



JAÉN

20 | 20  
22 | 21

OCTUBRE

XXIII CONGRESO  
NACIONAL DE  
INGENIERÍA  
MECÁNICA



# Observador de estados, parámetros y entradas basado en modelos multicuerpo y filtros de Kalman aplicados en automoción

Antonio J. Rodríguez<sup>1</sup>, Emilio Sanjurjo<sup>1</sup>, Roland Pastorino<sup>2</sup>, Miguel Á. Naya<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratorio de Ingeniería Mecánica, Universidade da Coruña, [antonio.rodriguez.gonzalez@udc.es](mailto:antonio.rodriguez.gonzalez@udc.es),  
[emilio.sanjurjo@udc.es](mailto:emilio.sanjurjo@udc.es), [miguel.naya@udc.es](mailto:miguel.naya@udc.es)

<sup>2</sup> Test Division, Siemens Digital Industries Software, [roland.pastorino@siemens.com](mailto:roland.pastorino@siemens.com)

---

*El objetivo de este trabajo es presentar un observador de estados preciso para aplicaciones de la industria de la automoción. Los observadores de estados se basan en modelos para obtener una estimación de las variables de estado. Combinando un modelo multicuerpo de un vehículo con un filtro de Kalman y un conjunto reducido de sensores, se puede lograr que el observador proporcione información detallada de la situación real en cualquier situación. De esta forma, es posible obtener variables de interés a partir del observador de estados sin necesidad de instalar sensores costosos. Para ello, en este trabajo se emplea un filtro dual, de dos etapas, que combina la estimación de estados, entradas y parámetros alcanzando una gran precisión en las estimaciones. En un entorno de simulación, se evalúa el rendimiento del observador en una maniobra exigente. Los resultados muestran una gran precisión en variables de gran interés, como las fuerzas en los neumáticos.*

---

## 1. Introducción

Uno de los principales objetivos de la Industria de la Automoción es mejorar la seguridad de los vehículos. Los vehículos actuales cuentan cada vez con más sistemas para asistir al conductor. La evolución de estos sistemas está ligada a la cantidad de información disponible sobre la situación del vehículo. A mayor cantidad de información, mejor podrá ser la toma de decisiones por parte del sistema. Dicha información se recoge mediante sensores. El principal problema es que hay ciertas variables que no se pueden medir por razones técnicas (compleja instalación del sensor) o económicas (coste excesivo del sensor). Como alternativa, dichas variables pueden estimarse, utilizando lo que se conoce como sensores virtuales.

Un sensor virtual hace uso de un entorno de simulación para obtener la información requerida. Un modelo de un vehículo determinado se podría simular replicando la maniobra real de forma que, si el modelo fuera perfecto, la simulación sería una representación fidedigna de la realidad. Por tanto, cualquier variable se podría obtener de la simulación. Sin embargo, siempre hay errores en el modelo: efectos dinámicos no considerados, parámetros desconocidos, etc. Para corregir estos errores, el modelo se combina con un estimador que, utilizando información de un conjunto reducido de sensores, corrige la simulación garantizando la correspondencia entre el mundo real y virtual.

Dentro del campo de la estimación aplicada a la automoción, uno de los mayores desafíos es determinar la fuerza de los neumáticos, así como el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y la carretera. En general, el objetivo consiste en obtener estimaciones fiables con la ayuda de sensores que suelen incorporarse actualmente en los vehículos comerciales. De esta forma, la solución podría implementarse sin grandes costes añadidos en aplicaciones reales.

El enfoque más tradicional para la estimación en automoción se basa en combinar modelos analíticos del vehículo con un filtro de Kalman. Debido a su simpleza y bajo coste computacional, estos modelos son adecuados para aplicaciones en tiempo real. El uso de un modelo de bicicleta para representar la dinámica ha sido bastante común, como se muestra en [1,2]. En otros trabajos, como los presentados en [3,4], se emplean filtros de Kalman duales para combinar la estimación de parámetros (tales como la masa o el coeficiente de

rozamiento) con la estimación de estados, incrementando la precisión de la solución final. Así mismo, recientemente surgen trabajos que basan sus estimaciones en redes neuronales [5].

Con la evolución de la tecnología, los procesadores empleados en el vehículo disponen cada vez de mayor potencia de cálculo. Esto permite que, en enfoques más recientes, se reemplacen los modelos analíticos por modelos multicuerpo. A pesar de que son modelos más complejos y costoso computacionalmente, los modelos multicuerpo pueden representar con gran precisión la dinámica de un vehículo en prácticamente cualquier situación. Además, dado su nivel de detalle, es posible obtener de un único modelo un mayor número de estimaciones con respecto a un modelo analítico. Sin embargo, combinar un modelo multicuerpo con un filtro de Kalman no es sencillo. Dependiendo del tipo de filtro, puede ser necesario adaptar las ecuaciones no lineales de la dinámica multicuerpo, incrementando la complejidad de la solución [6]. Así, en [7], se presenta un filtro EKF aplicado a un modelo multicuerpo de un vehículo, dando lugar a una solución compleja y de alto coste computacional. Por otro lado, utilizando un filtro UKF, se simplifica la implementación a la par que aumenta el coste computacional [8].

