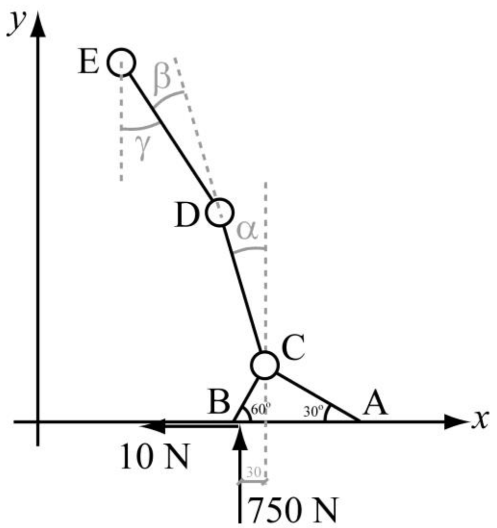
Examen de BASES FISICAS DEL MOVIMIENTO HUMANO – Enero 24
Nombre...

La figura muestra un modelo plano de extremidad inferior, donde se distinguen el pie ABC (representado por un triángulo rectángulo), la pierna CD y el muslo DE. Se conoce la longitud de la planta del pie, AB = 200 mm, la longitud de la pierna, CD = 400 mm, y la longitud del muslo, DE = 450 mm. Si, en el instante mostrado, el tobillo posee una flexión plantar de 5º, la rodilla se encuentra flexionada 20º, y la coordenada horizontal de la punta del pie es $x_A = 500$ mm:

a) ¿Cuáles son los valores de los ángulos α, β y γ?

b) Determinar las coordenadas, en m, de los puntos A, B, C, D y E.

c) Sabiendo que la velocidad de la rodilla, en m/s, es $\mathbf{v}_D = (0.398, 0.035)$, y la aceleración de la rodilla, en m/s^2, es $\mathbf{a}_D = (-0.164, -0.416)$, calcular velocidad angular y aceleración angular de la pierna CD.



d) Si la placa mide una fuerza vertical de 750 N situada 30 mm por detrás de la vertical que pasa por el tobillo C, y una fuerza horizontal de 10 N en sentido contrario a la marcha, calcular las reacciones y el par motor en la rodilla D, asumiendo despreciables las masas de pie y pierna.

e) Si ahora se considera que la masa de la pierna CD no es despreciable, tomando ésta un valor de 6 kg, calcular nuevamente las reacciones y el par motor en la rodilla D, para un valor de la gravedad $g = 10$ m/s^2.

a) α coincide en este caso con el ángulo de flexión plantar del tobillo, luego $\boxed{\alpha = 5^\circ}$

β es el ángulo de flexión de rodilla, $\boxed{\beta = 20^\circ}$

$\gamma = \alpha + \beta = 5 + 20 = \boxed{25^\circ = \gamma}$

b) $\boxed{A(0'5, 0)}$

$\boxed{B(0'3, 0)}$ al medir $AB = 0'2$ m.

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = \begin{Bmatrix} 0'3 \\ 0 \end{Bmatrix} + \underbrace{0'2 \operatorname{sen} 30}_{BC} \begin{Bmatrix} \cos 60 \\ \operatorname{sen} 60 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'35 \\ 0'087 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{C(0'35, 0'087)}$$

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = \begin{Bmatrix} 0'35 \\ 0'087 \end{Bmatrix} + 0'4 \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen} 5^\circ \\ \cos 5^\circ \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'315 \\ 0'485 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{D(0'315, 0'485)}$$

$$\vec{OE} = \vec{OD} + \vec{DE} = \begin{Bmatrix} 0'315 \\ 0'485 \end{Bmatrix} + 0'45 \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen} 25^\circ \\ \cos 25^\circ \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'125 \\ 0'893 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{E(0'125, 0'893)}$$

c) $$\vec{v}_D = \underset{\vec{0}}{\underset{\parallel}{\vec{v}_C}} + \vec{v}_{D/C} = \omega_{CD} \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix}$$

$$\vec{CD} = (-0'035, 0'398)$$

$$\vec{v}_D = \begin{Bmatrix} 0'398 \\ 0'035 \end{Bmatrix} = \omega_{CD} \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix} = \omega_{CD} \begin{Bmatrix} -0'398 \\ -0'035 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

