

Estimación de los parámetros del modelo de contacto pie-suelo en la marcha humana

R. Pàmies-Vilà⁽¹⁾, J.M. Font-Llagunes⁽¹⁾, U. Lugrís⁽²⁾, J. Cuadrado⁽²⁾

*(1) Dpto. Ingeniería Mecánica y Centro de Investigación en Ingeniería Biomédica.
Universitat Politècnica de Catalunya
rosa.pamies@upc.edu*

(2) Laboratorio de Ingeniería Mecánica. Universidad de La Coruña

En el campo de la biomecánica existe un interés creciente en la predicción de la marcha humana. Para poder determinar cómo se moverá un sistema debido a las fuerzas y momentos que se aplican sobre él (análisis dinámico directo) es necesario modelar adecuadamente la interacción del sistema con el entorno. En el caso de la marcha humana, esto exige la modelización de la interacción entre el pie y el suelo. Con este propósito, se propone un modelo tridimensional continuo de contacto pie-suelo. Los parámetros dinámicos del modelo se estiman mediante técnicas de optimización. En este estudio se utilizan dos modelos biomecánicos. Por un lado el modelo de cuerpo entero y por el otro el modelo de pie. La fuerza y el par en el tobillo obtenidos mediante un análisis dinámico inverso de la marcha utilizando el sistema de cuerpo entero (de 57 grados de libertad) son utilizados como datos de entrada en el modelo de pie para realizar el análisis dinámico directo con el que se estiman los parámetros del modelo de contacto. Para validar los resultados, se ha comparado el movimiento y las fuerzas de contacto obtenidos mediante la simulación dinámica directa con los medidos en el laboratorio.

1. INTRODUCCIÓN

En la marcha de sujetos sanos, la interacción de la persona con su entorno se produce a través del contacto pie-suelo. Para representar esta interacción se han propuesto diferentes modelos biomecánicos del pie. Sin embargo, no existe un modelo aceptado ni una forma aceptada para validar los modelos existentes en la literatura. Las representaciones biomecánicas más sencillas asumen que el tobillo es una articulación fija con el suelo [1-2] (sin tener en cuenta el segmento del pie). Otros estudios consideran el pie fijo con el suelo durante la fase de apoyo [3] y más recientemente algunos estudios modelan la superficie del pie con curvas de segundo orden, o con elementos geométricos como esferas, elipsoides o cilindros [4, 5].

En las últimas dos décadas, se han publicado diversos modelos de contacto donde la fuerza de contacto pie-suelo se calcula mediante un modelo explícito que depende de la penetración del elemento geométrico y de la rigidez y la amortiguación de los materiales en contacto [5-8]. Son modelos bidimensionales o tridimensionales que se caracterizan por el número de elementos geométricos en contacto y sus propiedades de forma, por el número de puntos que simultáneamente pueden estar en contacto con el suelo y por el modelo de fuerzas (tangencial y normal) utilizado. Destaca el hecho que en algunos modelos todavía falta una comparación entre los resultados computacionales encontrados y los datos experimentales, y en otros las fuerzas de contacto pie-suelo distan mucho de los publicados en la literatura para una marcha normal.

En este artículo se presenta un modelo de contacto pie-suelo basado en el contacto esfera-plano. Las propiedades geométricas de las esferas y los parámetros del modelo de contacto se determinan mediante un enfoque de dinámica directa y usando un proceso de optimización que minimiza las diferencias entre el torsor de las fuerzas de contacto modelizadas y el torsor medido con la placa de fuerza en el laboratorio. Para obtener los

datos de entrada de la simulación dinámica directa, previamente se realiza un análisis dinámico inverso (ADI) de la marcha humana utilizando un modelo de cuerpo entero de 57 grados de libertad. Mediante el ADI, los torsores en las articulaciones del pie (fuerzas y momentos articulares) así como las trayectorias de estas articulaciones y la orientación de los segmentos quedan perfectamente determinados.

