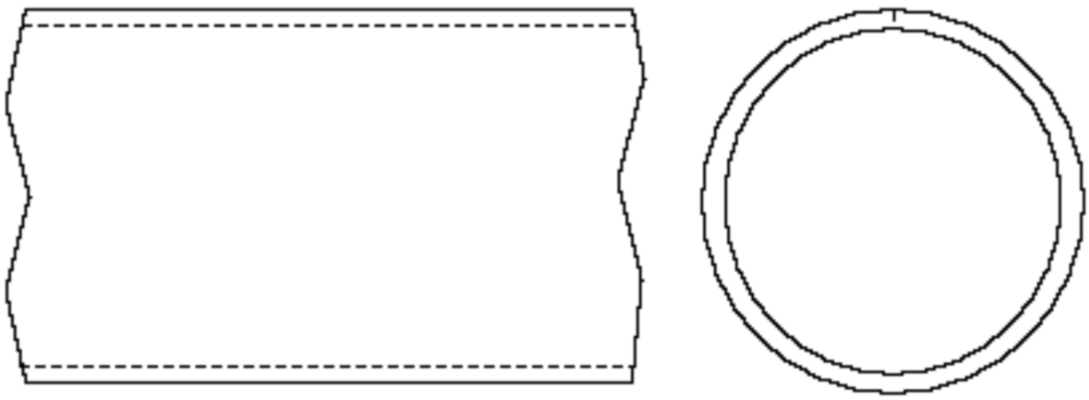
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 98
Nombre ....

La figura representa un tramo de oleoducto, consistente en un tubo de 1 m de diámetro interior y 2.5 cm de espesor, fabricado con un acero común de propiedades S_y=140 MPa, K_{Ic}=55 MPa$\sqrt{m}$. El oleoducto transporta un fluido cuya presión varía entre 20 y 50 Kg/cm^2, al ritmo aproximado de dos ciclos por minuto.
Existe un procedimiento de inspección de grietas en el oleoducto, capaz de detectar grietas longitudinales cuando sobrepasan 1 mm de profundidad.
Determinar de cuánto tiempo de servicio se dispone desde que una grieta es detectada hasta que se produce la rotura de la tubería. Se conoce por ensayos que la rotura final de la tubería es de tipo dúctil.



Nota técnica 1: un tubo de pared delgada sometido a presión en su interior, sufre una tensión circunferencial de tracción cuyo valor es,

$$\sigma = \frac{pd}{2t}$$

siendo p la presión interior, d el diámetro interior del tubo y t el espesor del mismo.

Nota técnica 2: para resolver la integral definida que permite obtener el tiempo de servicio restante, recúrrase a un método numérico sencillo.

Las grietas longitudinales crecerán por efecto de las tensiones circunferenciales que sufre la tubería. Además, como la presión interior es variable, las tensiones circunferenciales también lo serán, dando lugar a un proceso de fatiga.

En un tubo de paredes delgadas (espesor < $\frac{1}{20}$ radio), el valor de la tensión circunferencial en función de la presión interior es muy fácilmente deducible, y vale,

$$\sigma = \frac{p\, d_i}{2t}$$

siendo p la presión, d_i el diámetro interior de la tubería y t el espesor de la misma.

Entonces, en este caso tendremos,

$$\begin{cases} \sigma_{máx} = \dfrac{50 \times 9'8 \times 10^4 \times 1}{2 \times 2'5 \cdot 10^{-2}} = 98 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = \dfrac{20 \times 9'8 \times 10^4 \times 1}{2 \times 2'5 \cdot 10^{-2}} = 39'2 \text{ MPa} \end{cases}$$

De donde se obtiene,

$$\begin{cases} \Delta\sigma = \sigma_{máx} - \sigma_{mín} = 98 - 39'2 = 58'8 \text{ MPa} \\ R = \dfrac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} = \dfrac{39'2}{98} = 0'4 \end{cases}$$

La longitud inicial de grieta va a ser 1 mm, pero vamos a calcular la longitud final. Para ello veamos con qué longitud de grieta se produce la fluencia en el material.

Tensión con grieta,

$$\sigma = \frac{p\, d_i}{2t - a_f} = \frac{50 \times 9'8 \times 10^4 \times 1}{2 \times 2'5 \cdot 10^{-2} - a_f} = S_y = 140 \text{ MPa}$$

$$\underline{a_f = 1'5 \text{ cm}}$$

Dado que la relación de tensiones $R \neq 0$, la ecuación que rige el crecimiento de una grieta será la de Pearson.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C\,(\Delta K_I)^m}{\left[(1-R)K_{Ic} - \Delta K_I\right]^{1/2}} \quad , \text{ con } \Delta K_I = \alpha\,\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$$

Como el material es acero común, pertenece a los ferrítico-perlíticos, cuyas constantes son,

$C = 6'9 \cdot 10^{-12}$ (para Δk en $MPa\sqrt{m}$), $m = 3$.

Falta obtener el valor de α. Dado que irá variando a medida que crezca la grieta, utilizaremos un valor medio.

$$\frac{r_i}{r_o} = \frac{1}{1'05} = 0'95$$

$$\frac{a_i}{r_o - r_i} = \frac{1}{25} = 0'04 \longrightarrow \alpha_i = 1'1$$

$$\frac{a_f}{r_o - r_i} = \frac{15}{25} = 0'6 \longrightarrow \alpha_f = 3'3$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1'1 + 3'3}{2} = 2'2$$

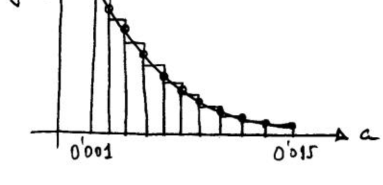
Ya podemos escribir entonces la ley de crecimiento de grietas.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C\,\Delta\sigma^3 \alpha^3 \pi^{1'5} a^{1'5}}{\left[(1-R)K_{Ic} - \Delta\sigma\,\alpha\,\pi^{0'5} a^{0'5}\right]^{1/2}}$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{6'9 \cdot 10^{-12}\; 58'8^3\; 2'2^3\; \pi^{1'5} a^{1'5}}{\left[(1-0'4)\,55 - 58'8 \times 2'2 \times \pi^{0'5} a^{0'5}\right]^{1/2}}$$

$$N = \int_{0'001}^{0'015} \frac{\sqrt{33 - 229'284\,a^{0'5}}}{8'31713 \cdot 10^{-5}\, a^{1'5}}\, da = \int_{0'001}^{0'015} y(a)\, da$$

Para resolver la integral se recurre a una técnica numérica sencilla, que da como resultado,



$N = 1.340.400$ ciclos

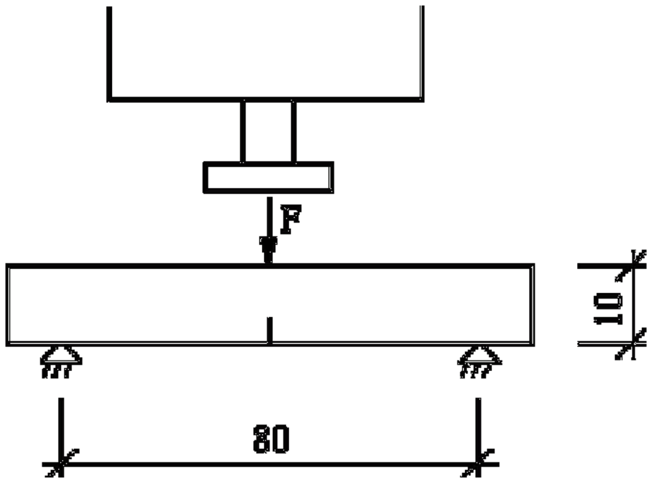
lo que pasado a tiempo sería,

$$\frac{1340400}{2 \times 60 \times 24} = 465 \text{ días}$$

Aprox 1 año y 3 meses.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 99
Nombre ....