En [9], se presenta un nuevo estimador desarrollado para modelos multicuerpo, llamado errorEKF. Utilizando este filtro, se mejora sustancialmente el coste computacional y se reduce la complejidad de la solución, ya que se evita modificar las ecuaciones de la dinámica multicuerpo. Nuevas versiones del errorEKF se presentan aplicadas a mecanismos planos en [10], donde resulta de especial interés la adición de la estimación de fuerzas. En base a los resultados presentados en [10], en este trabajo se aplica el errorEKF con estimación de fuerzas a un modelo de vehículo. Además, dicho filtro se combina con un estimador de parámetros para reducir la incertidumbre presente sobre ciertas magnitudes (masa, coeficiente de rozamiento, etc.), logrando incrementar la precisión de la solución propuesta.

## 2. Metodología

Este trabajo se desarrolla en base al vehículo eléctrico que se presenta en la Figura 1. Este vehículo está instrumentado con varios sensores, cuyas principales características se resumen en la Tabla 1. A mayores, el entorno virtual y real comparten las mismas entradas: ángulo de volante y par de aceleración. De esta forma, la simulación puede replicar la maniobra real. La ventaja de emplear este vehículo es que, además de permitir validar el observador de este trabajo en un futuro, posee sensores que se encuentran en vehículos comerciales.



**Figura 1:** Vehículo modelado en este trabajo.

**Tabla 1:** Sensores considerados en este trabajo.

Sensor	Frecuencia (Hz)	Ruido
Posición XY (GPS)	5	1.785
Posición Z (GPS)	5	2.3
Velocidad (GPS)	5	0.053
Acelerómetro	250	0.447
Giróscopo	250	0.011
Despl. suspensión	250	0.01
Ángulo de rueda	250	0.078

Para evaluar de forma eficiente el rendimiento del estimador u observador, el presente trabajo se realiza completamente en un entorno de simulación. De este modo, es posible validar el correcto funcionamiento del observador en diferentes maniobras sin costes adicionales. Por tanto, se van a emplear un total de tres modelos multicuerpo del vehículo.

El primer modelo se toma como referencia, y se cita como *vehículo real* durante este trabajo. La información de los sensores empleada para realizar las estimaciones se obtiene de este modelo. Con el fin de replicar el comportamiento de un sensor real, a la información de cada sensor se le añade ruido blanco.

El segundo modelo representa al modelo del *vehículo real*. Se referencia como *modelo* a lo largo del presente manuscrito. En una situación real, el *modelo* tendrá errores debido a parámetros mal caracterizados o diferentes simplificaciones de modelado. Por ejemplo, la masa del vehículo es un parámetro que varía en función del

número de pasajeros o equipaje, por lo que es probable que haya discrepancias entre la masa del modelo y el vehículo real. Lo mismo puede ocurrir con el coeficiente de fricción de la carretera, ya que depende de las condiciones meteorológicas o del tipo de pavimento. Es por ello que la masa y coeficiente de fricción en el *modelo* serán diferentes a los del *vehículo real*. De esta forma se consigue representar una situación realista.

El tercer y último modelo es aquel que se combina con el estimador. Durante este trabajo se referencia como *observador*. El modelo multicuerpo empleado es igual que el utilizado en el *modelo*. La combinación de este modelo con el filtro de Kalman es lo que permite corregir los errores de modelado, de tal forma que la dinámica del *observador* debe coincidir con la dinámica del *vehículo real*.

### 3. Modelo multicuerpo del vehículo

El vehículo se modela tratando de reducir el coste computacional asociado a la simulación multicuerpo, de tal forma que sea viable utilizar el presente trabajo en aplicaciones de tiempo real. Se ha desarrollado empleando la librería multicuerpo MBScoder [11]. Esta librería permite generar de forma automática el mínimo código necesario para realizar una simulación multicuerpo. De esta forma se logra una mayor eficiencia en la simulación, lo que es determinante para alcanzar rendimiento en tiempo real.

La formulación multicuerpo empleada se basa en modelizar el vehículo en coordenadas relativas independientes. Para ello, las suspensiones del vehículo se reemplazan por tablas cinemáticas que describen su movimiento en función de la compresión del muelle [12]. En el caso de las ruedas delanteras, las tablas se generan además incluyendo el ángulo del volante. Esto da lugar a un total de 14 variables, que se muestran en la Ecuación 1.

$$\mathbf{z} = \{x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma \ \bar{z}_1 \ \bar{z}_2 \ \bar{z}_3 \ \bar{z}_4 \ \varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4 \} \quad (1)$$

donde  $\mathbf{z}$  son las coordenadas relativas independientes;  $x, y, z$  representan la traslación y  $\alpha, \beta, \gamma$  la rotación del vehículo;  $\bar{z}_i$  son la compresión de cada suspensión  $i$ ; y  $\varphi_i$  representa el ángulo de giro de cada rueda  $i$ .

