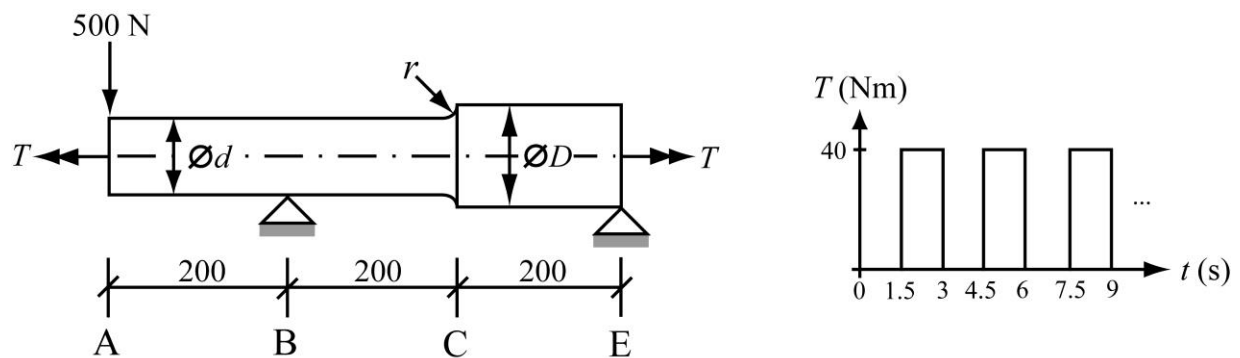
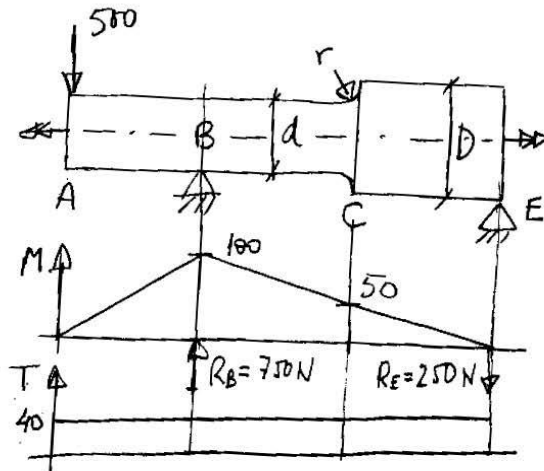


Nombre.....

La figura izquierda muestra el eje de una transmisión que se encuentra apoyado en las secciones B y E, y gira con una velocidad de 20 rpm. El eje es de un acero con límite de rotura  $S_u=1000$  MPa y límite de fluencia  $S_y=800$  MPa, y está rectificado. El eje soporta una carga de 500 N en su extremo A, así como un par torsor a lo largo de toda su longitud, cuya variación en función del tiempo se muestra en la figura derecha.



Determinar los diámetros  $D$  y  $d$  del eje, así como el radio de acuerdo  $r$ , si se desea cumplir las relaciones  $D/d=1.2$  y  $r/d=0.2$ , y disponer de un coeficiente de seguridad de 2.5 frente al fallo a vida infinita.



Si  $\omega = 20$  rpm, el eje da una vuelta cada 3 s, que coincide con el ciclo del par torsor. Entonces, los ciclos de tensiones debidos al flexor y al torsor coinciden.

La sección B es la sometida a mas carga, pero la C sufre el efecto de concentracion de tensiones. Por tanto, se analizarán ambas secciones.

**Sección B**

Flexión

$$S'_e = 0.5 S_u = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ MPa}$$

$$k_e = a S_u^b = 1.58 \times 1000^{-0.085} = 0.878$$

$$k_s = 1.189 d^{-0.097} = 0.9 \text{ (se anula este valor para poder continuar, pero habrá que comprobarlo después).}$$

$$S_e = k_e k_s S'_e = 0.878 \times 0.9 \times 500 = 395 \text{ MPa} = S_e^f$$

Torsión

$$S'_e s = \frac{S_e}{\sqrt{3}} = \frac{500}{\sqrt{3}} ; k_e = 0.878 ; k_s = 0.9$$

$$S_{e s} = k_e k_s S'_e s = 0.878 \times 0.9 \times \frac{500}{\sqrt{3}} = \frac{395}{\sqrt{3}}$$

$$S_e^t = \sqrt{3} S_{e s} = \sqrt{3} \frac{395}{\sqrt{3}} = 395 \text{ MPa} = S_e^t$$

Coef.  $\alpha_f = 1 ; \alpha_t = 1$

Tensiones

$$\sigma_m = 0 ; \sigma_a = \frac{32 M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 100}{\pi d^3} = \frac{1018}{d^3}$$

$$\tau_{m \max} = \frac{16 T_{m \max}}{\pi d^3} = \frac{16 \times 40}{\pi d^3} = \frac{204}{d^3}$$

$$\tau_{m \min} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{m \max} = \frac{204}{d^3} \\ \tau_{m \min} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \tau_m = \frac{102}{d^3} \\ \tau_a = \frac{102}{d^3} \end{array}$$