2. MODELIZACIÓN DINÁMICA

2.1 Modelo Biomecánico de Cuerpo Entero

El cuerpo humano se modela como un sistema multicuerpo formado por segmentos rígidos, un enfoque que ha sido ampliamente utilizado para analizar la marcha humana. En este trabajo se utiliza un modelo 3D compuesto de 18 segmentos anatómicos: cabeza, cuello, tronco, pelvis, 2 brazos, 2 antebrazos, 2 manos, 2 muslos, 2 piernas, 2 retropiés y 2 antepiés. Todos ellos están unidos por articulaciones esféricas ideales definiendo un modelo de 57 grados de libertad.

Las propiedades inerciales de los segmentos se obtienen a partir de un conjunto reducido de medidas tomadas sobre los sujetos y utilizando factores de proporcionalidad publicados en la literatura [9-10]. El sujeto elegido para llevar a cabo los experimentos es un hombre adulto sano de 34 años de edad, masa 85 kg y altura 1,82 m. La información cinemática se obtiene a partir de un conjunto de marcadores situados sobre su cuerpo humano.

La posición de los marcadores (Figura 1a) se utiliza para determinar la orientación de cada cuerpo rígido y para definir la posición de todas las articulaciones anatómicas. Se define una base global donde el eje horizontal, X, apunta a la dirección del movimiento, el Z es perpendicular al suelo y apunta hacia arriba, y el eje Y es definido de manera que en la posición de referencia, los ejes $\{X, Y, Z\}$ forman una base ortonormal definida positiva.

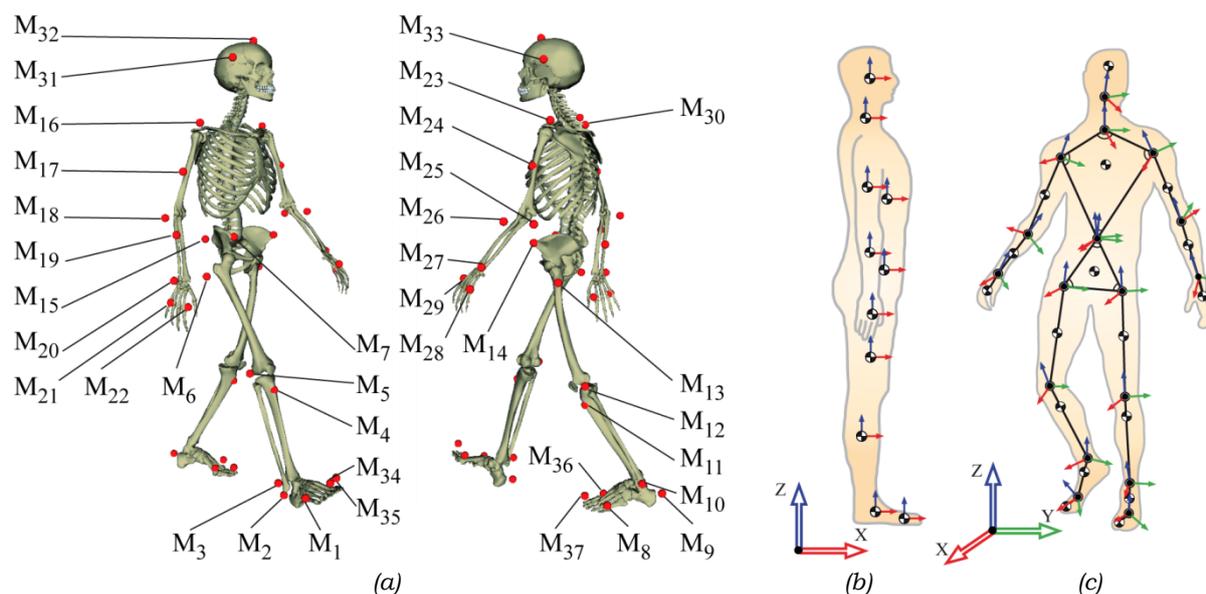


Figura 1. (a) Posición de los marcadores en el cuerpo humano. (b) Orientación de las bases locales en la posición de referencia. (c) Puntos y vectores unitarios de cada segmento en una posición general.