Para resolver la dinámica del vehículo a partir de las coordenadas presentadas en la Ecuación 1, se emplea el método semi-recursivo presentado en [13]. De acuerdo con la formulación multicuerpo empleada en [13], las ecuaciones del movimiento se definen siguiendo la Ecuación 2, que representa un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{\Phi}_z^t \alpha \mathbf{\Phi} + \mathbf{\Phi}_z^t \lambda^* = \mathbf{Q} \quad (2)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masas del modelo,  $\mathbf{\Phi}$  es el vector de restricciones,  $\mathbf{\Phi}_z$  es la matriz Jacobiana de las restricciones,  $\alpha$  es el penalizador,  $\mathbf{Q}$  es el vector de las fuerzas aplicadas y de las dependientes de la velocidad, y  $\lambda^*$  es el vector de los multiplicadores de Lagrange.

Debido a que el vehículo se modela en coordenadas independientes, no existen ecuaciones de restricción. Esto reduce el coste computacional del modelo. Las ecuaciones del movimiento se simplifican convirtiéndose en un sistema diferencial-algebraico de ecuaciones (DAE), con una resolución más sencilla, tal y como se muestra en la Ecuación 3.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \quad (3)$$

Obtener las expresiones de la matriz de masas y vector de fuerzas aplicadas en coordenadas relativas es complejo. Por tanto, en [13] se propone el uso de un conjunto de coordenadas complementarias que se muestra en la Ecuación 4, y se conocen como coordenadas de cuerpo.

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde  $\dot{s}$  es la velocidad del punto de un cuerpo del modelo que coincide con el sistema fijo de referencia en cada paso de tiempo, representando la traslación del sólido, y  $\omega$  es la velocidad angular de cada cuerpo, representando su movimiento de rotación..

Las coordenadas de cuerpo se pueden relacionar con las coordenadas relativas a través de las relaciones cinemáticas entre sólidos [13], dando lugar a una matriz  $\mathbf{R}$  tal que,

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R}\dot{\mathbf{z}} \quad (5)$$

Si se aplica esta relación a las ecuaciones dinámicas del movimiento,

$$\mathbf{R}^t \bar{\mathbf{M}} \mathbf{R} \ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{R}^t (\bar{\mathbf{Q}} - \bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{R}} \dot{\mathbf{z}}) \quad (6)$$

Lo que implica que la matriz de masas y el vector de fuerzas del modelo expresados en coordenadas relativas es,

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}^t \bar{\mathbf{M}} \mathbf{R} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{R}^t(\bar{\mathbf{Q}} - \bar{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{z}}) \quad (8)$$

Una vez obtenidas las expresiones para la matriz de masas y el vector de fuerzas, es posible integrar la Ecuación 3 y obtener la posición, velocidad y aceleración del vehículo en cada paso de tiempo. Siguiendo este enfoque, se consigue reducir el tiempo de ejecución notablemente, permitiendo alcanzar tiempo real en plataformas como las que se instalan a bordo de los vehículos [14,15].

#### 4. Filtro dual de Kalman

Como se ha comentado en la Sección 1, en este trabajo se emplea un filtro dual de Kalman que combina dos filtros diferentes: un extended Kalman filter (errorEKF) y un unscented Kalman filter (UKF). Mediante el errorEKF, se estiman los estados del vehículo y las fuerzas que actúan sobre el mismo. Con el fin de reducir la incertidumbre que existe sobre el modelo, se añade un filtro UKF para estimar parámetros. El esquema de este filtro se muestra en la Figura 2.

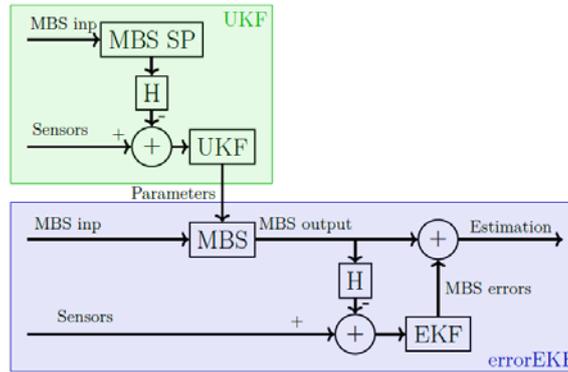


Figura 2: Esquema del filtro de Kalman dual empleado.

##### 4.1. Estimación de parámetros

Para estimar los parámetros, en este trabajo se ha seleccionado un filtro UKF. Este filtro ofrece independencia de las ecuaciones del sistema con respecto a las del filtro. Este aspecto es especialmente importante para el caso de estimación de parámetros. En el caso de este trabajo, relacionar por ejemplo el coeficiente de rozamiento con la información de los sensores empleados es complejo, lo que dificulta una implementación siguiendo el enfoque de un filtro EKF.