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_m = \sqrt{3} \tau_m = \sqrt{3} \frac{102}{d^3} = \frac{177}{d^3} \\ \bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}_c^* = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{\left(\frac{1018}{d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{102}{d^3}\right)^2} = \frac{1033}{d^3} \end{cases}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_u} + \frac{\bar{\sigma}_c^*}{\sigma_e^t} = \frac{1}{G}; \quad \frac{\frac{177}{d^3}}{1000 \cdot 10^6} + \frac{\frac{1033}{d^3}}{395 \cdot 10^6} = \frac{1}{2.5}$$

$$d = 19.11 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{d = 20 \text{ mm}}$$

Comprobación de  $k_b$ :

$$k_b = 1.189 d^{-0.097} = 1.189 \times 20^{-0.097} = 0.889$$

$$\sigma_e^t = k_a k_b \sigma_e' = 0.878 \times 0.889 \times 500 = 390 \text{ MPa} = \sigma_e^t$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m}{\sigma_u} + \frac{\bar{\sigma}_c^*}{\sigma_e^t} = \frac{1}{G}; \quad \frac{\frac{177}{d^3}}{1000 \cdot 10^6} + \frac{\frac{1033}{d^3}}{390 \cdot 10^6} = \frac{1}{2.5}; \quad d = 19.19 \text{ mm}$$

luego sigue valiendo  $\boxed{d = 20 \text{ mm}}$

### Sección C

Para esta sección, vamos a utilizar el valor de  $d$  obtenido, y veremos si es suficiente o no.

Flexión  $\sigma_e' = 500 \text{ MPa}$ ,  $k_a = 0.878$ ,  $k_b = 0.889$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = 1.2 \\ \frac{r}{d} = 0.2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} k_t = 1.39 \\ \sigma_u = 1 \text{ GPa} \end{array} \right\} \begin{array}{l} r = 0.2d = 0.2 \times 20 = 4 \text{ mm} \\ q = 0.92 \end{array}$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.92(1.39 - 1) = 1.359$$

$$\sigma_e = k_a k_b \frac{1}{k_f} \sigma_e' = 0.878 \times 0.889 \times \frac{1}{1.359} 500 = 287 \text{ MPa} = \sigma_e^t$$

Torsión  $\sigma_e' = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} = \frac{500}{\sqrt{3}}$ ,  $k_a = 0.878$ ,  $k_b = 0.889$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = 1.2 \\ \frac{r}{d} = 0.2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} k_{ts} = 1.16 \\ \sigma_u = 1 \text{ GPa} \end{array} \right\} \begin{array}{l} r = 4 \text{ mm} \\ q = 0.94 \end{array}$$

$$k_{fs} = 1 + q(k_b - 1) = 1 + 0.94(1.16 - 1) = 1.150$$

$$S_{es} = k_a k_b \frac{1}{k_{fs}} S'_e = 0.878 \times 0.889 \times \frac{1}{1.150} \times \frac{500}{\sqrt{3}} = \frac{339}{\sqrt{3}} \text{ MPa}$$

$$S_e^t = \sqrt{3} S_{es} = 339 \text{ MPa} = S_e^t$$

Coef.  $\alpha_f = 1$ ,  $\alpha_t = \frac{S_e^t}{S_e^t} = \frac{287}{339} = 0.85$

Tensions  $\sigma_m = 0$ ;  $\sigma_a = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 50}{\pi \times (20 \cdot 10^{-3})^3} = 64 \text{ MPa}$

$$\tau_{max} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 40}{\pi \times (20 \cdot 10^{-3})^3} = 26 \text{ MPa}$$

$$\tau_{mi} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau_m = 13 \text{ MPa} \\ \tau_a = 13 \text{ MPa} \end{array} \right\}$$

$$\tau_m = \sqrt{3} \tau_m = \sqrt{3} \times 13 = 23 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{64^2 + 3 \times 13^2} = 68 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_a^* = \sqrt{\sigma_a^2 + 3(\alpha_t \tau_a)^2} = \sqrt{64^2 + 3(0.85 \times 13)^2} = 67 \text{ MPa}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_m}{S_u} + \frac{\bar{\sigma}_a^*}{S_e^t} = \frac{1}{G}; \quad \frac{23}{1000} + \frac{67}{287} = \frac{1}{G} \Rightarrow G = 3.9$$

El coeficiente de seguridad obtenido es superior a 2.5, luego la sección C es menor crítica que la B.

Resultado final

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$D = 1.2d = 1.2 \times 20 = 24 \text{ mm} = D$$

$$r = 0.2d = 0.2 \times 20 = 4 \text{ mm} = r$$