

# Observador de estados basado en modelo multicuerpo aplicado a un vehículo automóvil

E. Sanjurjo Maroño<sup>1</sup>, E. Sinigaglia<sup>2</sup>, M.Á. Naya Villaverde<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratorio de Ingeniería Mecánica. Universidad de A Coruña. {emilio.sanjurjo, minaya}@udc.es

<sup>2</sup>Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali, University of Padua. edoardo.sinigaglia@studenti.unipd.it

*Este trabajo trata la aplicación de un filtro de Kalman a un modelo multicuerpo de vehículo. La ventaja de emplear modelos multicuerpo en observadores de estados es que proveen un marco sistemático con el que diseñar los modelos dinámicos de los filtros de Kalman. El mayor inconveniente de esta técnica es que la estructura matemática del filtro de Kalman y la de las simulaciones multicuerpo es bastante diferente, por lo que su combinación no es trivial. En este caso se ha propuesto un filtro de Kalman indirecto, en el que se estiman los errores de posición y velocidad de la simulación multicuerpo para luego corregirlos. Esta técnica permite el aprovechamiento de modelos existentes sin realizar cambios a la formulación ni al integrador, a la vez que su coste computacional es menos elevado que otras alternativas más convencionales.*

## 1. Introducción

Cada año mueren más de 1.2 millones de personas en accidentes de tráfico en el mundo, siendo además la primera causa de muerte en personas de 15 a 29 años [1]. Este hecho ha motivado un gran esfuerzo de investigación en los últimos años para mejorar la seguridad activa y pasiva de los automóviles.

Los sistemas de seguridad activa ayudan al conductor a controlar el vehículo en situaciones de emergencia. Los vehículos autónomos van un paso más allá: no se ayuda al conductor, sino que éste es sustituido.

Tanto los sistemas de ayuda a la conducción como los vehículos autónomos necesitan de información del vehículo y de su entorno. Cuando es posible, esta información se toma de sensores, pero existen magnitudes que no pueden ser medidas directamente por limitaciones técnicas y/o económicas. En ese caso se emplean observadores de estados, habitualmente basados en el filtro de Kalman, que combinan la información procedente de sensores con un modelo simplificado del sistema en estudio para obtener la información deseada. Cuanto más completo sea el modelo, más información se puede obtener del mismo, pero realizar modelos detallados a medida puede resultar muy complejo. Por ese motivo resulta conveniente emplear las técnicas sistemáticas de realización de modelos multicuerpo, ya que permiten acelerar el proceso de desarrollo de modelos complejos. El inconveniente surge por su estructura matemática, que es diferente a la asumida por el filtro de Kalman, por lo que previamente se han estudiado distintas opciones para combinarlos de la mejor manera posible [2]. En este trabajo, el mejor método de los propuestos en [2] se aplica al modelo multicuerpo de un vehículo completo.

## 2. Prototipo empleado



Figura 1: Vehículo empleado.

Para este trabajo se ha empleado un prototipo de vehículo (Figura 1) construido en el Laboratorio de Ingeniería Mecánica, de la Universidad de A Coruña. Al ser un vehículo de fabricación propia se conocen mejor sus propiedades (dimensiones, masas, inercias, etc.) y el funcionamiento de cada componente del vehículo, permitiendo una caracterización más precisa de los subsistemas.

Este vehículo cuenta con un chasis multitubular de acero y un motor de gasolina con caja de cambios automática situada en la parte trasera, que transmite la fuerza de propulsión al eje trasero. Los frenos son de disco en ambos ejes. Aunque el vehículo cuenta con servomotores que permiten actuar de forma autónoma los mandos de acelerador, freno y dirección, en este trabajo el vehículo se ha utilizado conduciéndolo de forma completamente manual.

Para la toma de datos realizada en este trabajo se ha empleado la sensorización disponible a bordo del vehículo (véase Tabla 1), muestreada a través del sistema de adquisición de datos (modelo DAP 4200a), que se conecta al ordenador central del vehículo. La única excepción a esta norma es el receptor de GPS, que se conecta directamente al ordenador a través de un puerto serie.

Las magnitudes monitorizadas en el vehículo se emplean en dos fases diferentes: algunas de ellas son empleadas como entradas para los modelos de fuerzas aplicados al modelo multicuerpo, mientras que otros sensores se emplean para corregir el estado del modelo.