Sin embargo, como se muestra en [8], el empleo de UKF conlleva un gran incremento de coste computacional. Por tanto, es importante seleccionar un conjunto reducido de parámetros para estimar. De los parámetros de un vehículo, hay algunos como la geometría de la suspensión que se mantienen constantes durante la vida útil del vehículo. Sin embargo, hay otros parámetros que son susceptibles de variar entre diferentes maniobras. Tal es el caso de la masa del vehículo, que depende del número de pasajeros o equipaje, y el coeficiente de fricción de la carretera, que puede variar de acuerdo al tipo de pavimento o condiciones meteorológicas. Por tanto, en el UKF empleado en este trabajo, el vector de estados para un paso de tiempo  $k$  ( $\mathbf{x}_k$ ), presentado en la Ecuación 9, está formado por la masa ( $m$ ) y el coeficiente de fricción de la carretera ( $\mu$ ).

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} m \\ \mu \end{bmatrix} \quad (9)$$

El filtro UKF basa sus estimaciones en propagar un conjunto de variantes del vector de estados escogidos de forma determinística y con diferentes pesos (conocidos como *sigma-points*) a través de las ecuaciones del sistema, que en este caso son las ecuaciones de la dinámica presentes en la Ecuación 3. Los *sigma-points* ( $\boldsymbol{\chi}_k$ ) se obtienen siguiendo la Ecuación 10.

$$\boldsymbol{\chi}_k(i) = \begin{cases} \mathbf{x}_k & i = 0 \\ \mathbf{x}_k + \gamma(\sqrt{\mathbf{P}_k})_i & i = 1, \dots, L \\ \mathbf{x}_k - \gamma(\sqrt{\mathbf{P}_k})_i & i = L + 1, \dots, 2L \end{cases} \quad (10)$$

donde  $L$  es la dimensión del vector de estados (Ecuación 9),  $\mathbf{P}$  la matriz de covarianza del sistema,  $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$ ,  $\lambda = \alpha^2(L + \kappa)$ ,  $\alpha$  y  $\kappa$  son parámetros de ajuste definidos por el usuario [8].

Una vez obtenidos los *sigma-points*, es posible aplicar las ecuaciones del filtro UKF para su propagación por las ecuaciones del sistema multicuerpo. Para un mayor detalle, el lector puede consultar el trabajo presentado en [8].

Tras obtener el valor estimado de los parámetros para el paso de tiempo  $k$ , se actualiza el *observador*. De esta forma, se consigue que el observador estime los estados y las fuerzas en base a un modelo actualizado de acuerdo con el valor más probable de la masa y coeficiente de rozamiento para el paso de tiempo  $k$ .

#### 4.2. Estimación de estados y fuerzas

El errorEKF con estimación de fuerzas se presenta en [10]. Es un filtro indirecto que se basa en estimar los errores en las variables en lugar de las variables propiamente dichas. Los filtros de este tipo ofrecen un bajo coste computacional, a la vez que reducen la complejidad de la implementación. De esta forma, el modelo multicuerpo se puede combinar con el filtro sin necesidad de modificar las ecuaciones de la dinámica multicuerpo.

El vector de estados empleado por el errorEKF se muestra en la Ecuación 11. Como se ha indicado anteriormente, está formado por los errores en las posiciones, velocidades y aceleraciones de las coordenadas empleadas en el modelo del vehículo, entendiendo como errores la diferencia entre el valor real ( $\mathbf{z}$ ) y el valor obtenido de la simulación multicuerpo ( $\mathbf{z}_{MBS}$ ).

$$\mathbf{x}^T = [\Delta \mathbf{z}^T \quad \Delta \dot{\mathbf{z}}^T \quad \Delta \ddot{\mathbf{z}}^T] \quad (11)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_{MBS} + \Delta \mathbf{z}^T \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \dot{\mathbf{z}}_{MBS} + \Delta \dot{\mathbf{z}}^T \quad (13)$$

$$\ddot{\mathbf{z}} = \ddot{\mathbf{z}}_{MBS} + \Delta \ddot{\mathbf{z}}^T \quad (14)$$

Combinando la información de los sensores con las variables obtenidas de la simulación multicuerpo, se obtiene la estimación del error. Aplicando esta estimación a las variables del multicuerpo para corregir la simulación, se obtiene que el valor del error esperado para el siguiente paso de tiempo ( $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ ) es nulo. Por tanto, la fase de propagación se rige por las siguientes ecuaciones,

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{0} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{f}_{\mathbf{x}k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{f}_{\mathbf{x}k-1}^T + \boldsymbol{\Sigma}^P \quad (16)$$

donde  $\mathbf{P}$  la matriz de covarianza del sistema,  $\mathbf{f}_{\mathbf{x}}$  es la matriz Jacobiana del modelo [10] y  $\boldsymbol{\Sigma}^P$  la matriz de covarianza del ruido del sistema.