La figura muestra el esquema de una prensa, en cuya mesa se ha detectado una grieta centrada de 1 cm de longitud. La distancia entre apoyos de la mesa es de 80 cm, el canto de 10 cm y el fondo de 40 cm. La mesa es de un acero común cuyo factor crítico de intensidad de tensiones se ha obtenido en un ensayo, resultando ser de 30 $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$.



En el momento de la detección de la grieta, la prensa tenía programadas las siguientes tareas:

Tarea	Ciclos	$F_{mín}$ (ton)	$F_{máx}$ (ton)
1	100.000	0	35
2	150.000	–5	20
3	100.000	–15	20
4	50.000	0	35

Predecir si la máquina podrá o no ejecutar las cuatro tareas programadas antes de que se rompa la mesa, sabiendo que la rotura final será de tipo frágil, ya que la prensa aplica la carga de modo súbito y ello implica una alta velocidad de deformación. En caso de que no se puedan completar las cuatro tareas, indicar durante cuál de ellas se producirá la rotura y en qué ciclo aproximadamente.

Dado que en todos los casos la relación de tensiones es

$$R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} = 0$$

será la ecuación de Paris la que nos permita conocer la evolución de la grieta.

Como se trata de un acero común (ferrítico-perlítico), las constantes de la ecuación de Paris valen,

$$C = 6'9 \cdot 10^{-12} \quad , \quad m = 3$$

En cuanto al factor de forma, puede encontrarse en la correspondiente gráfica, en la curva de $\frac{l}{h} = \frac{0'4}{0'1} = 4$. Inicialmente, $\frac{a}{h} = \frac{0'01}{0'1} = 0'1$, lo que nos conduce a un valor inicial $\alpha = 1'02$ aproximadamente.

La integración de la ecuación de Paris para $m \neq 2$ produce la siguiente expresión,

$$N = \frac{1}{C\,(\Delta\sigma)^m \alpha^m \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2} - 1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_1^{\frac{m}{2}-1}} \right]$$

En nuestro caso,

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} (\Delta\sigma)^3 \alpha^3 \pi^{1'5}\, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{a_0}} - \frac{1}{\sqrt{a_1}} \right]$$

Vamos a estudiar por tanto cada tarea de las programadas, aplicando la ecuación vista para conocer el crecimiento de la grieta durante la tarea. Para determinar si la mesa se va a romper o no durante una tarea se planteará,

$$K_{Ic} = \alpha\, \sigma_{máx} \sqrt{\pi a_c}$$

De esta ecuación se obtendrá el valor crítico de la longitud de grieta para la tarea en cuestión. Si no se alcanza, la pieza no se romperá.

Vamos ahora a calcular la relación entre la carga aplicada por la prensa a la mesa y la tensión que sufre ésta.

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{[(F/2)\,0'4] \times (0'1/2)}{\frac{1}{12}\,0'4 \times 0'1^3} = 300\,F$$

Si F se introduce en Newtons, σ se obtiene en Pascales.
Ya podemos, por tanto, estudiar cada tarea.

Tarea nº 1

Como se comienza con $\frac{a}{h} = 0'1$ y entre $0'1 < \frac{a}{h} < 0'2$ se produce un mínimo en la curva del factor de forma, parece razonable tomar $\alpha = 1'02$ hasta que se supere $\frac{a}{h} = 0'2$.

$\sigma_{mín} = 0$; $\sigma_{máx} = 300 \times 35000 \times 9'81 = 1'03 \times 10^8\ Pa = 103\ MPa$

$\Delta\sigma = 103\ MPa$; $\alpha = 1'02$

$$100.000 = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 103^3 \times 1'02^3 \times \pi^{1'5}\,0'5}\left[\frac{1}{\sqrt{10^{-2}}} - \frac{1}{\sqrt{a_1}}\right]$$

$a_1 = 1'655 \cdot 10^{-2}\ m = \underline{1'655\ cm = a_1}$ longitud de la grieta al terminar la tarea nº 1.

Comprobemos que no se ha producido la rotura.

$30 = 1'02 \times 103\sqrt{\pi a_c} \Rightarrow a_c = 2'595 \cdot 10^{-2}\ m = 2'595\ cm > a_1$

luego aún no hay rotura.

Tarea nº 2

$\sigma_{mín} = 0$; $\sigma_{máx} = 300 \times 20000 \times 9'81 = 0'5886 \cdot 10^8\ Pa = 58'86\ MPa$

$\Delta\sigma = 58'86\ MPa$; $\alpha = 1'02$

$$150.000 = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 58'86^3 \times 1'02^3 \times \pi^{1'5}\,0'5}\left[\frac{1}{\sqrt{1'655 \cdot 10^{-2}}} - \frac{1}{\sqrt{a_2}}\right]$$

$a_2 = 1'956 \cdot 10^{-2}\ m = \underline{1'956\ cm = a_2}$ longitud de la grieta al

Terminar la tarea nº 2.

Comprobación de rotura.

$$30 = 1'02 \times 58'86 \sqrt{\pi a_c} \Rightarrow a_c = 7'948 \cdot 10^{-2} m = 7'948 \text{ cm} > a_2$$

No hay rotura.

<u>Tarea nº 3</u>

$\sigma_{min} = 0$; $\sigma_{máx} = 300 \times 20000 \times 9'81 = 0'5886 \cdot 10^8 Pa = 58'86 MPa$

$\Delta\sigma = 58'86$ MPa ; $\alpha = 1'03$.

$$100.000 = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 58'86^3 \times 1'03^3 \times \pi^{1'5}\, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{1'956 \cdot 10^{-2}}} - \frac{1}{\sqrt{a_3}} \right]$$

$a_3 = 2'213 \cdot 10^{-2} m = \underline{2'213 \text{ cm} = a_3}$

Comprobación de rotura.

$$30 = 1'03 \times 58'86 \sqrt{\pi a_c} \Rightarrow a_c = 7'794 \cdot 10^{-2} m = 7'794 \text{ cm} > a_3$$

No hay rotura.

<u>Tarea nº 4</u>

$\sigma_{min} = 0$; $\sigma_{máx} = 300 \times 35000 \times 9'81 = 1'03 \cdot 10^8 Pa = 103 MPa$

$\Delta\sigma = 103$ MPa ; $\alpha = 1'08$

$$50.000 = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 103^3 \times 1'08^3 \times \pi^{1'5}\, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{2'213 \cdot 10^{-2}}} - \frac{1}{\sqrt{a_4}} \right]$$

$a_4 = 3'43 \cdot 10^{-2} m = \underline{3'43 \text{ cm} = a_4}$

Comprobación de rotura.

$$30 = 1'08 \times 103 \sqrt{\pi a_c} \Rightarrow a_c = 2'315 \cdot 10^{-2} m = 2'315 \text{ cm} < a_4$$

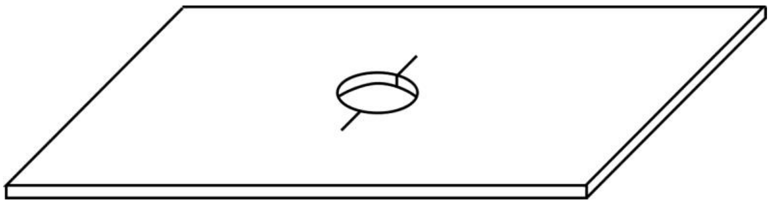
luego sí hay rotura.