La configuración de cada segmento se define mediante la posición de uno de sus puntos y la orientación del segmento respecto el sistema de coordenadas global. Para todos los segmentos, el punto coincide con su articulación proximal y se define una base local $\{X', Y', Z'\}_s$ para cada uno de ellos utilizando los vectores unitarios $\mathbf{u}_s, \mathbf{v}_s, \mathbf{w}_s$. Estas bases permiten determinar la orientación de cada segmento en el espacio. En la posición de referencia (Figura 1b), la orientación de las bases locales $\{X', Y', Z'\}_s$ coincide con la de la base absoluta $\{X, Y, Z\}$.

Se ha desarrollado un modelo computacional tridimensional en coordenadas mixtas (naturales y angulares). El modelo, que se muestra en la Figura 1c, está definido por 228 coordenadas dependientes.

Se ha utilizado un algoritmo SSA (*Singular Spectrum Analysis*) para filtrar las historias de posición de los marcadores y reducir así el ruido debido al proceso de captura del movimiento. Estas historias se utilizan posteriormente para el cálculo de las coordenadas \mathbf{q} que definen el modelo. Los valores de estas coordenadas en cada instante de tiempo no son cinemáticamente consistentes debido a los errores inherentes al proceso de captura, al efecto de las masas de tejido blando y al movimiento de la piel respecto al sistema esquelético. La consistencia cinemática se impone siguiendo un algoritmo de minimización basado en la formulación dinámica Lagrange aumentado [11].

2.2 Formulación Dinámica Multicuerpo

Existen distintos procedimientos para obtener las ecuaciones dinámicas del movimiento. En este caso, el análisis se formula mediante una metodología de la dinámica de sistemas multicuerpo. Estas ecuaciones pueden ser expresadas utilizando coordenadas dependientes como:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q} \\ \Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (1)$$

donde el vector de restricciones $\Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}$ incluye las restricciones físicas entre las variables y las restricciones reónomas que guían el movimiento. \mathbf{M} es la matriz de inercia, Φ_q es el Jacobiano del vector de restricciones, $\ddot{\mathbf{q}}$ es el vector de aceleraciones, \mathbf{Q} es el vector de fuerzas generalizadas y $\boldsymbol{\lambda}$ son los multiplicadores de Lagrange.

La resolución del sistema de ecuaciones (1) se basa en un método de proyección de velocidades [12]. Este método reduce las ecuaciones a sus coordenadas independientes \mathbf{z} . La relación entre las velocidades dependientes e independientes viene dada por $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$, donde $\dot{\mathbf{z}}$ es el vector de velocidades independientes de dimensión $g \times 1$, y \mathbf{B} es una matriz $g \times n$ de ceros y unos. Del análisis cinemático se deduce [12]:

$$\dot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \frac{d\Phi(\mathbf{q}, t)}{dt} = \Phi_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_t = \mathbf{0}; \quad \Phi_t \equiv -\mathbf{b} \quad (2)$$

$$\ddot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) = \frac{d\dot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)}{dt} = \dot{\Phi}_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_q \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\Phi}_t = \mathbf{0}; \quad \dot{\Phi}_t + \dot{\Phi}_q \dot{\mathbf{q}} \equiv -\mathbf{c} \quad (3)$$

y de la combinación de las expresiones anteriores se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Phi_q \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \Phi_q^d & \Phi_q^i \\ 0_{g \times m} & \mathbf{I}_g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^d \\ \dot{\mathbf{q}}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

donde el superíndice "d" indica coordenadas dependientes y $g = n - m$ es el número de grados de libertad del sistema. Se puede demostrar que el sistema (4) es invertible y, por lo tanto, el vector $\dot{\mathbf{q}}$ se puede calcular como [12]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{S}\mathbf{b} \quad (5)$$

donde

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^d \\ \mathbf{S}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Phi_q^d]^{-1} \\ 0_{g \times m} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^d \\ \mathbf{R}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Phi_q^d]^{-1} \Phi_q^i \\ \mathbf{I}_g \end{bmatrix} \quad (6)$$

De manera similar, la aceleración se puede determinar como:

$$\begin{bmatrix} \Phi_q \\ B \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \Phi_q \\ B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \mathbf{R}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{S}\mathbf{c} \quad (7)$$

