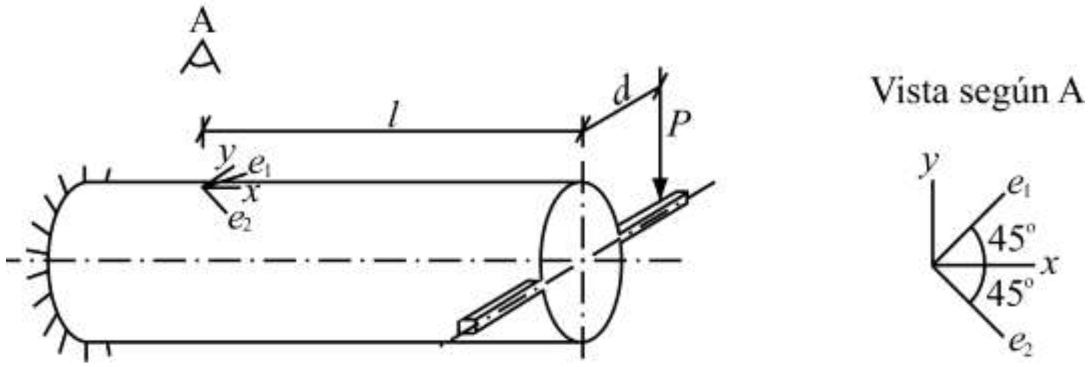
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 18
Nombre...

La figura muestra un cilindro macizo de radio *R* y longitud *L*, que se encuentra empotrado en su extremo izquierdo y libre en su extremo derecho. En dicho extremo, el cilindro dispone de dos salientes horizontales de espesor despreciable sobre los que se puede desplazar una carga *P*, cuya distancia al eje del cilindro viene dada por *d*. El cilindro posee módulo elástico *E* y módulo de cortadura *G*.

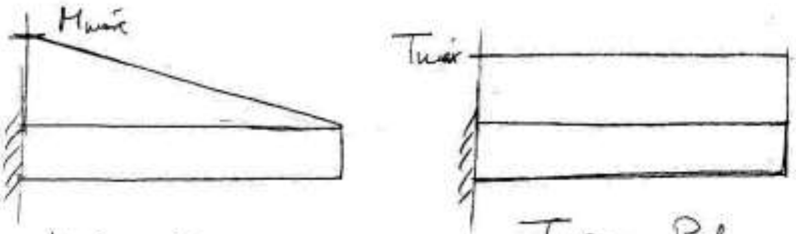


a) Dibujar el diagrama de momentos flectores y torsores que provoca la carga sobre el cilindro, indicando sus valores máximos.

Se considera una sección del cilindro que se encuentra situada a una distancia *l* del extremo libre y, en dicha sección, se considera el punto más alto, que se toma como origen del sistema de coordenadas (*x*, *y*) representado. El eje *x* es paralelo al eje del cilindro, mientras que el eje *y* está contenido en un plano horizontal y es perpendicular al eje *x*.

b) Indicar cuáles serían las deformaciones en ese punto del cilindro en las direcciones *x* e *y*.
c) Conocidas las deformaciones en las direcciones *x* e *y*, determinar las deformaciones en las direcciones e_1 y e_2, ambas contenidas en el plano formado por los ejes *x* e *y*, según se muestra en la vista según A.
d) Si, conocido el valor de la carga *P*, se quisiera medir la distancia *d* a la que ésta se encuentra en cada instante mediante un montaje en medio puente de Wheatstone, ¿cómo se colocarían las bandas extensométricas (con factor de galga *k*) en la sección considerada en los apartados anteriores? ¿Cuál sería la sensibilidad del puente?

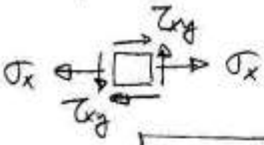
a)



$M_{máx} = PL$ $\qquad$ $T_{máx} = Pd$

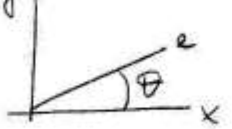
b) Debido al momento flector $M = Pl$,

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} = \frac{(Pl)R}{\frac{\pi}{4}R^4} = \frac{4Pl}{\pi R^3}$$



$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \boxed{\frac{4Pl}{E\pi R^3} = \varepsilon_x} \; ; \; \varepsilon_y = -\nu\frac{\sigma_x}{E} = \boxed{-\frac{4\nu Pl}{E\pi R^3} = \varepsilon_y}$$

c) $$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\operatorname{sen} 2\theta$$



Aplicando esta expresión general para e_1 ($\theta = 45°$),

$$\varepsilon_{e_1} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \gamma_{xy}\right)$$

con $\gamma_{xy} = \dfrac{\tau_{xy}}{G}$, siendo τ_{xy} debido al momento torsor $T = Pd$,

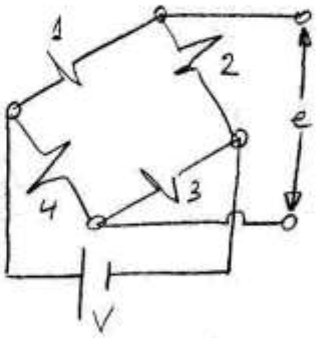
$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{(Pd)R}{\frac{\pi}{2}R^4} = \frac{2Pd}{\pi R^3} \; ; \; \gamma_{xy} = \frac{2Pd}{G\pi R^3}$$

$$\boxed{\varepsilon_{e_1} = \frac{1}{2}\left[\frac{4(1-\nu)Pl}{E\pi R^3} + \frac{2Pd}{G\pi R^3}\right] = \frac{P}{\pi R^3}\left(\frac{2(1-\nu)l}{E} + \frac{d}{G}\right)}$$

Y para el eje e_2 $(\theta = -45°)$,

$$\boxed{\varepsilon_{e_2} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y - \gamma_{xy}\right) = \frac{P}{\pi R^3}\left(\frac{2(1-\nu)\ell}{E} - \frac{d}{G}\right)}$$

d) Si se coloca la banda 1 según el eje e_1, y la banda 2 según el eje e_2, y se monta el medio puente como se indica, la medida del puente sería:



$$de = \frac{kV}{4}\left(\varepsilon_{e_1} - \varepsilon_{e_2}\right) =$$

$$= \frac{kV}{4} \cdot \frac{P}{\pi R^3} \cdot \frac{2d}{G} = \frac{kVP}{2\pi R^3 G}\, d$$

Y la sensibilidad, $\boxed{\dfrac{de}{Vd} = \dfrac{kP}{2\pi R^3 G}}$