Para propagar las correcciones, el errorEKF hace uso de las ecuaciones convencionales de un filtro extendido de Kalman [9]. Una vez que se corrigen los estados aplicando las Ecuaciones 12-14, se obtienen los valores estimados de posición ( $\hat{\mathbf{z}}$ ), velocidad ( $\hat{\dot{\mathbf{z}}}$ ) y aceleración ( $\hat{\ddot{\mathbf{z}}}$ ) para el paso de tiempo  $k$ . Estas estimaciones se emplean para actualizar el resto de variables y modelos de fuerza del modelo, tales como muelles, amortiguadores y neumáticos.

Dado que el error en aceleraciones se traduce en un error en las fuerzas, es necesario aplicar correcciones en las fuerzas. Los incrementos de fuerzas vienen dados por la Ecuación 17. Aplicando estos incrementos de fuerza al vector de fuerzas ( $\mathbf{Q}$ ), se asegura que las correcciones cinemáticas y de fuerzas son compatibles.

$$\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{M} \hat{\mathbf{z}} - \hat{\mathbf{Q}} \quad (17)$$

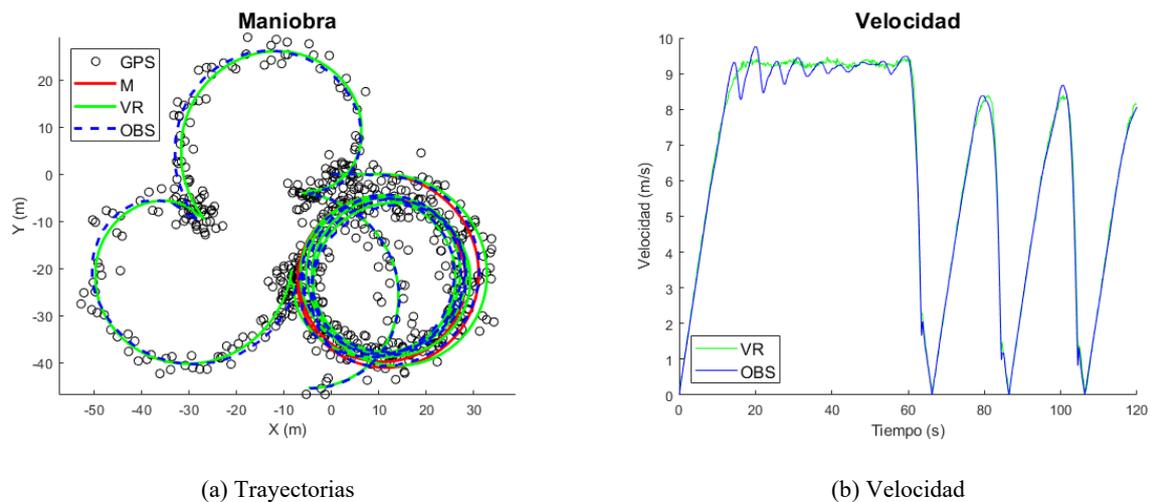
## 5. Resultados

El filtro de Kalman dual propuesto se va a evaluar en una maniobra de giro con ángulo de volante y posición de acelerador constante con un cambio repentino en el coeficiente de rozamiento, con el fin de incrementar la dificultad de la maniobra y evaluar el rendimiento del *observador* en situaciones agresivas. Las variables obtenidas de las estimaciones del *observador* se compararán con las obtenidas del *vehículo real* y del *modelo*, con el fin de poder evaluar las correcciones realizadas.

Como se ha comentado en la Sección 2, para replicar una situación real se introducen errores en la masa y en el coeficiente de rozamiento de la carretera. En cuanto a la masa, tanto *modelo* como *observador* tendrán 700 kg, mientras que el *vehículo real* posee una masa de 600 kg. En lo que respecta al coeficiente de rozamiento, en el *modelo* y *observador* será de 1, mientras que el *vehículo real* comenzará con un coeficiente de rozamiento de 0.8 para cambiar a 0.6 al cabo de 60 segundos de maniobra.

En la Figura 3.a, se muestran las trayectorias seguidas por cada vehículo durante la maniobra descrita. Los primeros 60 segundos de maniobra se corresponden a una situación estable, donde tanto *vehículo real* como *modelo* describen una trayectoria circular concéntrica. Puede observarse como, tras cambiar el rozamiento, el *vehículo real* pierde adherencia y termina derrapando en un giro de prácticamente 180° de forma agresiva.

Mientras, el *modelo* describe trayectorias concéntricas dado que no cambia su coeficiente de fricción y, por tanto, no experimenta ninguna pérdida de adherencia. Esta situación se repite en cada uno de los siguientes giros.