**Tabla 1:** Sensores instalados en el vehículo.

Magnitud	Sensor
Aceleración del chasis (X,Y,Z)	Acelerómetros
Velocidad angular del chasis (X,Y,Z)	Giróscopos
Inclinación del chasis en parado (cabecceo, balanceo)	Inclinómetro
Ángulo de rotación de las ruedas	Sensores de efecto Hall
Presión del circuito de frenos	Sensor de presión
Ángulo de volante y de la cremallera de dirección	Codificadores angulares
Velocidad de rotación del motor	Sensor de efecto Hall
Par de la cremallera de dirección	Sensor de par
Ángulo del pedal del acelerador	Codificador angular
Par transmitido a la rueda trasera derecha	Sensor de par
Posición, velocidad y curso	GPS

### 3. Modelo multicuerpo

El modelo multicuerpo del vehículo empleado en este trabajo es similar al que se describe en [3], aunque se han hecho una serie de modificaciones para mejorar la precisión y el rendimiento de la simulación.

El modelo ha sido realizado en coordenadas naturales, aunque se han añadido algunas coordenadas relativas para facilitar la introducción de fuerzas, como distancias para caracterizar el movimiento de las suspensiones, o ángulos para caracterizar el giro de las ruedas con respecto a las manguetas. Los principales puntos y vectores de la modelización empleada se muestran en la Figura 2.

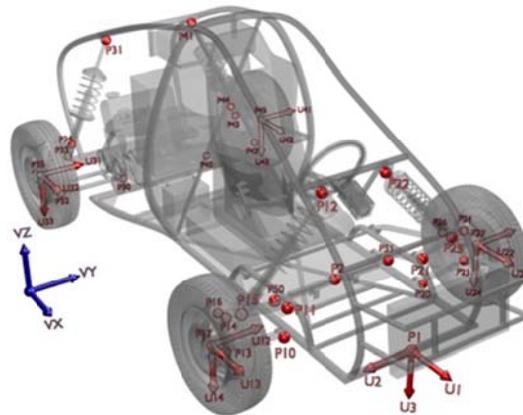
Las modificaciones del modelo con respecto al descrito en [3] se detallan a continuación.

En primer lugar, el modelo de freno se ha modificado, habiéndose caracterizado el coeficiente de rozamiento entre las pastillas de freno y los discos experimentalmente, y ajustando el modelo de fuerza normal de la pastilla sobre el disco. Todo el proceso de caracterización del freno se detalla en [4].

La resistencia a la rodadura también ha sido determinada experimentalmente lanzando el vehículo por una pendiente de inclinación conocida y comparando la aceleración real con la que obtendría el modelo sin considerar la resistencia a la rodadura, pero considerando los efectos de los errores geométricos, como las desalineaciones de las ruedas. De esta comparación se obtiene el coeficiente de resistencia a la rodadura. El proceso también se describe con más detalle en [4].

Por último, la mejora más importante realizada en el modelo ha sido la eliminación de vectores giratorios en la rueda. En lugar de ello, los vectores que antes estaban fijos a la rueda ahora son solidarios a la mangueta. Aunque dichos vectores siguen formando parte del modelo, con la nueva configuración son mucho más fáciles de integrar, ya que su movimiento es mucho más lento. Para caracterizar el movimiento de la rueda en esta nueva configuración se emplea el ángulo de giro relativo entre la rueda y la mangueta. El inconveniente de este enfoque

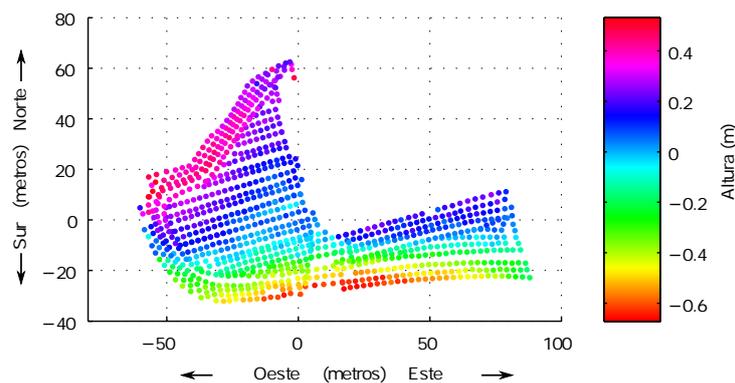
es que la matriz de masas deja de ser constante, por lo que las fuerzas dependientes de la velocidad tienen que ser calculadas explícitamente, lo que supone un pequeño aumento de complejidad y de coste computacional, pero que se compensa con creces por estabilidad y velocidad que le aporta al proceso de integración [5].