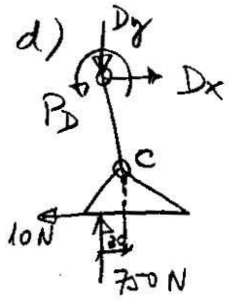
$\boxed{\omega_{CD} = -1 \frac{rad}{s}}$, o bien $\boxed{\omega_{CD} = 1 \frac{rad}{s} \text{ } \circlearrowright \text{ entr}}$

$$\vec{a}_D = \underbrace{\vec{a}_C}_{=\vec{0}} + \vec{a}_{D/C} = \alpha_{CD}\begin{Bmatrix}-CD_y\\ CD_x\end{Bmatrix} - \omega_{CD}^2\begin{Bmatrix}CD_x\\ CD_y\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}-0'164\\ -0'416\end{Bmatrix} = \alpha_{CD}\begin{Bmatrix}-0'398\\ -0'035\end{Bmatrix} - (-1)^2\begin{Bmatrix}-0'035\\ 0'398\end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$\boxed{\alpha_{CD} = 0'5\ \frac{rad}{s^2}}$, o bien $\boxed{\alpha_{CD} = 0'5\ \frac{rad}{s^2}\ \circlearrowleft \text{ sal}}$

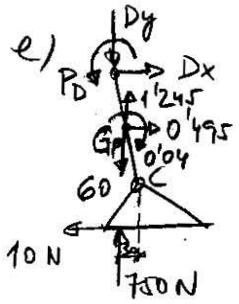
d)



$$\begin{cases} Dx - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{Dx = 10\ N} \\ 750 - Dy = 0 \Rightarrow \boxed{Dy = 750\ N} \\ P_D - 10 \times 0'485 + 750\,(0'035 - 0'03) = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$\boxed{P_D = 1'1\ Nm}$

e)



Peso $= -m_P g = -6 \times 10 = -60$ N

$$\vec{a}_{G_P} = \underbrace{\vec{a}_C}_{=\vec{0}} + \vec{a}_{G_P/C} = \alpha_{CD}\begin{Bmatrix}-CG_{P_y}\\ CG_{P_x}\end{Bmatrix} - \omega_{CD}^2\begin{Bmatrix}CG_{P_x}\\ CG_{P_y}\end{Bmatrix}$$

$$\vec{CG_P} = (-0'2\,\text{sen}\,5^\circ,\ 0'2\cos 5^\circ) = (-0'017,\ 0'199)$$

$$\vec{a}_{G_P} = 0'5\begin{Bmatrix}-0'199\\ -0'017\end{Bmatrix} - (-1)^2\begin{Bmatrix}-0'017\\ 0'199\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-0'0825\\ -0'2075\end{Bmatrix} = \vec{a}_{G_P}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_i = -m_P\,\vec{a}_{G_P} = -6\begin{Bmatrix}-0'0825\\ -0'2075\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}0'495\\ 1'245\end{Bmatrix} \\ N_{iG_P} = -I_{G_P}\alpha_{CD} = -\left(\frac{1}{12} m_P L_P^2\right)\alpha_{CD} = -\frac{1}{12}\,6 \times 0'4^2 \times 0'5 = \\ = -0'04\ Nm \end{cases}$$

$$\begin{cases} Dx - 10 + 0'495 = 0 \Rightarrow \boxed{Dx = 9'505\ N} \\ 780 - 60 + 1'245 - Dy = 0 \Rightarrow \boxed{Dy = 721'245\ N} \\ P_D - 0'04 - 10 \times 0'485 + 750 \times 0'005 - (60 - 1'245) \times 0'017 + 0'495 \times 0'199 = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$\boxed{P_D = 2'04\ Nm}$