal, y posee varias soluciones (hay varias posiciones posibles de los elementos del mecanismo para unos ciertos valores de las entradas o grados de libertad). Es por ello que suele resolverse acudiendo a una linealización y técnicas iterativas,

obteniéndose de esta forma la solución más próxima a una cierta aproximación de partida. Los problemas de velocidad, aceleración, sobreaceleración, etc., se formulan sin más que derivar las ecuaciones de restricción una, dos, tres, etc., veces respectivamente. En todos los casos, se llega a sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, muy sencillos de resolver.

En cuanto al análisis dinámico directo, consiste en averiguar cuál va a ser el movimiento del sistema mecánico conocidas las fuerzas que actúan sobre él. También pueden obtenerse los esfuerzos que sufren las conexiones entre elementos durante el movimiento. Un buen ejemplo de análisis dinámico directo es la determinación del comportamiento de un automóvil ante las acciones del conductor sobre volante, freno y acelerador. El planteamiento inicial consistió en plantear las ecuaciones de Lagrange en coordenadas dependientes, introduciendo por tanto los multiplicadores de Lagrange, que representan a las fuerzas de enlace que aseguran el cumplimiento de las restricciones. Dichas ecuaciones diferenciales se resuelven junto con las ecuaciones de restricción, dando lugar a sistemas de ecuaciones diferenciales-algebraicas. Estos sistemas deben ser convertidos en sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias para poder aplicar los algoritmos de integración numérica existentes, aptos para este tipo de sistemas. Para ello, se derivan dos veces las ecuaciones de restricción.

Sin embargo, el método descrito resultó ser poco estable, robusto y preciso, por lo que se fueron proponiendo alternativas a la formulación de las ecuaciones dinámicas. Así, surgieron formulaciones también globales –es decir, en coordenadas dependientes–, tales como la de los penalizadores o la de Lagrange aumentado, que mejoran las propiedades del método inicial. Apareció también otra familia de métodos dinámicos: aquéllos que, a la hora de plantear las ecuaciones del movimiento, pasaban de las variables dependientes a un conjunto de independientes, con lo que se evitaba la presencia de las ecuaciones de restricción durante la integración numérica.

Todos los métodos comentados, tanto los que integran las variables dependientes a lo largo del tiempo, como los que integran sólo las variables independientes, son métodos globales, es decir, se implementan mediante superposición matricial. Se acumulan los términos cinemáticos o dinámicos correspondientes a todos los elementos y uniones y, finalmente, se resuelven sistemas de ecuaciones que proporcionan el valor de todas las incógnitas del problema. Es por ello que, cuando los sistemas mecánicos son grandes y complejos, lo que normalmente conlleva un elevado número de variables para modelizar el problema, es conveniente recurrir a técnicas

de resolución de matrices dispersas para mejorar la eficiencia de los correspondientes algoritmos.

Frente a los métodos globales, surgieron también los recursivos y semi-recursivos, fundamentados generalmente en una modelización en coordenadas relativas, y fuertemente dependientes de la topología del mecanismo. Estos métodos, importados en su mayoría del campo de la Robótica, recorren la cadena cinemática del mecanismo una o más veces, planteando y resolviendo las ecuaciones cinemáticas y dinámicas de cada elemento en base a la información del elemento anterior y/o posterior. Se caracterizan por evitar la resolución de grandes sistemas de ecuaciones lineales –en ocasiones no se resuelve ninguno– y, en consecuencia, suelen ser muy eficientes.

En general, puede decirse que los métodos globales son más fáciles de automatizar, al no depender de la topología del mecanismo, y son por tanto más aptos para la confección de programas comerciales de propósito general, mientras que los métodos recursivos y semi-recursivos, dependientes de la topología del sistema mecánico pero muy rápidos, son mejores candidatos para la construcción de simuladores de propósito particular que requieran gran velocidad de cálculo –por ejemplo, los destinados a entrenamiento de personal–.

Un punto clave en la resolución de la dinámica directa de sistemas mecánicos es la integración numérica de las correspondientes ecuaciones diferenciales del movimiento, que son de segundo orden. Existe una gran cantidad de integradores desarrollados para sistemas de primer orden. Para aplicarlos a nuestro problema, se duplica el número de variables a integrar, juntando las posiciones y velocidades en un único vector de variables. La derivada del tal vector se compone de velocidades y aceleraciones. Como se trata de un problema de valor inicial, las condiciones iniciales son precisamente los valores del vector de variables (posiciones y velocidades) al comienzo de la simulación. Dada la gran cantidad de integradores disponibles –implícitos o explícitos, de paso fijo o paso variable, de paso simple o múltiple, etc.–, una labor que han debido desarrollar los investigadores de este campo ha sido el estudio y comparación de todos ellos, para determinar cuáles son los más adecuados en cada situación. Se ha visto que, dependiendo de las características del sistema mecánico y del movimiento que se pretende simular, varían los integradores que pueden ser más adecuados para llevar a cabo el trabajo.