**Figura 2:** Principales puntos y vectores del modelo de vehículo.

### 3.1. Entorno de simulación

Para conseguir que el modelo multicuerpo de un vehículo se comporte de manera realista, además de la calidad del modelo, también es muy importante el entorno de simulación, principalmente la topografía del suelo.



**Figura 3:** Puntos tomados del levantamiento topográfico.



**Figura 4:** Modelo de la pista de pruebas (izquierda), ortofoto de la pista real (PNOA cedida por © Instituto Geográfico Nacional), (derecha).

En este trabajo se ha empleado un aparcamiento como pista de pruebas. Dicha pista se ha caracterizado mediante un levantamiento topográfico realizado con GPS en el que se han tomado 957 puntos de la pista (ver Figura 3). A partir de los datos tomados se realiza una malla de triángulos, empleada tanto para la detección de colisiones con

el neumático, como para crear el objeto gráfico empleado en las simulaciones, que ayuda a una primera verificación visual de los resultados. Para la creación del objeto gráfico definitivo se añadió una textura de asfalto, y se han dibujado las principales líneas del aparcamiento a partir de una ortofoto de la zona (Figura 4).

### 3.2. Formulación multicuerpo

En este trabajo se ha empleado una formulación de Lagrange aumentado de índice 3 con proyecciones ortogonales en velocidad y aceleración [6], [7], [8]. La ecuación del movimiento tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \boldsymbol{\alpha} \Phi + \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda}^* = \mathbf{Q} \quad (1)$$

en donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masas del sistema,  $\ddot{\mathbf{q}}$  son las aceleraciones,  $\Phi_q$  es la matriz jacobiana del sistema,  $\boldsymbol{\alpha}$  es la matriz de penalizadores,  $\Phi$  es el vector de restricciones,  $\boldsymbol{\lambda}^*$  son los multiplicadores de Lagrange y  $\mathbf{Q}$  son las fuerzas generalizadas del sistema.

Los multiplicadores de Lagrange se obtienen según el siguiente proceso iterativo:

$$\boldsymbol{\lambda}_{i+1}^* = \boldsymbol{\lambda}_i^* + \boldsymbol{\alpha} \Phi_{i+1} \quad (2)$$

El integrador empleado es la regla trapezoidal implícita de paso simple, que presenta la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{q}}_{k+1} = \frac{2}{\Delta t} \mathbf{q}_{k+1} + \hat{\mathbf{q}}_k, \quad \text{con} \quad \hat{\mathbf{q}}_k = -\left( \frac{2}{\Delta t} \mathbf{q}_k + \dot{\mathbf{q}}_k \right) \quad (3)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_k = \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{q}_{k+1} + \hat{\mathbf{q}}_k \quad \text{con} \quad \hat{\mathbf{q}}_k = -\left( \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{q}_k + \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{q}}_k + \ddot{\mathbf{q}}_k \right) \quad (4)$$

en donde  $\Delta t$  es el paso de tiempo de integración. Nótese que los subíndices  $i$  se refieren a iteraciones dentro de un mismo paso de tiempo, mientras que los subíndices  $k$  hacen referencia a los distintos pasos de tiempo. Las ecuaciones del movimiento se discretizan introduciéndolas en las ecuaciones del integrador. La solución del sistema no lineal resultante se obtiene utilizando el método de Newton-Raphson. Finalmente, se realizan las proyecciones ortogonales en velocidad y aceleración, que garantizan el cumplimiento de las restricciones en velocidad  $\dot{\Phi} = \mathbf{0}$ , y aceleración  $\ddot{\Phi} = \mathbf{0}$ .

