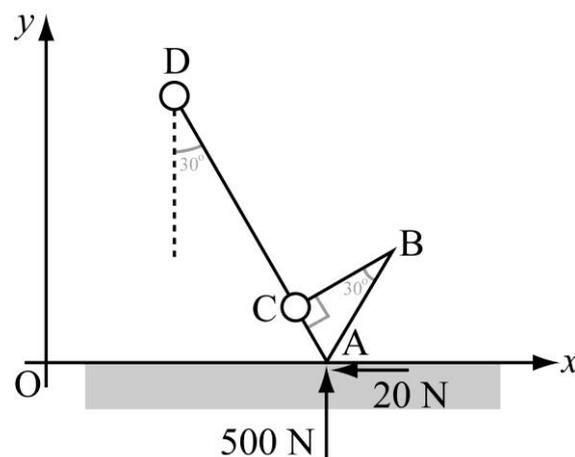
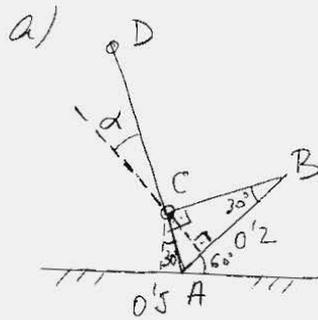


La figura muestra un modelo plano del conjunto pierna y pie. Se conocen las distancias  $AB=0.2$  m y  $CD=0.4$  m. Se sabe que, en el instante representado, el talón (punto A) está apoyado en el suelo y no desliza sobre el mismo, y que esa situación se mantendrá en los instantes siguientes. La pierna forma un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical, y la parte posterior del pie (segmento AC) está alineada con la pierna. El pie se ha modelado como un triángulo rectángulo, con ángulo recto entre los segmentos AC y BC, y ángulo de  $30^\circ$  entre los segmentos AB y BC. Se sabe además que la coordenada  $x$  del tobillo (punto C) es  $x_C=0.5$  m.



- Calcular las coordenadas de los puntos A, B, C y D.
- Calcular el ángulo de tobillo y decir si está en flexión dorsal o plantar.
- Sabiendo que la velocidad del tobillo (punto C) es  $\mathbf{v}_C=(0.087, 0.05)$  y que  $\omega_{\text{pierna}}=-0.4$  rad/s, calcular la velocidad angular del pie y la velocidad de la rodilla (punto D).
- Sabiendo que la aceleración del tobillo (punto C) es  $\mathbf{a}_C=(0.007, -0.112)$  y que  $\alpha_{\text{pierna}}=0.2$  rad/s<sup>2</sup>, calcular la aceleración angular del pie y la aceleración de la rodilla (punto D).
- Si la placa mide una fuerza vertical de 500 N y una fuerza horizontal de 20 N en sentido contrario a la marcha, ambas actuando en el talón (punto A), calcular las reacciones y el par motor en el tobillo (punto C), asumiendo despreciable la masa del pie.
- Si la masa de la pierna tiene un valor de 7 kg, calcular las reacciones y el par motor en la rodilla (punto D), para un valor de la gravedad  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



$$AC = AB \sin 30 = 0.2 \times 0.5 = 0.1$$

$$y_c = 0.1 \cos 30 = 0.087$$

$$\boxed{C(0.5, 0.087)}$$

$$x_A = x_c + AC \sin 30 =$$

$$= 0.5 + 0.1 \sin 30 = 0.55$$

$$\boxed{A(0.55, 0)}$$

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = \begin{Bmatrix} 0.55 \\ 0 \end{Bmatrix} + 0.2 \begin{Bmatrix} \cos 60 \\ \sin 60 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.65 \\ 0.173 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\boxed{B(0.65, 0.173)}$$

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 0.087 \end{Bmatrix} + 0.4 \begin{Bmatrix} -\cos 60 \\ \sin 60 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.3 \\ 0.433 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\boxed{D(0.3, 0.433)}$$

b) El ángulo de tobillos es  $\alpha = 30^\circ$ , y se trata de flexión dorsal.