En la resolución del problema dinámico de una máquina o mecanismo, ya sea por métodos globales o topológicos, es preciso realizar ciertas

operaciones en repetidas ocasiones –al menos, una por cada paso de tiempo de la integración numérica–, y estas operaciones suelen extenderse a todos los elementos y/o uniones del sistema. Resulta por tanto muy atractiva la posibilidad de paralelizar los códigos, de manera que cada procesador se encargue de realizar las operaciones correspondientes a un elemento y/o unión, y aumente así la velocidad de cálculo si se dispone de varios procesadores para la simulación, hecho cada día más común. La mejor o peor disposición de cada método para ser paralelizado, también es por tanto otro aspecto a tener en cuenta.

Asimismo, es obligado comentar el interés que, en todas las simulaciones cinemáticas o dinámicas de máquinas y mecanismos, tiene la representación gráfica realista de los sólidos en la pantalla del ordenador. Al tratarse de sistemas en movimiento, es de capital importancia observar la evolución de los distintos componentes a lo largo del tiempo. La calidad de la visualización –colores, texturas, etc.– puede ir desde los gráficos más modestos utilizados para verificar el movimiento del sistema, hasta aquellos de máximo realismo, empleados en el cine o en dispositivos de realidad virtual.

Una cuestión que ha sido también objeto de gran dedicación por parte de la comunidad científica internacional que trabaja en este campo, es la consideración de elementos flexibles en las simulaciones. Aunque inicialmente se asumía que los elementos de una máquina o mecanismo son rígidos, el desarrollo de algunas aplicaciones particulares, tales como la espacial, impusieron la necesidad de considerar también los elementos flexibles. En efecto, las misiones que llevan a cabo las naves tripuladas enviadas al espacio, a menudo utilizan manipuladores extraordinariamente ligeros y esbeltos, que trabajan en condiciones de gravedad cero. El control de tales mecanismos exigía tener en cuenta la flexibilidad de los correspondientes elementos. Otra ventaja de considerar la flexibilidad de los elementos es que, dicha aproximación, permite obtener las tensiones y deformaciones a que se ven sometidos los sólidos durante el movimiento del conjunto, información imprescindible para llevar a cabo el diseño mecánico de los componentes de una máquina o mecanismo.

Los procedimientos desarrollados para la inclusión de elementos flexibles, han sido en general extensiones de las formulaciones para rígidos, con la principal novedad de la modelización de los elementos flexibles. Se distinguen en este punto dos situaciones, en base a las características del elemento flexible: los elementos sometidos a pequeñas deformaciones elásticas, cuya modelización superpone el pequeño movimiento debido a los desplazamientos elásticos al movimiento de gran amplitud del sólido; y

los elementos que soportan grandes deformaciones elásticas –generalmente barras muy esbeltas y flexibles, sometidas a esfuerzos o movimientos extremadamente severos–, para cuya modelización se emplean directamente variables que expresan las situaciones de las distintas secciones del sólido en el sistema de referencia inercial.

Además, en estos años se han desarrollado también formulaciones para el estudio de la dinámica inversa de los sistemas mecánicos. La dinámica inversa, consistente en el cálculo de los esfuerzos motores necesarios para producir un cierto movimiento conocido de la máquina o mecanismo –también, como en el caso de la dinámica directa, pueden obtenerse los esfuerzos en las uniones entre elementos–, conduce, en el caso de mecanismos de elementos rígidos, a un sistema puramente algebraico y, por tanto, de fácil resolución. El problema se complica cuando se consideran elementos flexibles, ya que, en este caso, las actuaciones de los motores han de producirse con antelación al movimiento, que se transmite por los elementos en forma de ondas elásticas, y llega por tanto con un cierto retraso.

Otro problema importante que ha sido abordado, de extraordinaria complejidad, es el impacto entre sólidos de máquinas o mecanismos. Las soluciones propuestas se dirigen en tres direcciones: el planteamiento de la dinámica impulsiva (coeficiente de restitución ) en el momento del impacto, la consideración de fuerzas internas que se oponen a la penetración entre los sólidos, y la activación y desactivación de restricciones entre los puntos de las superficies impactantes que sufren el contacto. Los resultados más recientes indican que la segunda aproximación es la que proporciona unos mejores resultados. En un simulación dinámica con impactos, es siempre necesario disponer de un módulo de detección de colisiones entre los sólidos, cuestión muy relacionada con la ya mencionada representación gráfica realista de los sistemas mecánicos.

Hasta aquí sólo se ha hablado de análisis. Sin embargo, se han desarrollado también métodos para la síntesis cinemática y dinámica de máquinas y mecanismos. Aunque existen técnicas específicas, sobre todo en la síntesis cinemática, el procedimiento más general para abordar estas cuestiones consiste en utilizar técnicas de optimización. Se define una función objetivo, junto con todas las restricciones de igualdad y/o desigualdad que sea preciso, y se aplica un algoritmo de optimización. Los problemas de síntesis dinámica suelen ser mucho más costosos que los de síntesis cinemática desde el punto de vista del esfuerzo computacional necesario. Aunque, como en cualquier problema de optimización de cierta

complejidad y tamaño, conseguir la convergencia hacia soluciones plausibles pueda ser complicado, y requerir de un cierto guiado por parte del usuario, hay que reconocer que estos métodos constituyen una herramienta de ayuda excelente para el diseñador, pues contribuyen a automatizar en gran manera el proceso del diseño.