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 103^3 \times 1'04^3\, \pi^{1'5}\, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{2'213 \cdot 10^{-2}}} - \frac{1}{\underbrace{\sqrt{2'497 \cdot 10^{-2}}}_{a_c \text{ para } \alpha = 1'04}} \right]$$

$\boxed{N = 16678 \text{ ciclos aprox.}}$ luego se completan las tareas 1, 2 y 3, y aproximadamente un tercio de la 4.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 04
Nombre...

El tramo de la cubierta de un buque que se muestra en la figura, posee una longitud de 18 m y una anchura de 10 m, siendo su espesor de 30 mm. En el centro del tramo hay un agujero de 2.5 m de diámetro, utilizado para la entrada y salida de carga.



Estando el barco en alta mar, y con un trayecto por delante de 20 días de navegación, se han descubierto dos grietas de 5 cm de longitud, una a cada lado del agujero, según se puede ver en la figura.

Tras consultas a los constructores del barco, éstos estimaron que, en las condiciones de mar y de carga en que se halla el buque, los esfuerzos que ha de soportar el tramo en cuestión variarán entre los 8 MN a tracción, y los 5 MN a compresión, ambos según la dirección longitudinal del tramo.

Para determinar el número de ciclos de carga por unidad de tiempo, los constructores recomendaron tomar una nueva medida de la longitud de las grietas transcurrido un cierto tiempo. Siguiendo dicho consejo, se comprobó que las grietas habían alcanzado los 10 cm tras una semana desde su detección.

El material del que está hecho el tramo es un acero común de construcción naval, con límite de fluencia 140 MPa, y valor crítico de intensidad de tensiones $90\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

a) Determinar el número de ciclos de carga por minuto que sufre el barco.
b) Precisar si el buque podrá terminar sus días de navegación previstos antes de la rotura del tramo de cubierta.

La tensión mínima es de compresión, por lo que se hace nula, $\sigma_{mín} = 0$.

$$\sigma_{máx} = \frac{P}{A} = \frac{8 \cdot 10^6}{10 \cdot 0'03} = 26'67 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 26'67 \text{ MPa} = \Delta\sigma$$

La relación de tensiones es,

$$R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} = \frac{0}{26'67} = 0$$

, por lo que se empleará la ecuación de Paris.

Al tratarse de un acero ferrítico-perlítico, las constantes de la ecuación de Paris son:

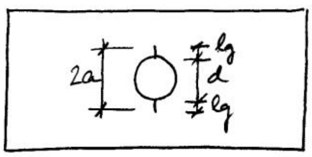
$C = 6'9 \cdot 10^{-12}$, $m = 3$.

Para conocer la longitud de grieta que hará que la pieza se rompa, hay que comprobar el posible fallo por fluencia y por propagación de la grieta.

<u>Fallo por fluencia</u>

$$\sigma_{máx} = \frac{P}{A_{efectiva}} = \frac{8 \cdot 10^6}{(10-2a)0'03} = S_y = 140 \cdot 10^6 \Rightarrow a = 4'047 \text{ m}$$

Hay que tener en cuenta que, según la gráfica para el cálculo del factor geométrico α, la distancia $2a = d + 2l_g$, siendo "d" el diámetro del agujero, y "l_g" la longitud de cada grieta.



Entonces, el fallo por fluencia llegará para una longitud de grieta,

$$l_g = \frac{1}{2}(2a - d) = a - \frac{d}{2} = a - r$$

con "r" el radio del agujero.

$$l_g = 4'047 - 1'25 = 2'797 \text{ m}$$

<u>Fallo por propagación de grietas</u>

Este tipo de fallo ocurrirá cuando,

$$K_{I\,máx} = K_{Ic} \Rightarrow \alpha\, \sigma_{máx} \sqrt{\pi a} = K_{Ic}$$

El problema es que "α" depende de "a", que es lo que se trata de calcular. Habrá que iterar, por tanto.

$\alpha = 1 \longrightarrow 1 \cdot 26'67 \sqrt{\pi a} = 90 \longrightarrow a = 3'625$

$\frac{a}{b} = \frac{3'625}{5} = 0'72$, $\frac{r}{b} = \frac{1'25}{5} = 0'25$ $\Big\}$ $\alpha = 1'7$, siendo "b" el semiancho de la placa.

Probamos entonces un valor intermedio entre los dos,

$\alpha = 1'35 \longrightarrow 1'35 \cdot 26'67 \sqrt{\pi a} = 90 \longrightarrow a = 1'989$

$\frac{a}{b} = \frac{1'989}{5} = 0'40$, $\frac{r}{b} = 0'25$ $\Big\}$ $\alpha = 1'35$, luego esta es la solución.

Así pues, se obtiene que las grietas se propagarán rompiendo la placa cuando,

$a = 1'989 \longrightarrow l_g = a - r = 1'989 - 1'25 = \underline{0'739 \text{ m}} = l_g$

valor muy inferior al correspondiente a fallo por fluencia. Por tanto, la placa se romperá cuando $\underline{a = 1'989,\ \alpha = 1'35,}$ $\underline{l_g = 73'9 \text{ cm}}$.

Vamos a calcular ahora la situación inicial de la placa.

$a = r + l_g = 1'25 + 0'05 = 1'30$

$\frac{a}{b} = \frac{1'3}{5} = 0'26$, $\frac{r}{b} = 0'25$ $\Big\}$ $\alpha = 0'75$

Una semana después, la situación es,

$a = r + l_g = 1'25 + 0'1 = 1'35$

$\frac{a}{b} = \frac{1'35}{5} = 0'27$, $\frac{r}{b} = 0'25$ $\Big\}$ $\alpha = 0'90$

Aplicando la ecuación de Paris entre el instante de la detección de las grietas, y una semana después, se tiene,

$$N = \frac{1}{C \cdot \Delta\sigma^{m} \alpha^{m} \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2}-1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m}{2}-1}} \right]$$

Para "α", se tomará un valor medio entre ambos instantes,

$$\bar{\alpha} = \frac{0'75 + 0'90}{2} = 0'825$$

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 26'67^{3} \cdot 0'825^{3} \pi^{1'5} \cdot 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{1'3}} - \frac{1}{\sqrt{1'35}} \right] = 80119 \text{ ciclos.}$$

a) Así, como ha transcurrido una semana entre ambas situaciones, el número de ciclos de carga por minuto que sufre el barco es,

$$n = \frac{80119}{7 \times 24 \times 60} = \boxed{7'948 \text{ ciclos/min} = n}$$

b) Ahora, vamos a calcular los ciclos que faltan hasta la rotura de la placa. El valor de "α" será ahora,

$$\bar{\alpha} = \frac{0'90 + 1'35}{2} = 1'125$$

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 26'67^{3} \cdot 1'125^{3} \pi^{1'5} \cdot 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{1'35}} - \frac{1}{\sqrt{1'989}} \right] = 292172 \text{ ciclos.}$$

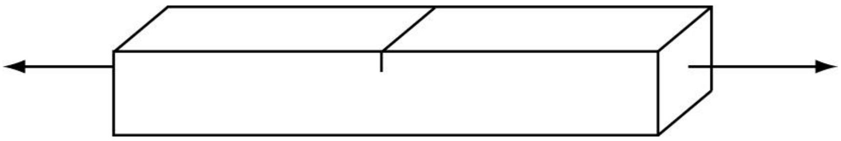
que equivalen a un tiempo $t = \frac{292172}{7'948} \cdot \frac{1}{60 \times 24} = 25'53$ días.