$$c) \vec{N}_c = \vec{N}_A + \vec{V}_{c/A} ; \begin{Bmatrix} 0.087 \\ 0.05 \end{Bmatrix} = \omega_{pie} \begin{Bmatrix} -AC_y \\ AC_x \end{Bmatrix}$$

$$\vec{AC} = (0.5 - 0.55, 0.087 - 0) = (-0.05, 0.087)$$

$$\begin{Bmatrix} 0.087 \\ 0.05 \end{Bmatrix} = \omega_{pie} \begin{Bmatrix} -0.087 \\ -0.05 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{\omega_{pie} = -1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$\vec{N}_D = \vec{N}_c + \vec{N}_{D/c} = \vec{N}_c + \omega_{pie} \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix} = \dots$$

$$\vec{CD} = (0.3 - 0.5, 0.433 - 0.087) = (-0.2, 0.346)$$

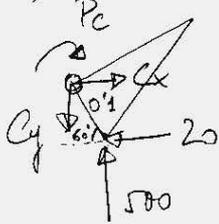
$$\dots = \begin{Bmatrix} 0.087 \\ 0.05 \end{Bmatrix} - 0.4 \begin{Bmatrix} -0.346 \\ -0.2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.225 \\ 0.13 \end{Bmatrix} = \vec{N}_D$$

$$d) \vec{a}_c = \vec{a}_A + \vec{a}_{c/A}; \quad \begin{Bmatrix} 0'007 \\ -0'112 \end{Bmatrix} = \alpha_{pie} \begin{Bmatrix} -AC_y \\ AC_x \end{Bmatrix} - \omega_{pie}^2 \begin{Bmatrix} AG \\ AC_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 0'007 \\ -0'112 \end{Bmatrix} = \alpha_{pie} \begin{Bmatrix} -0'087 \\ -0'05 \end{Bmatrix} - (-1)^2 \begin{Bmatrix} -0'05 \\ 0'087 \end{Bmatrix} \Rightarrow \alpha_{pie} = 0'5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_D &= \vec{a}_c + \vec{a}_{D/c} = \vec{a}_c + \alpha_{pie} \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix} - \omega_{pie}^2 \begin{Bmatrix} CD_x \\ CD_y \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} 0'007 \\ -0'112 \end{Bmatrix} + 0'2 \begin{Bmatrix} -0'346 \\ -0'2 \end{Bmatrix} - (-0'4)^2 \begin{Bmatrix} -0'2 \\ 0'346 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0'03 \\ -0'207 \end{Bmatrix} = \vec{a}_D \end{aligned}$$

e)



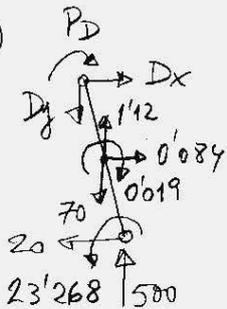
$$C_x - 20 = 0 \Rightarrow C_x = 20 \text{ N}$$

$$500 - C_y = 0 \Rightarrow C_y = 500 \text{ N}$$

$$500 \times 0'1 \cos 60 - 20 \times 0'1 \sin 60 - P_c = 0 \Rightarrow$$

$$P_c = 23'268 \text{ Nm}$$

f)



$$\vec{a}_G = \vec{a}_c + \vec{a}_{G/c} = \begin{Bmatrix} 0'007 \\ -0'112 \end{Bmatrix} + 0'2 \begin{Bmatrix} -0'173 \\ -0'1 \end{Bmatrix} -$$

$$(-0'4)^2 \begin{Bmatrix} -0'1 \\ 0'173 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0'012 \\ -0'16 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{F}_{in} = -\omega_{pie} \vec{a}_G = -7 \times \begin{Bmatrix} -0'012 \\ -0'16 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'084 \\ 1'12 \end{Bmatrix}$$

$$M_{G_{in}} = -I_G \alpha_{pie} = -\left(\frac{1}{12} \omega_{pie} L_{pie}^2\right) \alpha_{pie} = -\left(\frac{1}{12} 7 \times 0'4^2\right) 0'2 = -0'019 \text{ Nm}$$

$$P_{res} = -\omega_{pie} m g = -7 \times 10 = -70 \text{ N}$$

$$D_x - 20 + 0'084 = 0 \Rightarrow D_x = 19'916 \text{ N}$$

$$500 + 1'12 - 70 - D_y = 0 \Rightarrow D_y = 431'12 \text{ N}$$

$$23'268 - 0'019 - P_D + 500 \times 0'4 \cos 60 - 20 \times 0'4 \sin 60 + 0'084 \times 0'2 \sin 60 - (70 - 1'12) 0'2 \cos 60 = 0 \Rightarrow P_D = 109'447 \text{ Nm}$$

Par de flexión de rodilla