Con este método, y una vez conocidas la evolución de las coordenadas independientes \mathbf{z} y sus derivadas $\dot{\mathbf{z}}$ y $\ddot{\mathbf{z}}$ (datos conocidos a partir de la captura del movimiento cuando se realiza un análisis dinámico inverso), los únicos términos desconocidos del sistema (1) son los multiplicadores de Lagrange λ que se pueden determinar resolviendo el sistema lineal. En el caso de la simulación dinámica directa, el movimiento es desconocido, con lo que las coordenadas \mathbf{z} , $\dot{\mathbf{z}}$ y $\ddot{\mathbf{z}}$ no están determinadas. Sin embargo, la primera ecuación del sistema (1) se puede describir, utilizando (7) como:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{M} \mathbf{R} \ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{R}^T (\mathbf{Q} - \mathbf{M} \mathbf{S} \mathbf{c}) \quad (8)$$

dónde la única incógnita son las aceleraciones independientes $\ddot{\mathbf{z}}$ que pueden ser determinadas y los vectores $\dot{\mathbf{z}}$ y \mathbf{z} se obtienen por integración numérica, en este caso utilizando un esquema basado en la regla trapezoidal. Las variables dependientes \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$ se calculan utilizando (5) y (7), y finalmente se pueden calcular los multiplicadores de Lagrange a partir de (1).

2.3 Análisis Dinámico Inverso

El análisis dinámico inverso de la marcha humana (con el modelo de cuerpo entero) se calcula utilizando como información de entrada sólo los parámetros antropométricos y la cinemática de los segmentos corporales. Así pues, como resultado se obtienen las fuerzas y momentos internos (entre segmentos) y externos (contacto con el entorno) que actúan sobre el sujeto.

El torsor resultante de las fuerzas de contacto puede ser comparado con las medidas de las placas de fuerza (que evalúan las fuerzas y momentos en cada pie). La Figura 3 muestra la correlación entre las seis componentes del torsor resultante obtenido mediante dinámica inversa (azul) y las medidas de las dos placas de fuerza (rojo). Para poder comparar los dos torses todas las reacciones se han trasladado a un punto común: la proyección de la articulación lumbar sobre el suelo.

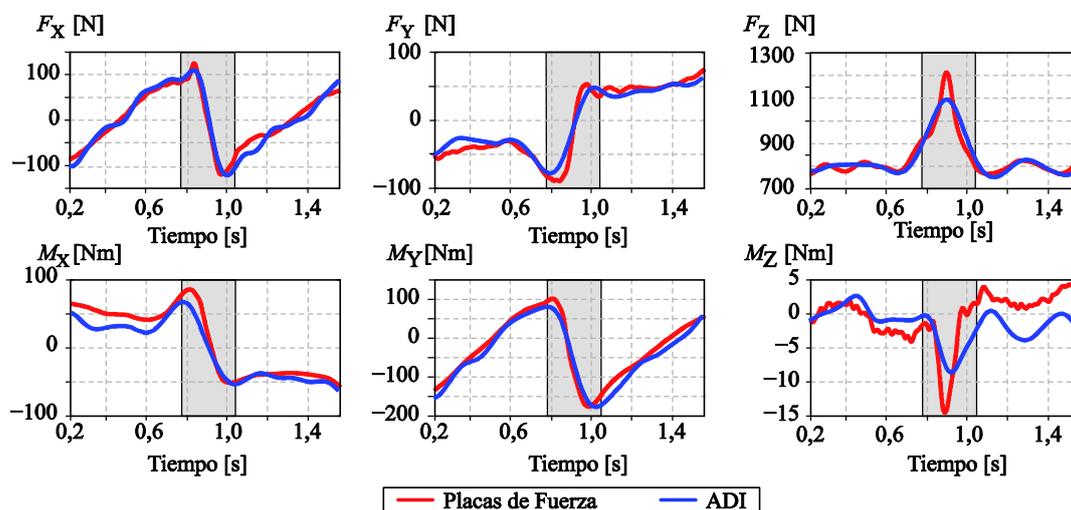


Figura 2. Fuerzas y momentos resultantes de la interacción pie-suelo. En azul los resultados de la dinámica inversa y en rojo los resultados obtenidos a partir de las placas de fuerza.