Por tanto, desde que se detectaron las grietas, el tiempo hasta la rotura del tramo de cubierta es,

$T = 7 + 25'53 = \boxed{32'53 \text{ días} = T}$, de manera que el barco sí podrá terminar sus días de navegación previstos antes de la rotura de la placa.

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Febrero 09
Nombre...

Una barra de sección cuadrada de 2 cm de lado y 1 m de largo, fabricada en acero AISI 4340 templado y revenido (buen acabado) de tipo ferrítico-perlítico, con S_u=965 MPa y S_y=855 MPa, soporta una carga de tracción que fluctúa entre 15 y 30 toneladas. Se ha detectado una grieta de 1 mm de profundidad en todo el ancho de la barra por la parte superior de la misma.



a) Determinar los coeficientes de seguridad ante fallo por fluencia y por fractura en el primer ciclo de carga, sabiendo que el material posee un factor critico de intensidad de tensiones de 99 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.

b) Determinar si la grieta crecerá o no, sabiendo que el valor umbral del incremento del factor de intensidad de tensiones es 7 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$. En caso afirmativo, calcular los ciclos de carga que soportará hasta el fallo, y cómo será éste, si por fluencia o por fractura (a pesar de que se trata de un caso con relación de tensiones no nula, emplear la fórmula de Paris para el cálculo de los ciclos).

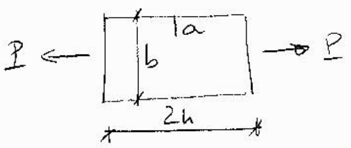
c) ¿Será posible conseguir la vida infinita de la barra mediante la eliminación de la grieta por refrentado (mecanizado) de la cara correspondiente? De no ser así, ¿cuál será la nueva duración en ciclos de la barra?

a) Fluencia

$$\sigma_{máx} = \frac{P_{máx}}{A} = \frac{30000 \times 9'81}{2 \cdot 10^{-2} \times 1'9 \cdot 10^{-2}} = 774 \text{ MPa}$$

$$C_S = \frac{S_y}{\sigma_{máx}} = \frac{855}{774} = \boxed{1'105 = C_S}$$ frente a fluencia

Fractura



$$\left.\begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{1}{20} = 0'05 \\ \frac{h}{b} = \frac{500}{20} = 25 \end{array}\right\} \alpha = 1'1$$

$$\sigma^*_{máx} = \frac{P_{máx}}{A^*} = \frac{30000 \times 9'81}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 736 \text{ MPa}$$

$$K_{I_{máx}} = \alpha\, \sigma^*_{máx} \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 736 \times \sqrt{\pi \cdot 10^{-3}} = 45 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$C_S = \frac{K_{Ic}}{K_{I_{máx}}} = \frac{99}{45} = \boxed{2'2 = C_S}$$ frente a fractura

b) $$\sigma^*_{mín} = \frac{P_{mín}}{A^*} = \frac{15000 \times 9'81}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 368 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma = \sigma^*_{máx} - \sigma^*_{mín} = 736 - 368 = 368 \text{ MPa}$$

$$\Delta K_I = \alpha\, \Delta\sigma \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 368 \times \sqrt{\pi \cdot 10^{-3}} = 22'5 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$\Delta K_I = 22'5 \text{ MPa}\sqrt{m} > \Delta K_{I_{th}} = 7 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

[luego la grieta SÍ crecerá]

El valor crítico de la longitud de la grieta será:

- Si el fallo final se produce por fluencia:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{30000 \times 9'81}{2\cdot 10^{-2}\,(2\cdot 10^{-2} - a_{cr})} = S_y = 355\cdot 10^{6}$$

$$a_{cr} = 2'79\cdot 10^{-3}\ \text{m} = 2'79\ \text{mm}$$

- Si el fallo se produce por fractura:

$$K_{I_{máx}} = \alpha\, \sigma^{*}_{máx} \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 736 \sqrt{\pi\, a_{cr}} = K_{Ic} = 99$$

$$a_{cr} = 4'76\cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4'76\ \text{mm}$$

(Se ha considerado que α es constante e igual a 1'1, ya que $\frac{h}{b} \to \infty$ y la variación de la curva es suave respecto a $\frac{a}{b}$; en todo caso, es inferior la grieta crítica debida a fluencia).

Entonces, $\boxed{\text{el fallo final será por fluencia}}$, al quedarse la barra sin la suficiente sección resistente por el avance de la grieta: $a_{cr} = 2'79$ mm.

Por tanto, $a_0 = 1$ mm, $a_f = 2'79$ mm

Utilizando la ecuación de Paris, según se indica en el enunciado (aunque $R = \frac{\sigma^{*}_{mín}}{\sigma^{*}_{máx}} \neq 0$),

$$N = \frac{1}{C\,(\Delta\sigma)^m\, \alpha^m\, \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2} - 1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m}{2}-1}} \right]$$

Al ser el acero ferrítico-perlítico: $C = 6'9\cdot 10^{-12}$, $m = 3$.

$$N = \frac{1}{6'9\cdot 10^{-12} \times 368^3 \times 1'1^3\, \pi^{1'5}\, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{0'001}} - \frac{1}{\sqrt{0'00279}} \right] =$$

$$= \boxed{9959\ \text{ciclos} = N}$$

c) Si se suprime la parte superior de la barra, quedando ésta sin grieta, se tendrá:

$$S_{10^3} = 0'75\, S_u = 0'75 \times 965 = 724 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 0'46\, S_u = 0'46 \times 965 = 444 \text{ MPa}$$

$$K_a = a\, S_u^{\,b} = 1'58 \times 965^{-0'085} = 0'88$$

$$K_b = 1$$

$$S_e = k_a k_b S'_e = 0'88 \times 1 \times 444 = 391 \text{ MPa}$$

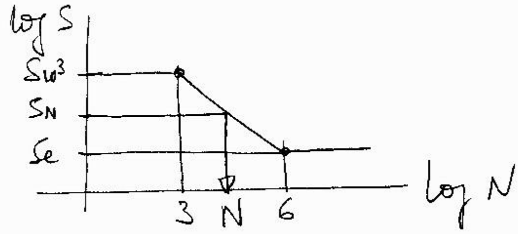
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{máx} = 774 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = 387 \text{ MPa} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_m = 580'5 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 193'5 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{G} \longrightarrow \frac{580'5}{965} + \frac{193'5}{391} = \frac{1}{G}$$

$$\underline{G = 0'91} \Rightarrow \boxed{\text{NO hay vida infinita}}$$

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_N} = 1 \longrightarrow \frac{580'5}{965} + \frac{193'5}{S_N} = 1$$

$$S_N = 486 \text{ MPa}$$



$$\log S_N = \log S_{10^3} + \frac{\log S_e - \log S_{10^3}}{6-3} (\log N - 3)$$

$$\log 486 = \log 724 + \frac{\log 391 - \log 724}{3} (\log N - 3)$$

$$\boxed{N = 87274 \text{ ciclos}}$$

Con el refrentado se aumenta la vida de la barra en unas 9 veces.