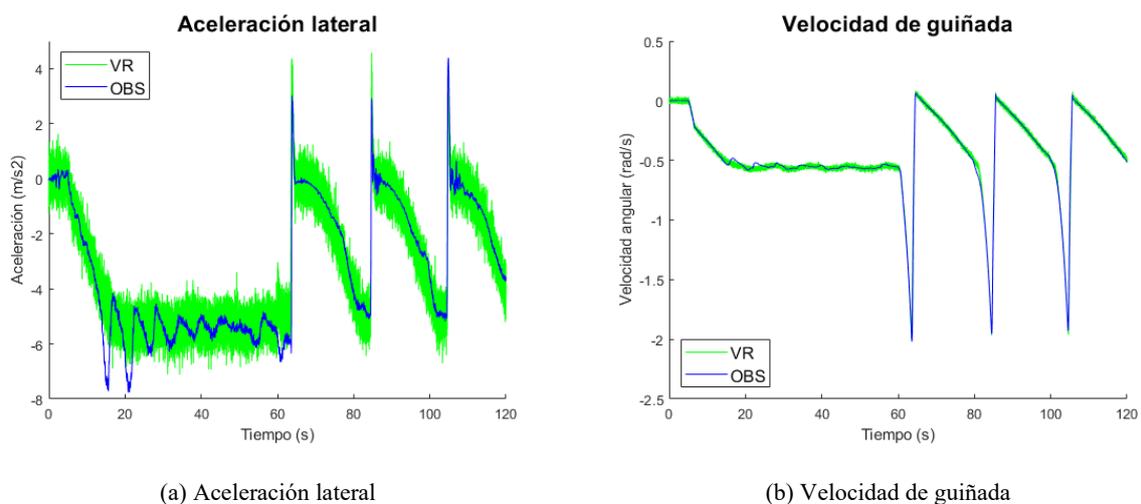


**Figura 3:** (a) Trayectorias seguidas por el vehículo real (VR), modelo (M) y observador (OBS). GPS hace referencia a las diferentes posiciones obtenidas del sensor. (b) Velocidad experimentada por el *vehículo real* (VR) y el *observador* (OBS) durante la maniobra

Analizando las diferentes trayectorias en la Figura 3.a, se puede ver como el *observador*, a pesar de los errores de modelado y de la dispersión de la señal GPS, es capaz de seguir la trayectoria del *vehículo real* y replicar los efectos de la pérdida de adherencia. Las correcciones aplicadas por el filtro corrigen la posición, de tal forma que el *observador* acaba describiendo la misma trayectoria que el *vehículo real*, a pesar de las evidentes diferencias que hay entre las trayectorias del *modelo* y *vehículo real*.

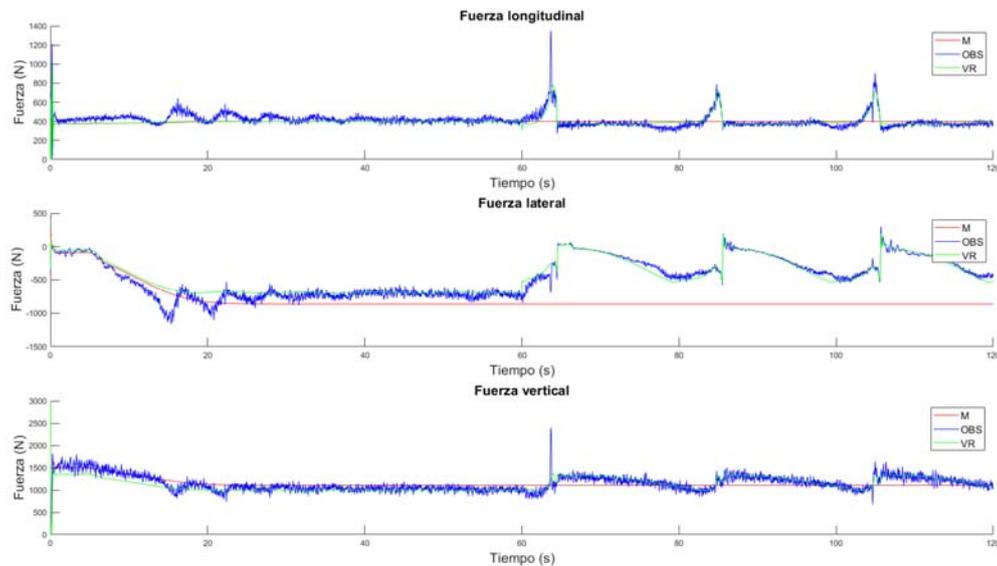
En la Figura 3.b se puede ver la velocidad que han registrado el *vehículo real* y el *observador*. Se puede apreciar el cambio brusco de velocidad cada vez que el *vehículo real* pierde la adherencia y derrapa, y como el *observador* es capaz de replicar el mismo comportamiento. También se aprecian unas oscilaciones al principio de la maniobra en la velocidad del *observador* hasta que se estabiliza.

En cuanto a la aceleración lateral y la velocidad de guiñada, se muestran en la Figura 4. En ambos casos, se aprecia que el *observador* replica el comportamiento del *vehículo real*, a excepción de las oscilaciones iniciales durante la estabilización. De nuevo, es de destacar la rápida reacción del *observador* para corregir su comportamiento ante el cambio brusco del coeficiente de fricción que experimenta el *vehículo real*.