## 4. Observadores de estados basados en modelos multicuerpo

El observador de estados empleado en este desarrollo pertenece a la familia de los filtros de Kalman [9], [10], un algoritmo ampliamente utilizado para implementar observadores de estados y sistemas de fusión de datos. Para sistemas lineales, el filtro de Kalman proporciona un algoritmo simple y eficiente que permite combinar de forma óptima las predicciones de un modelo imperfecto con medidas ruidosas procedentes de sensores. Uno de los problemas que surgen cuando se intenta aplicar el filtro de Kalman a un sistema real es que la mayoría de los sistemas reales no son lineales, como sucede en este caso, en el que se desea emplear un filtro de Kalman para corregir un modelo multicuerpo.

Cuando se pretende aplicar el filtro de Kalman a un sistema no lineal hay varias alternativas, aunque todas ellas implican un mayor coste computacional y la pérdida de la optimalidad del algoritmo. Si las no linealidades del sistema no son muy importantes con respecto al ruido de la planta y/o de las mediciones, se suelen obtener buenos resultados con el filtro de Kalman extendido (EKF), que es la aplicación de un filtro de Kalman a un sistema linealizarlo en la trayectoria estimada. Sin embargo, a veces este método no converge, y las matrices jacobianas en la linealización no siempre son fáciles de obtener para sistemas reales.

Cuando la linealización en la trayectoria estimada no representa adecuadamente al sistema, es necesario emplear métodos de mayor orden. Una de las estrategias más empleadas para conseguir solventar estos problemas son los métodos basados en muestreos deterministas [11], en los que se seleccionan varios puntos que representan la distribución de probabilidad de la estimación de estado. Esos puntos se propagan a través del modelo del sistema y del modelo de medición, para finalmente reconstruir las propiedades estadísticas de la estimación a través de las muestras propagadas. Cada una de estas muestras se suele denominar como “sigma-point” en la literatura. Existen diferentes estrategias para seleccionar los “sigma-points”, y según la que se emplee dan lugar a distintos filtros, tales como el unscented Kalman filter (UKF), el spherical simplex unscented Kalman filter (SSUKF), etc. Sin embargo, el resto del algoritmo es idéntico en todos ellos, produciendo resultados similares. La ventaja de estos métodos es su mayor precisión y facilidad de implementación con respecto al filtro de Kalman extendido,

pero su coste computacional suele ser mayor, ya que el modelo del sistema tiene que ser evaluado tantas veces como “sigma-points” haya.

Los modelos multicuerpo son, en general, sistemas no lineales, por lo tanto hay que emplear alguna de las técnicas anteriormente descritas para poder emplearlos en un filtro de Kalman. Además de esto, todavía hay que destacar dos inconvenientes más a la hora de combinar estas dos técnicas: el primero es que los modelos multicuerpo son sistemas de segundo orden, mientras que los filtros de Kalman están formulados para sistemas de primer orden. Este inconveniente es fácilmente solucionable duplicando variables: los estados están formados por las posiciones y las velocidades del mecanismo en estudio, de modo que el vector de estados del observador tiene el doble de tamaño que el vector de coordenadas del modelo multicuerpo.

La última posible discrepancia es que los sistemas multicuerpo, en general, están formulados con coordenadas dependientes, entre las que hay ecuaciones de restricción que hay que cumplir. Sin embargo, el filtro de Kalman asume que las coordenadas son independientes entre sí. Para solucionar esta discrepancia cabe considerar dos opciones: o se emplea una formulación multicuerpo en coordenadas independientes, como la de matriz R [12], o bien se introducen las restricciones en el filtro de Kalman, lo que puede ser conseguido por varios métodos [13].

Una última opción es que el estado del filtro no sean las variables deseadas, sino el error que el modelo multicuerpo comete al estimar las mismas. De esta manera, primero se ejecuta el modelo multicuerpo, que comete un cierto error, y después se ejecuta el filtro, que estima dicho error. Finalmente, los errores estimados son introducidos en la simulación del modelo multicuerpo. Este tipo de filtro es empleado habitualmente cuando se combinan sensores inerciales con otros sensores de posición [14], y se conoce como formulación indirecta.