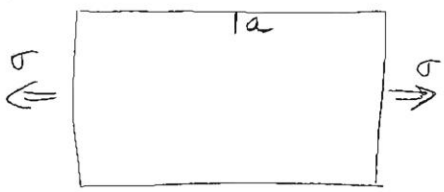
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 13
Nombre..

Una placa está fabricada en acero laminado en caliente de tipo ferrítico-perlítico, del que se conoce su factor crítico de intensidad de tensiones $K_{Ic} = 104 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. En uno de los bordes se ha detectado una grieta de 0.5 mm de longitud. Se puede considerar que el valor del parámetro geométrico α (necesario para el cálculo del factor de intensidad de tensiones K_I) es constante e igual a 1.12. Si la placa se va a someter a una tensión axial, en dirección perpendicular a la grieta, que oscila entre -100 y +200 MPa, determinar:

a) Si existe riesgo de crecimiento de grieta, sabiendo que el valor umbral del incremento del factor de intensidad de tensiones es $\Delta K_{th} = 7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

b) La longitud crítica de la grieta para rotura de la pieza.

c) El número de ciclos de carga que transcurrirán hasta la rotura de la pieza.



Para este caso, la longitud de la grieta es a.

$\sigma = -100 \div 200$ MPa

Como estamos en aplicación de la MLF, $\sigma_{mín} = 0$ si $\sigma_{mín} < 0$, luego,

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_{máx} = 200 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} = 0 \text{ MPa}\end{array}\right\} \Delta\sigma = 200 \text{MPa}$$

a) $K_{I máx} = \alpha\, \sigma_{máx} \sqrt{\pi a} = 1'12 \times 200 \sqrt{\pi \times 0'5 \cdot 10^{-3}} =$

$= 8'88 \text{ MPa}\sqrt{m}$; $K_{I mín} = 0$

$\Delta K_I = K_{I máx} - K_{I mín} = 8'88 \text{ MPa}\sqrt{m} > 7 \text{ MPa}\sqrt{m} = \Delta K_{th}$

$\boxed{\text{luego la grieta crecerá}}$

b) la rotura se producirá cuando $K_{I máx}$ alcance el valor crítico.

$K_{I máx} = \alpha\, \sigma_{máx} \sqrt{\pi a_c} = 1'12 \times 200 \sqrt{\pi \times a_c} = 104 \text{ MPa}\sqrt{m}$

Entonces, $a_c = 0'069 \text{ m} = \boxed{69 \text{ mm} = a_c}$

c) la relación de tensiones es $R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} = 0$, por lo que se utiliza la ecuación de Paris. Como el acero es ferrítico-perlítico, se tomará:

$C = 6'9 \cdot 10^{-12}$; $m = 3$

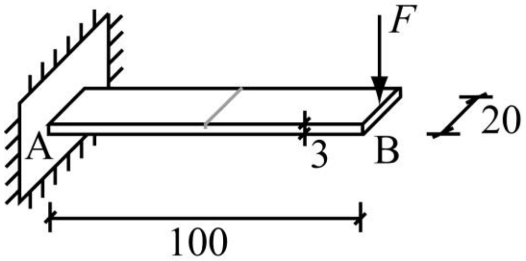
$$N = \frac{1}{C (\Delta\sigma)^m \alpha^m \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2} - 1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_c^{\frac{m}{2}-1}} \right] =$$

$$= \frac{1}{6'9\cdot10^{-12}\cdot 200^{3}\cdot 1'12^{3}\,\pi^{1'5}\;0'5}\left[\frac{1}{\sqrt{0'5\cdot10^{-3}}}-\frac{1}{\sqrt{69\cdot10^{-3}}}\right]=$$

$$= \boxed{189490 \text{ ciclos} = N}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 14
Nombre...

La pletina en voladizo de la figura está fabricada con un acero ferrítico-perlítico de límite de rotura 1520 MPa y límite de fluencia 1200 MPa, cuyo valor crítico del factor de intensidad de tensiones es $K_{I\,c} = 16\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$. La pletina posee longitud 100 mm, ancho 20 mm, y canto 3 mm. El extremo B de la pletina se halla conectado a un motor que gira a 3300 rpm, y cuyo desequilibrio provoca una fuerza alternante F = 120 N a esa misma frecuencia.



En una inspección se detecta una grieta de 0.6 mm de profundidad en todo el ancho de la pieza, justo en la mitad de ésta.

a) Comprobar que existe riesgo de crecimiento de grieta, sabiendo que el valor umbral del incremento del factor de intensidad de tensiones es $\Delta K_{I\,th} = 7\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.
b) Calcular la longitud de grieta para la que se producirá el fallo de la pieza, precisando si el fallo será dúctil o frágil.
c) Asumiendo que el parámetro geométrico α (necesario para el cálculo del factor de intensidad de tensiones K_I) toma el valor constante de 1.05 independientemente de la longitud de la grieta, determinar la duración, en ciclos de aplicación de carga y en minutos de funcionamiento del motor, hasta el fallo de la pieza.

a) El momento flector en la mitad de la platina es,

$$M = 120 \times 0'05 = 6 \text{ Nm}$$

la tensión normal máxima,

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{6 \times 1'5 \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{12}(20 \cdot 10^{-3})(3 \cdot 10^{-3})^3} = 200 \text{ MPa}$$

Aunque la tensión en esa sección variará entre +200 MPa y −200 MPa al variar la carga, como para el crecimiento de la grieta sólo nos interesan las tracciones, tendremos:

$$\Delta\sigma = 200 \text{ MPa}; \; R = 0$$

En la situación inicial, con $a = 0'6$ mm,

$$\Delta K_I = \alpha \Delta\sigma \sqrt{\pi a} = 1'05 \times 200 \sqrt{\pi \cdot 0'6 \cdot 10^{-3}} = 9'117 \text{ MPa}\sqrt{m} >$$

$$\Delta K_{I th} = 7 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

luego la grieta crecerá.

b) La longitud de grieta para la que se alcanza K_{Ic} es,

$$K_{Ic} = \alpha \sigma_{máx} \sqrt{\pi a_f} \rightarrow 16 = 1'05 \times 200 \sqrt{\pi a_f} \rightarrow \underline{a_f = 1'847 \text{ mm}}$$

y la longitud de grieta para la que la sección entra en fluencia es,

$$f_y = \frac{Mc}{I} \rightarrow 1200 \cdot 10^6 = \frac{6 \times \frac{(3-a_f)\,10^{-3}}{2}}{\frac{1}{12}\cdot(20 \cdot 10^{-3})\left[(3-a_f)\cdot 10^{-3}\right]^3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underline{a_f = 1'775 \text{ mm}}$$

luego el fallo se produce por fluencia (dúctil) al llegar la grieta a una longitud de $\boxed{a_f = 1'775 \text{ mm}}$

c) Los ciclos hasta el fallo serán por tanto,

$$N = \frac{1}{C \alpha^m (\Delta\sigma)^m \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2}-1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m}{2}-1}} \right]$$

con $C = 6'9 \cdot 10^{-12}$ y $m = 3$.