El gráfico empieza con el inicio de la fase de simple apoyo de un pie y termina cuando este mismo pie toma contacto de nuevo con el suelo, incluyendo por lo tanto una fase de doble apoyo (zona gris en la figura). Durante esta fase, el procedimiento utilizado para calcular la dinámica inversa sólo puede proporcionar el torsor resultante de los dos contactos, ya que se produce indeterminación de fuerzas de enlace.

La Figura 2 muestra una buena correlación entre ambas señales. Así pues, la información de las placas de fuerza se utiliza para repartir el torsor resultante entre ambos pies, tal y como se explicó en [13]. Finalmente, se obtienen los pares motores en las articulaciones que son fruto de la actuación muscular.

2.4 Modelo Biomecánico del Pie

El modelo que se presenta en este trabajo se basa en un modelo de contacto esfera-plano que representa las fuerzas en función del estado del sistema y donde la superficie de la planta del pie se aproxima con cuatro esferas. El principal problema es cómo determinar los parámetros de contacto, las propiedades geométricas de los elementos de contacto y cómo relacionar estos valores con su significado físico. Para ello, se utiliza un enfoque de dinámica directa basado en técnicas de optimización.

La fuerza de contacto se divide en dos componentes, la fuerza normal (F_n) y la tangencial (F_t). En este trabajo, la componente normal sigue el modelo propuesto por Lankarani y Nikravesh [14]:

$$F_n = K |\delta_n|^{3/2} + \frac{3(1-c_r^2)}{4\dot{\delta}_n} K |\delta_n|^{3/2} \dot{\delta}_n \quad (9)$$

donde K es la constante de rigidez, $\dot{\delta}_n$ es la derivada temporal de la indentación en dirección normal δ_n y c_r es el coeficiente de restitución. La componente tangencial de la fuerza de contacto se modeliza utilizando el modelo propuesto por Dopico *et al.* [15].

$$\mathbf{F}_t = \kappa \mathbf{F}_{\text{stick}} + (1 - \kappa) \mathbf{F}_{\text{slide}} - \mu_{\text{visc}} \mathbf{v}_t; \quad \kappa = \begin{cases} 0; & |\mathbf{v}_t| \gg v \\ 1; & |\mathbf{v}_t| = 0 \end{cases} \quad (10)$$

donde μ_{visc} es el coeficiente de fricción viscosa, el parámetro v cuantifica la velocidad de la transición stick-slip, y los coeficientes de rigidez y amortiguación (k_s y c_s) son parámetros a determinar dentro de la expresión de $\mathbf{F}_{\text{stick}}$ [15].

El pie se divide en dos segmentos, el retropié y el antepié, unidos por una junta esférica que representa los metatarsos. La superficie de la parte trasera se aproxima con tres esferas y el antepié con una (Figura 3). A cada segmento del pie se le asigna un sistema de referencia local (con origen en el tobillo y en la articulación de los metatarsos respectivamente) orientado utilizando tres vectores unitarios. Los parámetros que se tienen que determinar para cada esfera son: la posición del centro de la esfera, (x'_i, y'_i, z'_i) , y su radio r_i .

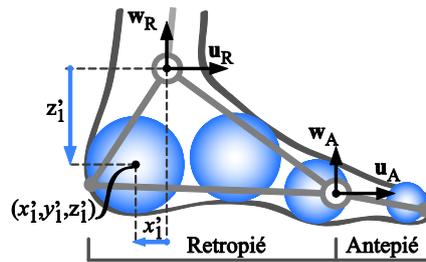


Figura 3. Vista lateral del modelo tridimensional de contacto pie-suelo.

Las trayectorias de las articulaciones y la orientación de los segmentos obtenidos experimentalmente en el laboratorio son utilizadas por el controlador como señal de referencia del modelo a nivel de posición. En este trabajo se utiliza un controlador basado en el filtro de Kalman extendido [16] para controlar la posición del tobillo y los ángulos relativos del pie.

3. PROCESO DE OPTIMIZACIÓN PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

Mediante el análisis dinámico inverso de la marcha (con datos procedentes de un movimiento real capturado en el laboratorio) se han calculado las fuerzas y los pares en las

articulaciones del tobillo y del metatarso. Éstos son utilizados como datos de entrada del análisis dinámico directo.