Se han estudiado varias de estas opciones en [2], poniendo especial atención en el coste computacional y en la precisión obtenida por los algoritmos. En concreto, las formulaciones estudiadas han sido un filtro de Kalman extendido en tiempo continuo (CEKF), un filtro de Kalman extendido en tiempo discreto (DEKF), un filtro de Kalman de la familia de los “sigma-point” (UKF), dos filtros de Kalman extendidos con variables dependientes incluyendo las restricciones como medidas perfectas (SCKF, y DIEKFpm), y el método indirecto estimando errores (errorEKF). Los mecanismos estudiados con estos filtros han sido un cuadrilátero articulado y un pentátero articulado, lo que ha posibilitado estudiar como aumenta el coste computacional de los métodos al aumentar el tamaño del problema. Se ha visto que el método que proporciona los mejores resultados es el UKF, pero su coste computacional es muy alto, por lo que sería imposible emplearlo en tiempo real en un sistema tan grande como el modelo de vehículo empleado en el presente trabajo. El método más eficiente ha resultado ser el errorEKF, que además también ha logrado obtener unos buenos resultados en cuanto a precisión en la mayoría de los experimentos realizados, por lo que éste ha sido el candidato seleccionado para ser implementado con el vehículo. La implementación de estos métodos, realizada en Matlab®, ha sido liberada como código libre<sup>1</sup>.

## 5. Observador de estados del vehículo

De todas las opciones consideradas en [2], el método seleccionado ha sido el errorEKF por su equilibrio entre coste computacional y precisión. Una ventaja adicional del método elegido es que su implementación no interfiere con la del modelo, de modo que el filtro de Kalman puede ser añadido a un modelo existente sin modificar el código del mismo. Esto ha resultado particularmente ventajoso en este caso, dado que ya había disponible un modelo multicuerpo del vehículo instalado a bordo del vehículo capaz de ejecutarse en tiempo real empleando los datos de los sensores del vehículo como entradas [5].

Los filtros de Kalman convencionales tienen dos etapas, la predicción y la actualización con medidas de los sensores. El errorEKF, al ser un filtro indirecto, tiene una fase adicional, la corrección del modelo multicuerpo.

En la etapa de predicción, el filtro estima los errores de los grados de libertad a nivel de posición,  $\Delta \mathbf{z}$ , y errores a nivel de velocidad,  $\Delta \dot{\mathbf{z}}$ . El error en velocidad evoluciona según un modelo de camino aleatorio (“random walk”), mientras que para el error de posición se considera una integración con el método Euler explícito (“forward Euler”):

$$\Delta \mathbf{z}_k = \Delta \mathbf{z}_{k-1} + \Delta \dot{\mathbf{z}}_{k-1} \Delta t \quad (5)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{z}}_k = \Delta \dot{\mathbf{z}}_{k-1} \quad (6)$$

Escribiendo el modelo de la predicción en forma matricial, se obtiene lo siguiente:

<sup>1</sup> <https://github.com/MBDS/mbde-matlab>

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \Delta \mathbf{t} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix}_{k-1} \Rightarrow \mathbf{x}_k^- = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1}^+ \quad (7)$$

donde  $\mathbf{x}$  es el vector de estados, los superíndices  $-$  y  $+$  indican estimación antes y después de las medidas de los sensores, respectivamente, y  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad.

La matriz de covarianza del error de estimación  $\mathbf{P}$  también se propaga en esta fase:

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}^T + \Sigma^P \quad (8)$$

en donde  $\Sigma^P$  es la matriz de covarianza del ruido de la planta.

Una vez finalizada la fase de predicción, se aplican las medidas de los sensores. En este caso, a cada paso de tiempo del modelo multicuerpo, que se realiza a 250 Hz ( $\Delta t = 4\text{ms}$ ), hay disponibles medidas de la mayoría de los sensores empleados en esta fase: acelerómetros, giróscopos y medidas de los ángulos girados por las ruedas. Sin embargo, el GPS se actualiza a menor frecuencia, unos 50 Hz, de modo que la mayoría de los pasos de tiempo no hay correcciones procedentes del GPS. Además, el GPS provee de medidas en posición, velocidad y curso (la dirección de la velocidad), pero estas últimas sólo son fiables cuando la velocidad está por encima de un cierto umbral. Por ese motivo, la fase de actualización se hace de forma secuencial, aplicando las medidas de los sensores una a una, y sólo se aplican en cada paso de tiempo los sensores que están disponibles. Esta metodología, además de permitir una mayor flexibilidad a la hora de considerar diversas configuraciones de los sensores, es más eficiente computacionalmente que la misma operación realizada de modo matricial, aunque el método secuencial solo se puede aplicar si los ruidos de cada sensor no dependen de los ruidos de los otros sensores, es decir, si la matriz de covarianza del ruido de los sensores es diagonal [10]. El proceso de actualización es el siguiente:

$$\mathbf{K}_k^i = \frac{1}{\mathbf{h}_{x,k}^i \mathbf{P}_k^{i-1} (\mathbf{h}_{x,k}^i)^T + \Sigma^{S,i}} \mathbf{P}_k^{i-1} (\mathbf{h}_{x,k}^i)^T \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_k^i = \mathbf{P}_k^{i-1} - \mathbf{K}_k^i \mathbf{h}_{x,k}^i \mathbf{P}_k^{i-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_k^i = \mathbf{x}_k^{i-1} + \mathbf{K}_k^i (\mathbf{o}_k^i - \mathbf{h}^i(\mathbf{x}_k^{i-1})) \quad (11)$$

donde  $\mathbf{K}$  es la ganancia de Kalman,  $\mathbf{h}$  y  $\mathbf{h}_x$  es el modelo de medición y su jacobiano con respecto a los estados,  $\Sigma^S$  es la matriz de covarianza de ruido de los sensores y  $\mathbf{o}$  es el vector de medidas. El superíndice  $i$  indica la medida aplicada en cada momento. De esta manera,  $\mathbf{h}_x^i$  es la  $i$ ésima fila de la matriz  $\mathbf{h}_x$ ,  $\Sigma^{S,i}$  es el  $i$ ésimo elemento de la diagonal de  $\Sigma^S$  y  $\mathbf{o}^i$  es la  $i$ ésima medida aplicada. Las variables intermedias  $\mathbf{P}^i$  y  $\mathbf{x}^i$  se inicializan de la siguiente manera:

$$\mathbf{P}_k^0 = \mathbf{P}_k^- \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_k^0 = \mathbf{x}_k^- \quad (13)$$

Una vez que se han aplicado todas las medidas disponibles en un instante dado,  $\mathbf{P}^i$  y  $\mathbf{x}^i$  se convierten en las estimaciones a posteriori de ese instante de tiempo  $\mathbf{P}_k^+$  y  $\mathbf{x}_k^+$ .

La última fase del algoritmo consiste en corregir el estado del modelo multicuerpo. Como los estados del observador son los errores de los grados de libertad del mecanismo (o de algunos de ellos si no hay información sobre todos), para poder corregir el vector de posiciones y velocidades de la simulación multicuerpo hay que resolver los problemas cinemáticos de posición y velocidad para obtener unos nuevos vectores de posición y velocidad que cumplan las restricciones. En general, la forma correcta de hacer esto es incrementar el valor de los grados de libertad en posición y velocidad, y resolver ambos problemas cinemáticos. Sin embargo, si la formulación multicuerpo empleada puede corregir pequeños errores a nivel de posición, y si las correcciones proporcionadas por el filtro son pequeñas, se puede hacer una simplificación que reduce el coste computacional del algoritmo. En lugar de incrementar el valor de los grados de libertad y luego resolver el problema de posición, que es iterativo, se puede resolver el problema de velocidad imponiendo como velocidades de los grados de libertad los errores en posición del mecanismo. De esta manera se obtiene una aproximación de los incrementos que hay que aplicar a las coordenadas dependientes para corregir su estado. Por último, una vez que

el estado del modelo multicuerpo ha sido corregido, la estimación del error se pone a cero, y se empieza el siguiente paso de tiempo.

En el caso concreto del observador de estados del vehículo no se ha aplicado porque algunas de las correcciones procedentes del GPS son demasiado grandes y es preferible resolver el problema de posición sin simplificaciones.