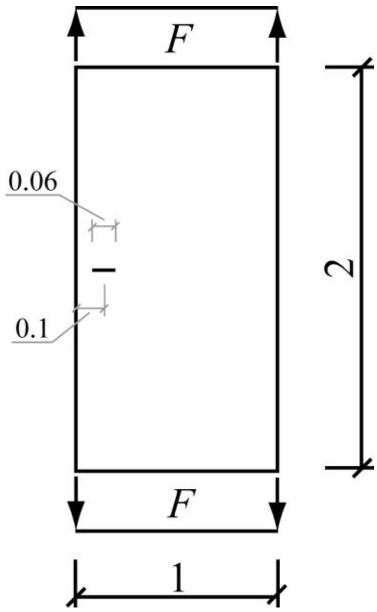
$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 1'05^3 \cdot 200^3 \pi^{1'5} 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{0'6 \cdot 10^{-3}}} - \frac{1}{\sqrt{1'775 \cdot 10^{-3}}} \right] =$$

$= \boxed{96055 \text{ ciclos de carga} = N}$

$$\text{tiempo} = \frac{96055}{3300} = \boxed{29'10 \text{ minutos} = \text{tiempo}}$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 15
Nombre...

La placa de la figura (con dimensiones en m), de 10 mm de espesor, se ha fabricado con un acero de tipo ferrítico-perlítico que posee las siguientes propiedades: límite de rotura 480 MPa, límite de fluencia 300 MPa, factor crítico de intensidad de tensiones 110 MPa$\sqrt{\text{m}}$. La placa se encuentra sometida a una fuerza axial *F* que oscila entre 0 y 2 MN.



Se ha detectado una grieta en la parte izquierda de la placa, con centro situado a 10 cm del borde izquierdo, y longitud 6 cm, tal y como se muestra en la figura.

Determinar:
a) Número de ciclos de carga que serán necesarios para que la grieta alcance longitud doble, asumiendo que el centro de la misma se va a mantener en la misma posición (a 10 cm del borde izquierdo), es decir, que la grieta va a ir creciendo de igual manera por sus dos extremos.
b) Coeficiente de seguridad de la pieza frente al fallo por fractura cuando la grieta llega a la longitud indicada en el apartado (a).
c) Coeficiente de seguridad de la pieza frente al fallo por fluencia cuando la grieta llega a la longitud indicada en el apartado (a).

a) Inicialmente, $2a = 0'06 \rightarrow a = 0'03$ m

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{b} &= \frac{0'1}{0'5} = 0'2 \\ \frac{a}{d} &= \frac{0'03}{0'1} = 0'3 \end{aligned}\right\} \alpha = 1'03$$

Al final, $2a = 0'12 \rightarrow a = 0'06$ m

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{b} &= 0'2 \\ \frac{a}{d} &= \frac{0'06}{0'1} = 0'6 \end{aligned}\right\} \alpha = 1'19$$

Para la integración de la ecuación de Paris se tomará un valor medio de α, es decir,

$$\alpha = \frac{1'03 + 1'19}{2} = 1'11$$

Entonces,

$$N = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m \alpha^m \pi^{m/2} (\frac{m}{2}-1)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m}{2}-1}} \right]$$

Como el acero es ferrítico-perlítico,

$C = 6'9 \cdot 10^{-12}$, $m = 3$

Las tensiones son:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{máx} &= \frac{F_{máx}}{A} = \frac{2}{1 \times 0'01} = 200 \text{ MPa} \\ \sigma_{mín} &= 0 \end{aligned}\right\} \Delta\sigma = 200 \text{ MPa} \quad (R=0)$$

Por tanto,

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 200^3 \cdot 1'11^3 \, \pi^{1'5} \, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{0'03}} - \frac{1}{\sqrt{0'06}} \right] =$$

$$= \boxed{8045 \text{ ciclos} = N}$$

b) En la situación final,

$$K_{I_{máx}} = \alpha\, \sigma_{máx} \sqrt{\pi a} = 1'19 \times 200 \times \sqrt{\pi \cdot 0'06} = 103\ MPa\sqrt{m}$$

$$C_S = \frac{110}{103} = \boxed{1'06 = C_S}$$ frente al fallo por fractura

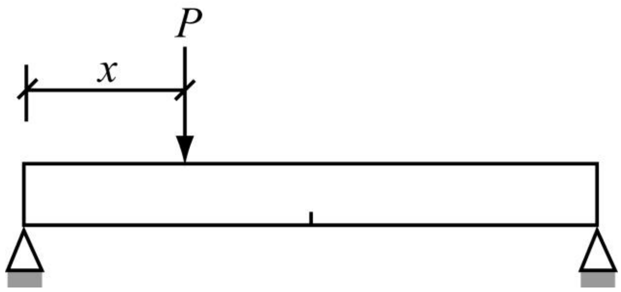
c) En la situación final,

$$\sigma_{máx} = \frac{F_{máx}}{A} = \frac{2}{0'88 \times 0'01} = 227\ MPa$$

$$C_S = \frac{300}{227} = \boxed{1'32 = C_S}$$ frente al fallo por fluencia

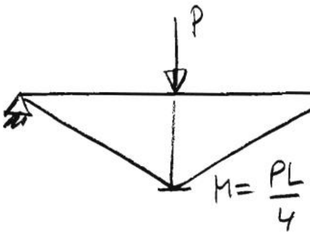
Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 16
Nombre..

La figura muestra un viga biapoyada en los extremos, con longitud 16 cm y sección cuadrada de lado 2 cm, que está hecha de un acero ferrítico-perlítico de límite de fluencia 520 MPa y factor crítico de intensidad de tensiones 30 MPa$\sqrt{\text{m}}$. Sobre la viga se mueve una carga $P = 9$ kN, que va y viene de extremo a extremo continuamente.



Se ha detectado una grieta de 1 mm de longitud en la parte inferior del centro de la viga y en todo su ancho, tal y como se puede apreciar en la figura.
a) Indicar si existe riesgo de crecimiento de grieta, sabiendo que el valor umbral del incremento del factor de intensidad de tensiones es $\Delta K_{I\ th} = 7$ MPa$\sqrt{\text{m}}$.
b) Calcular la longitud de grieta para la que se producirá el fallo de la viga, precisando si el fallo será dúctil o frágil.
c) Determinar el número de ciclos de movimiento de la carga que se producirán hasta el fallo de la viga, si se considera que un ciclo de movimiento de la carga consiste en una ida y una vuelta de la misma sobre la viga.

a) El momento flector y la tensión serán máximos en la sección central de la viga cuando la carga P se encuentre sobre dicha sección.



$$\sigma_{máx} = \frac{Mc}{I} = \frac{\frac{PL}{4}\cdot\frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3} = \frac{3}{2}\frac{PL}{bh^2}$$

$\sigma_{mín} = 0$ (cuando la carga P está sobre un apoyo)

$$\Delta\sigma = \sigma_{máx} - \sigma_{mín} = \frac{3PL}{2bh^2} = \frac{3\cdot 9000\cdot 0'16}{2\times 0'02\times 0'02^2} = 270 \text{ MPa} = \sigma_{máx}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{l}{h} &= \frac{8}{2} = 4\\ \frac{a}{h} &= \frac{1}{20} = 0'05\end{aligned}\right\}\ \alpha = 1'05$$

$$\Delta K_I = \alpha\,\Delta\sigma\sqrt{\pi a} = 1'05\times 270\sqrt{\pi\cdot 10^{-3}} = 15'89 \text{ MPa}\sqrt{m} > \Delta K_{Ith} = 7$$

luego la grieta sí crecerá.