El modelo se ha optimizado para encontrar el valor de los parámetros que minimizan las diferencias entre el tórsor del contacto pie-suelo medido con la placa de fuerza y el que se obtiene del modelo de contacto. Se utiliza el algoritmo evolutivo conocido como *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy* CMA-ES para la minimización del error. Al ser un algoritmo evolutivo, no requiere que las evaluaciones de funciones sean secuenciales, por eso se ha podido paralelizar el proceso y reducir así el tiempo de simulación.

El modelo de contacto propuesto implica diez parámetros para cada esfera: (x'_i, y'_i, z'_i) posición local del centro, el radio de la esfera r_i , la rigidez K y el coeficiente de restitución c_r para el modelo de contacto normal; y para el modelo tangencial, el coeficiente de fricción μ_{visc} , el parámetro ν , y los coeficientes de rigidez y amortiguación $(k_s$ y $c_s)$. Sin embargo, en este estudio z'_i se fija a $-0,0525$ m en el sistema de coordenadas locales (resultando 9 variables de diseño para cada esfera), y los límites superiores e inferiores de cada variable son impuestos de acuerdo con su significado físico. La función objetivo a minimizar se define como la diferencia entre el tórsor resultante de las fuerzas de contacto medido por la placa de fuerza en el laboratorio, $\mathbf{G} = \{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z\}^T$, y el tórsor proporcionado por el modelo de contacto pie-suelo \mathbf{G}^{MC} . El error se define como la suma de la raíz del error cuadrático medio normalizado de cada componente (es decir la raíz del error cuadrático medio dividido por el rango de variación de cada componente):

$$J = \mathbf{w} \cdot \text{NRMSE}(\mathbf{G} - \mathbf{G}^{\text{MC}}) \quad (11)$$

donde \mathbf{w} es un vector 1×6 que permite asociar diferentes pesos a cada componente del error.

4. RESULTADOS

La posición del tobillo (x_R, y_R, z_R) y los ángulos del retropié respecto al suelo $(\alpha_R, \beta_R, \gamma_R)$ (que representan rotaciones absolutas alrededor de los ejes fijos $\{X, Y, Z\}$, respectivamente) se pueden ver en la Figura 4. Las gráficas muestran todo el intervalo en el que un pie está en contacto con el suelo, desde el impacto del talón hasta que los dedos se separan del suelo (periodo aproximado de un 60% del ciclo de marcha).

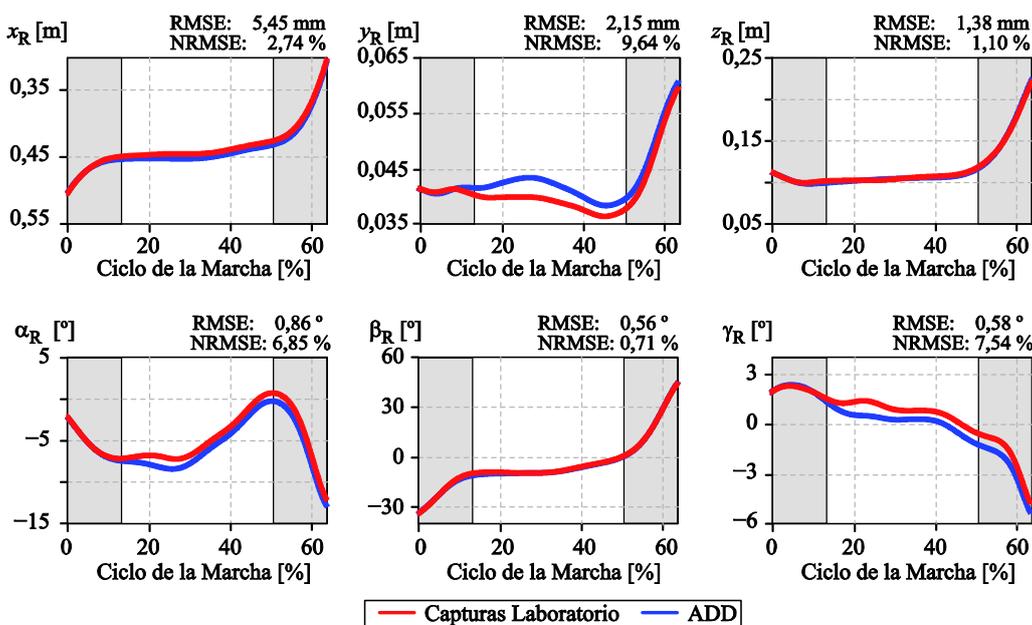


Figura 4. Comparación entre las posiciones del tobillo y los ángulos de orientación del retropié. En rojo las señales de referencia y en azul las obtenidas con el análisis dinámico directo (ADD).