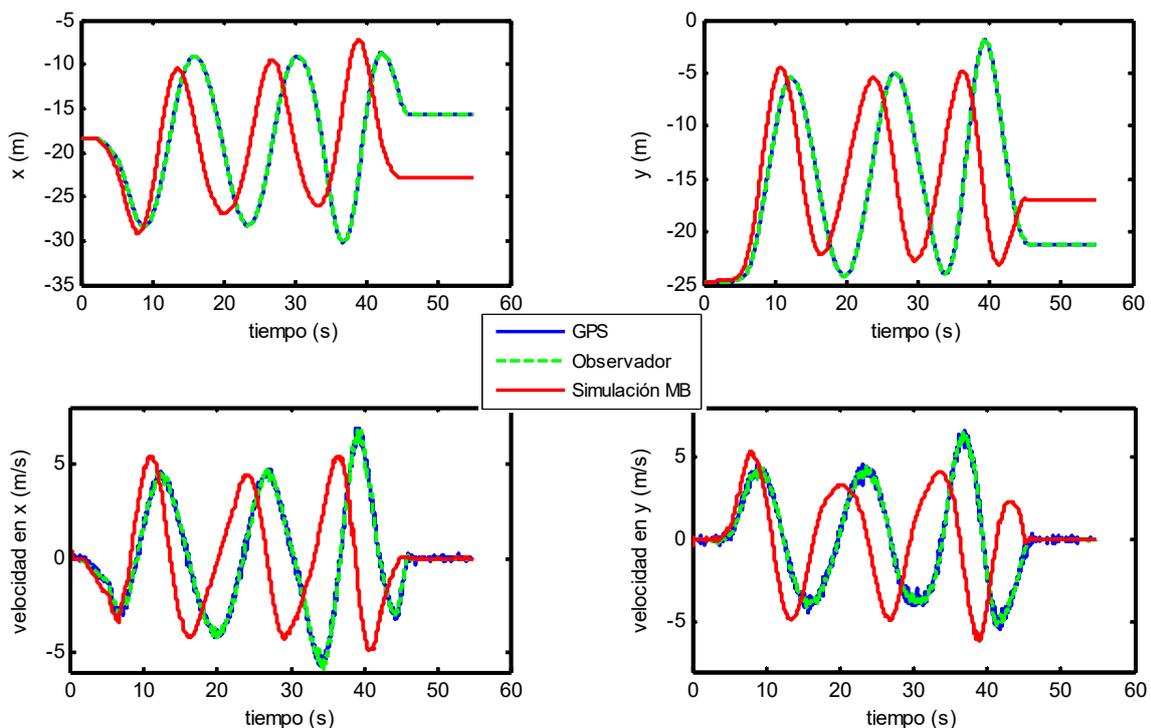
La selección de los estados a incluir en el observador se hace en función de la observabilidad de los mismos. Si no hay sensores que aporten información sobre alguna coordenada, la covarianza asociada a esa magnitud se desestabiliza, y con ello se desestabiliza el filtro. Por ello se dejan únicamente los grados de libertad que son observables. Los demás no se corrigen directamente, aunque se ven afectados por las correcciones de las otras coordenadas a través de las ecuaciones de la dinámica durante la ejecución de la simulación multicuerpo.

En este caso, el modelo de vehículo tiene 14 grados de libertad: 6 grados de libertad del chasis como sólido rígido, 4 desplazamientos de las suspensiones, y 4 giros de las ruedas. El movimiento de la dirección no es un grado de libertad porque se impone con una restricción de guiado cinemático. El movimiento del chasis está definido por los sensores inerciales y el GPS, y giro de las ruedas se mide con los sensores de efecto Hall instalados en las mismas. Sin embargo, no se realiza ninguna medición del recorrido de las suspensiones, por lo que su movimiento no es conocido. Por ello, el vector de estados del filtro tiene 20 componentes: los errores en posición y velocidad de todos los grados de libertad excepto las suspensiones.

## 6. Resultados

Se ha realizado una maniobra con el prototipo, y se han grabado los datos de todos los sensores, para poder ejecutar el observador de estados posteriormente. En la Figura 5 se muestran los resultados de los valores de posición y velocidad obtenidos en esa maniobra. Se puede comprobar que el modelo multicuerpo sin corrección se aparta de la trayectoria real en pocos segundos, mientras que el observador de estados consigue corregir la posición y la velocidad hasta solaparse con los datos del GPS, con la ventaja de que el observador de estados proporciona datos a 250 Hz, mientras que el GPS lo hace a 50 Hz. En cuanto a la velocidad, además de la misma ganancia en frecuencia que en el caso de la posición, el observador de estados proporciona una solución menos ruidosa que la dada por el GPS.