b) Fallo dúctil: $\sigma_{máx} = S_y$

$$\sigma_{máx} = \frac{\frac{PL}{4}\left(\frac{h-a_c}{2}\right)}{\frac{1}{12}b(h-a_c)^3} = \frac{3}{2}\frac{PL}{b(h-a_c)^2} = S_y$$

$$\frac{3}{2}\frac{9000\times 0'16}{0'02(0'02-a_c)^2} = 520\cdot 10^6 \Rightarrow \underline{a_c = 5'58 \text{ mm}}$$

Fallo frágil: $K_{Imáx} = K_{Ic}$

$$K_{Imáx} = \alpha\,\sigma_{máx}\sqrt{\pi a_c} = 1'05\times 270\sqrt{\pi a_c} = 30 \Rightarrow a_c = 3'56 \text{ mm}$$

Se comprueba ahora el valor de α utilizado,

$$\left.\begin{aligned}\frac{l}{h} &= 4\\ \frac{a}{h} &= \frac{3'56}{20} = 0'178\end{aligned}\right\}\ \alpha = 1'02 \rightarrow \underline{a_c = 3'77 \text{ mm}}$$

Y ahora α ya coincide bien.

Por lo tanto, se producirá fallo frágil para una longitud de grieta de 3'77 mm.

c) Acero ferrítico-perlítico $\left\{ \begin{array}{l} C = 6'9 \cdot 10^{-12} \\ m = 3 \end{array} \right.$

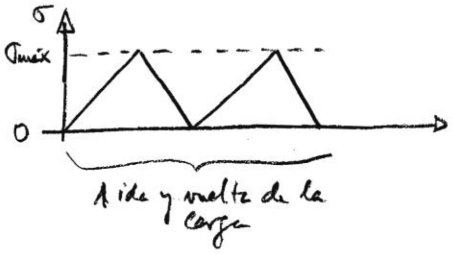
$$N = \frac{1}{C (\Delta\sigma)^m \alpha^m \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2}-1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m}{2}-1}} \right]$$

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 270^3 \cdot 1'03^3 \, \pi^{1'5} \, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{10^{-3}}} - \frac{1}{\sqrt{3'77 \cdot 10^{-3}}} \right]$$

$N = 37116$ ciclos $\Rightarrow$

$$\boxed{\text{Ciclos de movimiento de la carga} = \frac{N}{2} = \frac{37116}{2} = 18558}$$

Ya que en cada ida y vuelta de la carga la tensión realiza dos ciclos:



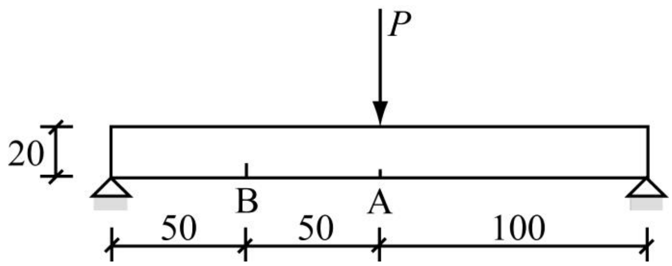
Hay que tener en cuenta que el valor de α que se ha utilizado es el valor medio en el intervalo de crecimiento de la grieta,

$$\alpha = \frac{1'01 + 1'05}{2} = 1'03$$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 17
Nombre...

La figura muestra una viga de sección rectangular y ancho 10 mm apoyada en los extremos. La viga está hecha de un acero ferrítico-perlítico con límite de fluencia 855 MPa, límite de rotura 965 MPa, factor crítico de intensidad de tensiones 55 MPa$\sqrt{\text{m}}$, y umbral del incremento del factor crítico de intensidad de tensiones 7 MPa$\sqrt{\text{m}}$.

La viga está sometida a una carga variable *P* aplicada en el centro del vano, que fluctúa continuamente entre -5000 N y +5000 N, pero con frecuencia suficientemente baja para que puedan despreciarse los efectos dinámicos sobre la viga. En la parte inferior de la viga se han detectado dos grietas que abarcan todo el ancho: la primera es de 1 mm de profundidad y se halla ubicada en el centro del vano (sección A en la figura); la segunda es de 4 mm de profundidad y se encuentra a mitad de distancia entre el centro del vano y el apoyo izquierdo (sección B en la figura).

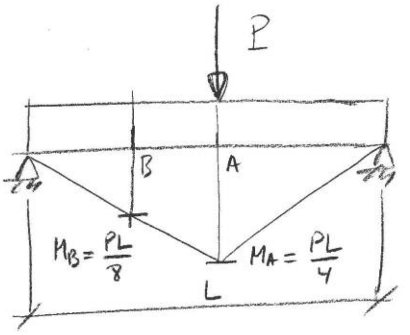


a) Determinar los coeficientes de seguridad ante fallo por fluencia y por fractura en el primer ciclo de carga en las secciones A y B. ¿Qué tipo de fallo está más cercano en cada caso?

b) Indicar si la grieta de cada sección crecerá o no.

c) Calcular los ciclos de carga que soportará la viga hasta el fallo, señalando si será por fluencia o por fractura y en qué sección se producirá.

Nota: tomar un valor constante de 1.1 del coeficiente geométrico necesario para el cálculo del factor de intensidad de tensiones en todos los casos.



a) Sección A

* Fluencia:

$$\sigma = \frac{M_A c}{I} = \frac{\frac{5000 \times 0'2}{4} \times 0'0095}{\frac{1}{12} 0'01 \times 0'019^3} = 415 \text{ MPa}$$

$$C_S = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{855}{415} = \boxed{2'06 = C_S}$$

* Fractura:

$$\sigma = \frac{M_A c^*}{I^*} = \frac{\frac{5000 \times 0'2}{4} \cdot 0'01}{\frac{1}{12} 0'01 \times 0'02^3} = 375 \text{ MPa}$$

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 375 \sqrt{\pi \cdot 10^{-3}} = 23 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$C_S = \frac{K_{Ic}}{K_I} = \frac{55}{23} = 2'39$$

Sección B

* Fluencia

$$\sigma = \frac{M_B c}{I} = \frac{\frac{5000 \times 0'2}{8} \times 0'008}{\frac{1}{12} 0'01 \times 0'016^3} = 293 \text{ MPa}$$

$$C_S = \frac{S_y}{\sigma} = \frac{855}{293} = 2'92$$

* Fractura

$$\sigma = \frac{M_B c^*}{I^*} = \frac{\frac{5000 \times 0'2}{8} \times 0'01}{\frac{1}{12} 0'01 \times 0'02^3} = 187'5 \text{ MPa}$$

$$K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 187'5 \sqrt{\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 23 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$C_S = \frac{K_{Ic}}{K_I} = \frac{55}{23} = \boxed{2'39 = C_S}$$

b) En ambas secciones $\sigma_{min} = 0$, luego $\Delta\sigma = \sigma_{máx}$.
Entonces,

<u>Sección A</u>

$$\Delta K_I = K_I = 23\ MPa\sqrt{m} > 7\ MPa\sqrt{m} = \Delta K_{I_{th}}$$

<u>Sección B</u>

$$\Delta K_I = K_I = 23\ MPa\sqrt{m} > 7\ MPa\sqrt{m} = \Delta K_{I_{th}}$$

luego la grieta crecerá en ambas secciones.

c) La longitud de grieta para la que se producirá el fallo será:

<u>Sección A</u>

* Fluencia: $$\sigma = \frac{\frac{5000 \times 0'2}{4} \times \frac{0'02 - a_f}{2}}{\frac{1}{12}\, 0'01 \times (0'02 - a_f)^3} = 855 \cdot 10^6 = S_y$$

$$a_f = 6'75\ mm$$

* <u>Fractura</u>: $$K_I = 1'1 \times 375 \sqrt{\pi a_f} = 55 = K_{Ic}$$

$$\underline{a_f = 5'65\ mm}$$

<u>Sección B</u>

* <u>Fluencia</u>: $$\sigma = \frac{\frac{5000 \times 0'2}{8} \times \frac{0'02 - a_f}{2}}{\frac{1}{12}\, 0'01\, (0'02 - a_f)^3} = 855 \cdot 10^6 = S_y$$

$$\underline{a_f = 10'63\ mm}$$

* Fractura: $$K_I = 1'1 \times 187'5 \sqrt{\pi a_f} = 55 = K_{Ic}$$

$$a_f = 22'63\ mm > 20\ mm: \text{canto viga}$$

Los ciclos necesarios para el fallo serán, sabiendo que $C = 6'9 \cdot 10^{-12}$ y $m = 3$:

Sección A

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 375^3 \cdot 1'1^3 \pi^{1'5} \, 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{10^{-3}}} - \frac{1}{\sqrt{5'65 \cdot 10^{-3}}} \right]$$

$$\boxed{N = 13585 \text{ ciclos}}$$

Sección B

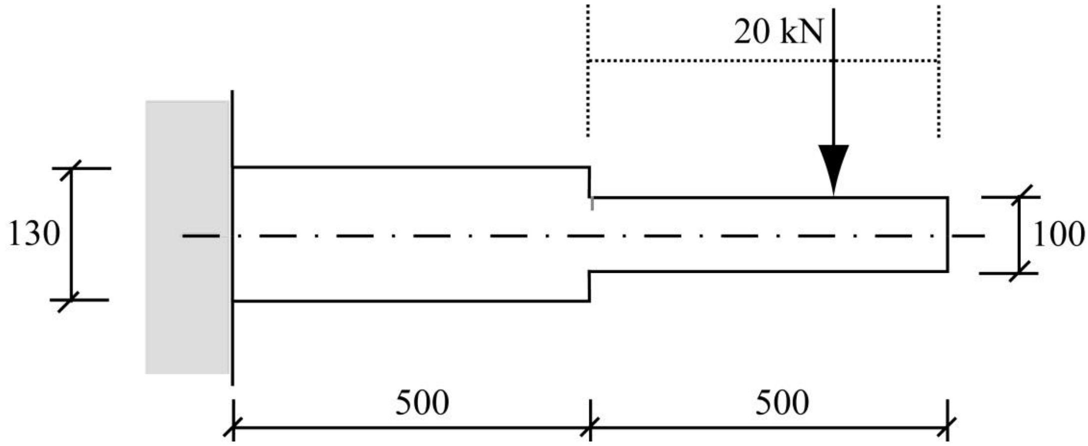
$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 187'5^3 \cdot 1'1^3 \pi^{1'5} \cdot 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{4 \cdot 10^{-3}}} - \frac{1}{\sqrt{10'63 \cdot 10^{-3}}} \right]$$

$N = 36263$ ciclos

$\boxed{\text{Luego la pieza falla por fractura en la sección A, tras 13585 ciclos.}}$

Examen de TECNOLOGIA DE MAQUINAS – Enero 19
Nombre...

La figura muestra una viga de sección rectangular, y ancho 20 mm, empotrada en su extremo izquierdo. La viga está hecha de un acero ferrítico-perlítico con límite de fluencia 855 MPa, límite de rotura 965 MPa, factor crítico de intensidad de tensiones 55 MPa$\sqrt{m}$, y umbral del incremento del factor crítico de intensidad de tensiones 7 MPa$\sqrt{m}$.



Una carga de 20 kN actúa sobre la viga en el tramo de menor canto (parte derecha en la figura), moviéndose ininterrumpidamente de un extremo a otro del tramo, aunque con la lentitud suficiente para que se puedan despreciar los efectos dinámicos del movimiento de la carga sobre la viga. En la parte superior de la sección de la entalla de la viga se ha detectado una grieta de 4 mm de profundidad que abarca todo el ancho.

a) Determinar los coeficientes de seguridad ante fallo por fluencia y por fractura en el primer ciclo de carga en la sección agrietada. ¿Qué tipo de fallo está más cercano?

b) Indicar si la grieta crecerá o no.

c) Calcular los ciclos de carga que soportará la sección agrietada hasta el fallo, señalando si será por fluencia o por fractura.

Nota: tomar un valor constante de 1.1 del coeficiente geométrico necesario para el cálculo del factor de intensidad de tensiones.

a) Fluencia

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{10000 \times 0'048}{\frac{1}{12}\, 0'02 \times 0'096^3} = 326\ MPa$$

$$C_S = \frac{\sigma_y}{\sigma} = \frac{855}{326} = 2'62$$

Fractura

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{10000 \times 0'05}{\frac{1}{12}\, 0'02 \times 0'1^3} = 300\ MPa$$

$$K_I = \alpha\, \sigma \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 300 \sqrt{\pi \times 0'004} = 37\ MPa\sqrt{m}$$

$$C_S = \frac{K_{Ic}}{K_I} = \frac{55}{37} = 1'48$$

Está más cercano el fallo por fractura.

b) $M_{min} = 0 \Rightarrow \sigma_{min} = 0 \Rightarrow \Delta\sigma = \sigma_{máx} = 300\ MPa$

$$\Delta K_I = \alpha\, \Delta\sigma \sqrt{\pi a} = 1'1 \times 300 \sqrt{\pi \times 0'004} = 37\ MPa\sqrt{m}$$

$$\Delta K_I = 37\ MPa\sqrt{m} > \Delta K_{I_{th}} = 7\ MPa\sqrt{m}$$

Luego la grieta crecerá.

c) Longitud de grieta para el fallo:

– Por fluencia

$$\sigma = \frac{10000 \times \frac{0'1 - a_f}{2}}{\frac{1}{12}\, 0'02\, (0'1 - a_f)^3} = \sigma_y = 855 \cdot 10^6$$

$\underline{a_f = 40\ mm}$

— Por fractura

$$K_{I\,m\acute{a}x} = \alpha\, \sigma_{m\acute{a}x} \sqrt{\pi a_f} = 1'1 \times 300 \sqrt{\pi a_f} = K_{Ic} = 55$$

$a_f = 8'85$ mm

Luego la longitud de grieta que produce el fallo por fractura es la que se alcanza antes.

Los ciclos hasta el fallo serán,

$$N = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m \alpha^m \pi^{m/2}\left(\frac{m}{2}-1\right)}\left[\frac{1}{\sqrt{a_0}} - \frac{1}{\sqrt{a_f}}\right]$$

Con $C = 6'9 \cdot 10^{-12}$ y $m = 3$ al tratarse de un acero ferrítico-perlítico.

$$N = \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 300^3 \times 1'1^3 \times \pi^{1'5} \times 0'5}\left[\frac{1}{\sqrt{0'004}} - \frac{1}{\sqrt{0'00885}}\right]$$

$\boxed{N = 7505 \text{ ciclos}}$ para fallo por fractura.