Los resultados que se presentan se han obtenido utilizando el vector $w = \{0,0,1,1,1,0\}$ en la ecuación (11), es decir, el modelo se optimiza para la fuerza de contacto normal y los momentos horizontales M_x y M_y .

En rojo se muestran los datos de referencia (obtenidos en el laboratorio) y en azul la evolución de las mismas coordenadas obtenidas mediante el análisis dinámico directo (ADD). Comparando las dos señales, se puede observar que la correlación es muy buena, los resultados son muy similares. Se puede concluir pues, que el movimiento final obtenido mediante simulación dinámica directa es muy parecido al original. El mayor error cuadrático normalizado se encuentra en la posición y del tobillo y_R con un NRMSE=9,64 %. Sin embargo, en términos absolutos, este error sólo representa un RMSE= 2,15 mm. El error máximo (en RMSE) no supera nunca los 6 mm y en el caso de las coordenadas angulares los errores son inferiores a 1° .

En la Figura 5 se presentan los resultados del modelo de contacto normal, esto es la fuerza vertical de contacto (F_z) y las componentes horizontales del momento (M_x y M_y) calculadas en el tobillo.

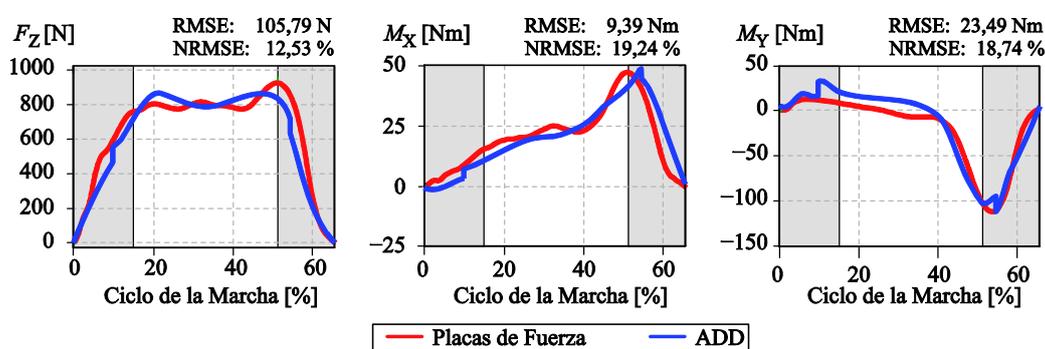


Figura 5. Torsor de las fuerzas de contacto en el tobillo. En rojo las medidas de las placas de fuerza, en azul los valores obtenidos utilizando el modelo de contacto y ADD.

Se puede observar que el modelo de contacto (azul) produce unas reacciones muy similares a las que se han medido con la placa de fuerza (rojo). Sin embargo, en términos relativos, los errores normalizados son de entre un 12 y un 20 %. Esto se traduce en más de 100 N en la fuerza vertical, en un error de casi 10 Nm en el momento M_x y de casi 24 Nm en M_y .

5. DISCUSIÓN

Se ha presentado un nuevo modelo de contacto basado en esferas y sus parámetros se han estimado utilizando un proceso de optimización. El modelo presentado reproduce adecuadamente el torsor del contacto pie-suelo para la fuerza normal y las componentes horizontales del momento.

La posición y radio de las esferas y los parámetros de la fuerza normal y tangencial han sido considerados variables de diseño. El problema de optimización planteado minimiza las diferencias entre el torsor resultantes del modelo y el torsor medido con la placa de fuerza en el laboratorio. La fuerza normal de contacto pie-suelo y las componentes horizontales del momento de contacto son las magnitudes cuyo error ha sido minimizado.