A falta de un estudio más detallado, se puede decir que el método presentado se ejecuta más rápido que tiempo real en esta maniobra en un ordenador de sobremesa (Intel Core i5 650 @ 3.20 GHz, 4 GB RAM).



**Figura 5:** Resultados de posicionamiento y velocidad de una maniobra realizada con el vehículo.

## 7. Conclusiones y trabajo futuro

En este artículo se presenta la aplicación de un filtro de Kalman indirecto a un modelo multicuerpo de vehículo. Este método permite aprovechar el código de simulación ya existente con cambios mínimos, lo que supone una gran ventaja con respecto a los filtros de Kalman directos. El coste computacional del método también es menor que el de otros métodos estudiados para combinar modelos multicuerpo con filtros de Kalman, aunque falta por realizar estudio en el que se compruebe el tiempo empleado en cada paso de integración.

En cuanto al trabajo futuro, se estudiarán situaciones con sensores GPS de menor precisión y con menor frecuencia de muestreo, así como situaciones en las que el GPS no esté disponible durante un cierto tiempo. También se pretende estudiar el comportamiento de variables de las que no se disponen medidas. Para ello hay que añadir la sensorización necesaria al prototipo y realizar nuevas maniobras.

## 8. Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad a través del proyecto “Observadores de estados y entradas basados en modelos multicuerpo detallados aplicados al control de vehículos” (TRA2014-59435-P). El trabajo de Emilio Sanjurjo Maroño ha sido financiado por la beca predoctoral BES-2013-063598 del Gobierno de España.

## 9. Referencias

- [1] Organización Mundial de la Salud. Global Status Report on Road Safety 2015, (2015).
- [2] E. Sanjurjo, J.L. Blanco, J.L. Torres, M.Á. Naya. Testing the Efficiency and Accuracy of Multibody-Based State Observers, ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics, Barcelona, España, (2015).
- [3] R. Pastorino. Experimental Validation of a Multibody Model for a Vehicle Prototype and its Application to Automotive State Observers, Tesis Doctoral, Universidad de A Coruña, Ferrol, (2012).
- [4] E. Sanjurjo, A. Varela, M.Á. Naya. Modelización de los Subsistemas de Tracción y Frenado de un Automóvil para su Uso en un Simulador, XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Málaga, España, (2014).
- [5] E. Sanjurjo, R. Pastorino, P. Gallo, M.Á. Naya. Implementation Issues of an on Board Real-Time Multibody Model, 3rd Joint Int. Conference on Multibody System Dynamics (IMSD) and 7th Asian Conference on Multibody Dynamics (ACMD 2014), Busan, Corea, (2014).
- [6] J. Cuadrado, R. Gutiérrez, M.Á. Naya, P. Morer. A Comparison in Terms of Accuracy and Efficiency Between a MBS Dynamic Formulation with Stress Analysis and a Non-Linear FEA Code, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 51, (2001), 1033-1052.
- [7] J. Cuadrado, D. Dopico, M.Á. Naya, M. González. Penalty, Semi-Recursive and Hybrid Methods for MBS Real-Time Dynamics in the Context of Structural Integrators, Multibody System Dynamics, 12, (2004), 117-132.
- [8] D. Dopico, F. González, J. Cuadrado, J. Kövecses. Determination of Holonomic and Nonholonomic Constraint Reactions in an Index-3 Augmented Lagrangian Formulation With Velocity and Acceleration Projections, Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 9, (2014), 041006 (9 páginas).
- [9] D. Simon. Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches, Wiley, (2006). ISBN: 978-0-471-70858-2.
- [10] M.S. Grewal, A.P. Andrews. Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab®, Wiley, (2008). ISBN: 978-0-470-17366-4.
- [11] S.J. Julier, J.K. Uhlmann. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation, Proceedings of the IEEE, 92, (2004), 401-422.
- [12] J. García de Jalón, E. Bayo. Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems: The Real-Time challenge, Springer-Verlag, (1994). ISBN: 0-387-94096-0.
- [13] D. Simon, T.L. Chia. Kalman filtering with state equality constraints, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 38, (2002), 128-136.
- [14] P.D. Groves. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems, Artech House, (2013). ISBN: 978-1-60807-005-3