**Figura 4:** (a) Velocidad experimentada por el *vehículo real* (VR) y el *observador* (OBS) durante la maniobra. (b) Velocidad de guiñada experimentada por el *vehículo real* (VR) y el *observador* (OBS) durante la maniobra.

Tal y como se comenta en la Sección 1, una de las variables que tiene mayor interés es la fuerza de los neumáticos. En la Figura 5, se muestran las fuerzas en el neumático de la rueda trasera derecha para cada uno de los modelos.



**Figura 5:** Fuerzas registradas en la rueda trasera derecha durante la maniobra en el *vehículo real* (VR), *modelo* (M) y *observador* (OBS).

En la Figura 5, se aprecia que el observador es capaz de estimar las fuerzas que experimenta el vehículo real. Sin embargo, al principio de la simulación, las fuerzas del observador presentan de nuevo las oscilaciones vistas en las anteriores variables, hasta que alcanzan el valor referencia. No obstante, una vez que se estabilizan las fuerzas del observador, la estimación mejora en precisión e incluso consigue corregir con bastante rapidez la fuerza en el momento que cambia el coeficiente de rozamiento. Analizando el error cuadrático medio (RMSE), puede analizarse la precisión alcanzada desde un punto de vista más cuantitativo.

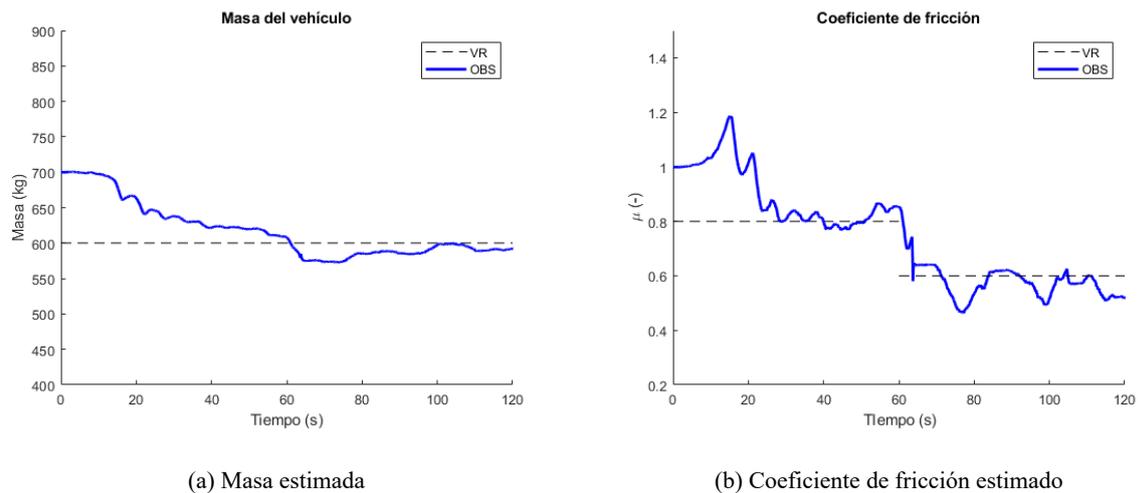
**Tabla 2:** Error cuadrático medio de las fuerzas estimadas en la rueda trasera derecha.

Magnitud	RMSE	RMSE ( $\mu=0.8$ )	RMSE ( $\mu=0.6$ )
Fuerza longitudinal (N)	51.39	55.63	46.77
Fuerza lateral (N)	87.51	108.75	59.07
Fuerza vertical (N)	104.59	117.78	89.48

Como se puede extraer de la Tabla 2, el error cuadrático medio de la maniobra se reduce al cambiar el coeficiente de rozamiento, dando lugar a errores menores del 10% en las fuerzas de los neumáticos. En el global de la maniobra, el error se encuentra en torno al 15% en las fuerzas laterales, y por debajo del 10% en las fuerzas longitudinales y verticales.

El comportamiento inicial del observador, que produce oscilaciones no deseadas en las estimaciones, está relacionado con el ajuste de los parámetros relacionados con el ruido del sistema, presente en la Ecuación 16. La principal limitación se encuentra en que este proceso de ajuste se basa en un proceso manual, lo que dificulta encontrar un ajuste óptimo. En este caso, ha primado para el ajuste conseguir que el filtro sea capaz de corregir rápidamente la maniobra ante posibles cambios repentinos en los parámetros. Mejorando este proceso de ajuste en base a métodos automáticos, es de esperar que se reduzcan las oscilaciones iniciales y el *observador* se estabilice en menor tiempo.

En cuanto a la estimación de los parámetros, en la Figura 6 se puede observar como, tras el periodo de estabilización, los parámetros alcanzan el valor real. De nuevo, es destacable como el coeficiente de rozamiento se corrige de forma eficaz cuando cambia en la maniobra que describe el *vehículo real*.