Las simulaciones dinámicas utilizando este modelo de contacto reproducen adecuadamente la cinemática y la dinámica del movimiento. La concordancia entre las fuerzas de contacto pie-suelo obtenidas en la simulación y los valores experimentales medidos con la placa de fuerza validan el modelo presentado.

La buena correlación de los resultados sugiere que se podría utilizar el modelo de contacto propuesto en un análisis dinámico directo (utilizando el modelo de cuerpo entero) con el objetivo de abordar la predicción del movimiento de marcha humana.

Otra aplicación del modelo de contacto en el análisis de la marcha es la solución del problema de indeterminación de fuerzas de contacto durante la fase de doble apoyo en el análisis dinámico inverso. El modelo de contacto propuesto se podría utilizar para repartir el tórsor resultante acorde con los resultados dinámicos que proporciona (sin la necesidad de utilizar placas de fuerza).

La fuerza tangencial presenta un menor grado de concordancia con los datos experimentales. Por eso se propone como trabajo futuro ajustar mejor el modelado de esta fuerza.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. Mochon, T.A. McMahon, *Ballistic walking*, Journal of Biomechanics, 13 (1980), 49–57.
- [2] S. Siegler, R. Seliktar, V. Hyman, *Simulation of human gait with the aid of a simple mechanical model*, Journal of Biomechanics, 15 (1982), 415–425.
- [3] H. Hemami, Y.F. Zheng, M.J. Hines, *Initiation of walk and tiptoe of a planar nine link biped*, Mathematics and Bioscience, 61 (1982), 163–189.
- [4] M. Ju, J.M. Mansour, *Simulation of the double limb support phase of human gait*, Journal of Biomechanical Engineering, 110 (1988), 223–229.
- [5] A. Kecskemethy, *A novel cylinder-plane foot contact model for Human gait motion reproduction*, Proceedings CD, ECCOMAS Multibody Dynamics Brussels, Belgium (2011).
- [6] M. Millard, J. McPhee, E. Kubica, *Multi-step forward dynamic gait simulation*, C.L. Bottasso (Ed.), Multibody Dynamics: Computational Methods in Applied Sciences, 12 (2008), 25-43, Springer.
- [7] P. Flores, M. Machado, M.T. Silva, J.M. Martins, *On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics*, Multibody System Dynamics, 25(3) (2011), 357-375.
- [8] L.A. Gilchrist, D.A. Winter, *A two-part, viscoelastic foot model for use in gait simulations*, Journal of Biomechanics, 29(6) (1996), 795-798.
- [9] C.L. Vaughan, B.L. Davis, J.C. O'Connor, *Dynamics of human gait*, 2nd ed, Cape Town, South Africa: Kiboho Publisher, (1992).
- [10] D.A. Winter, H. Grant Sidwall, D.A. Hobson, *Measurement and reduction of noise in kinematics of locomotion*, Journal of Biomechanics, 7(2) (1974), 157–159.
- [11] F. J. Alonso, J. Cuadrado, U. Luginis, P. Pintado, *A compact smoothing-differentiation and projection approach for the kinematic data consistency of biomechanical systems*, Multibody System Dynamics, 24 (2010), 67–80.
- [12] J. Garcia de Jalon, E. Bayo, *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems*, Springer-Verlag, New-York, (1994).
- [13] J. Cuadrado, R. Pàmies-Vilà, U. Luginis, F.J. Alonso, *A force-based approach for joint efforts estimation during the double support phase of gait*, J.J McPhee, J. Kövecses (Eds.), Procedia IUTAM, (2) (2011), 26-34, Elsevier.
- [14] H.M Lankarani, P.E. Nikravesh, *A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems*, Journal of Mechanical Design, 112 (1990), 369-376.
- [15] D. Dopico, A. Luaces, M. González, J. Cuadrado, *Dealing with multiple contacts in a human-in-the-loop application*, Multibody System Dynamics, 25(2) (2011), 167-183.
- [16] J. Cuadrado, D. Dopico, A. Barreiro, E. Delgado, *Real-Time State Observers Based on Multibody Models and the Extended Kalman Filter*, Journal of Mechanical Science and Technology, 23(4) (2009), 894-900.