**Figura 6:** Parámetros estimados durante la maniobra realizada.

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado el rendimiento de un filtro de Kalman dual basado en un modelo multicuerpo para dinámica de vehículos. El filtro combina la estimación de estados y fuerzas, basada en el filtro errorEKF, con la estimación de parámetros (masa del vehículo y coeficiente de fricción con la carretera) mediante un filtro UKF. El modelo multicuerpo se ha desarrollado en coordenadas independientes con el fin de lograr un bajo coste computacional que permita ejecutar el observador en tiempo real en plataformas de automoción.

Para evaluar el rendimiento del observador, se ha realizado una maniobra agresiva durante la cual el vehículo pierde adherencia al cambiar bruscamente el coeficiente de fricción, llegando a derrapar. Se han introducido errores en la masa y el coeficiente de fricción con el fin de simular unas condiciones reales.

Los resultados muestran que el filtro es capaz de corregir la simulación multicuerpo de forma eficaz. Se corrigen correctamente los efectos derivados de la diferencia de masa y coeficiente de fricción y, además, muestra una rápida reacción ante el cambio brusco en el coeficiente de fricción. A pesar de la necesidad de mejorar en el proceso de ajuste del filtro, la solución propuesta permite estimar las fuerzas de los neumáticos con un error menor del 10% tras una fase de estabilización.

Como trabajo futuro, es de interés desarrollar una metodología que permita ajustar de forma óptima los parámetros del filtro dual, así como un ajuste en tiempo real de los parámetros. De esta forma, se mejorarían los resultados en términos de precisión (especialmente al principio de la maniobra) y robustez, haciendo más versátil el *observador*.

## 7. Referencias

- [1] Stephant J., Charara A., Meizel D., “Virtual sensor: application to vehicle sideslip angle and transversal forces”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **51**, 278-289 (2004)
- [2] Best, M. C., Gordon T. J., Dixon P. J., “An extended adaptive Kalman filter for real-time state estimation of vehicle handling dynamics”, *Vehicle System Dynamics* **34**, 57-75 (2000)
- [3] Wenzel T. A., Burnham K. J., Blundell M. V., Williams R. A., “Dual extended Kalman filter for vehicle state and parameter estimation”, *Vehicle System Dynamics* **44**, 153-171 (2006)
- [4] Boada B. L., Boada M. J. L., Zhang H., “Sensor fusion based on a dual Kalman filter for estimation of road irregularities and vehicle mass under static and dynamic conditions,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **24**, 1075-1086 (2019)
- [5] González L. P., Sánchez S. S., García-Guzmán J., Boada M. J. L., Boada B. L., “ Simultaneous estimation of vehicle roll and sideslip angles through a deep learning approach” *Sensors* **20**, 3679-3697 (2020)
- [6] Cuadrado J., Dopico D., Barreiro A., Delgado E., “Real-time state observers based on multibody models and the extended Kalman filter”. *Journal of Mechanical Science and Technology* **23**, 894-900 (2009)
- [7] Cuadrado J., Dopico D., Perez J. A., Pastorino R., “Automotive observers based on multibody models and the extended Kalman filter”. *Multibody System Dynamics* **27**, 3-19 (2012)

- 
- [8] Pastorino R., Richiedei D., Cuadrado J., Trevisani A., "State estimation using multibody models and non-linear Kalman filters", *International Journal of Non-Linear Mechanics* **53**, 83-90 (2013)
  - [9] Sanjurjo E., Naya M. A., Blanco-Claraco J. L., Torres-Moreno J. L., Giménez-Fernández A., "Accuracy and efficiency comparison of various nonlinear Kalman filters applied to multibody models", *Nonlinear Dynamics* **88**, 1935-1951 (2017)
  - [10] Sanjurjo E., Dopico D., Luaces A., Naya M. A., "State and force observers based on multibody models and the indirect Kalman filter", *Mechanical Systems and Signal Processing* **106**, 210-228 (2018)
  - [11] Pastorino R., Cosco F., Naets F., Desmet W., Cuadrado J., "Hard real-time multibody simulations using ARM-based embedded systems", *Multibody System Dynamics* **37**, 127-143 (2016)
  - [12] Cuadrado J., Vilela D., Iglesias I., Martín A. Peña A., "A Multibody Model to Assess the Effect of Automotive Motor In-Wheel Configuration on Vehicle Stability and Comfort", *ECCOMAS Thematic Conference Multibody Dynamics*, 457-458, Zagreb, Croacia (2013)
  - [13] Cuadrado J., Dopico D., Gonzalez M., Naya M. A., "A Combined Penalty and Recursive Real-Time Formulation for Multibody Dynamics", *Journal of Mechanical Design* **126** (2004)
  - [14] Rodríguez A. J., Pastorino R., Sanjurjo E., Luaces A., Naya M. A., "Implementación de observador de estados basado en modelos multicuerpo en tiempo real en plataformas embebidas". *Actas del XXII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, Madrid (2018)
  - [15] Rodríguez A. J., Pastorino R., Carro-Lagoa A., Janssens K., Naya M. A., "Hardware acceleration of multibody simulations for real-time embedded applications". *Multibody System Dynamics*, (2020)