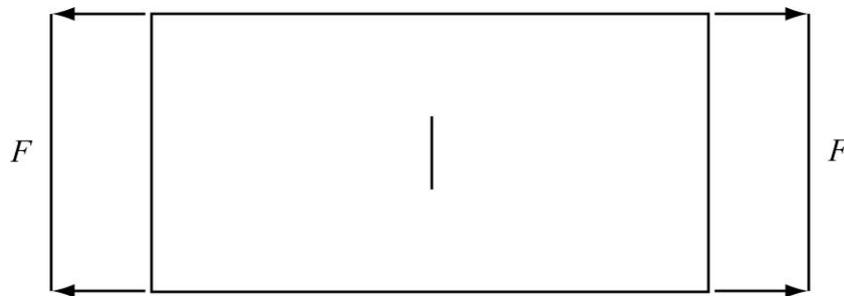


Nombre.....

La figura muestra una placa de 2 m de largo, 1 m de ancho y 2 cm de espesor. La placa está fabricada con un acero ferrítico-perlítico que posee las siguientes propiedades: límite de fluencia 400 MPa, límite de rotura 550 MPa, factor crítico de intensidad de tensiones $100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, y umbral del incremento del factor crítico de intensidad de tensiones $7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.



Se pretende realizar un ensayo de la placa para comprobar su comportamiento a fractura. Se dispone para ello de una máquina de tracción en la que se puede sujetar la placa por sus extremos y aplicarle la fuerza F deseada, repartida uniformemente en todo el ancho, según se indica en la figura.

Antes de comenzar el ensayo, se practica en la placa una grieta centrada en sentido transversal de longitud 2 cm, como también puede verse en la figura. Se programa la máquina de tracción para que aplique ciclos de carga con una fuerza que varíe entre 0 y F .

Calcular el valor de la fuerza F para que la grieta alcance una longitud final de 40 cm en el menor número de ciclos posible, de manera que la placa disponga, al terminar el ensayo, de un coeficiente de seguridad de 2 frente al fallo. ¿Cuántos ciclos serán necesarios para realizar el ensayo?

Nota: considerar un valor unitario constante del coeficiente geométrico necesario para el cálculo del factor de intensidad de tensiones.

Condiciones de fallo de la placa con junta de 40 cm:

- Fractura

$$Q = \frac{k_I z}{k_I} \Rightarrow k_I = \sigma \sqrt{\pi a} = \sigma \sqrt{\pi \times 0'02} = \frac{k_{Ic}}{Q} = \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow \underline{\sigma = 63 \text{ MPa}}$$

$$F = \sigma A = 63 \times 1 \times 0'02 = 1'26 \text{ MN}$$

- Fluencia

$$Q = \frac{S_y}{Q} \Rightarrow \sigma = \frac{S_y}{Q} = \frac{400}{2} = 200 \text{ MPa}$$

$$F = \sigma A = 200 \times 0'6 \times 0'02 = 2'4 \text{ MN}$$

Uso con ciclos de carga que apliquen una fuerza que varíe entre 0 y 1'26 MN, se obtendría un coeficiente de seguridad frente a fallo (que sería por fractura) de valor 2 al terminar el ensayo.

Hay que comprobar que, con esta carga, la junta inicial se propaga.

$$K_{Ic} = \sigma \sqrt{\pi a} = 63 \sqrt{\pi \times 0'01} = 11'17 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} > K_{Ic_{lim}} = 7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Uso la junta inicial se propaga.

Acero ferrítico-perlítico: $C = 6'9 \cdot 10^{-12}$, $m = 3$

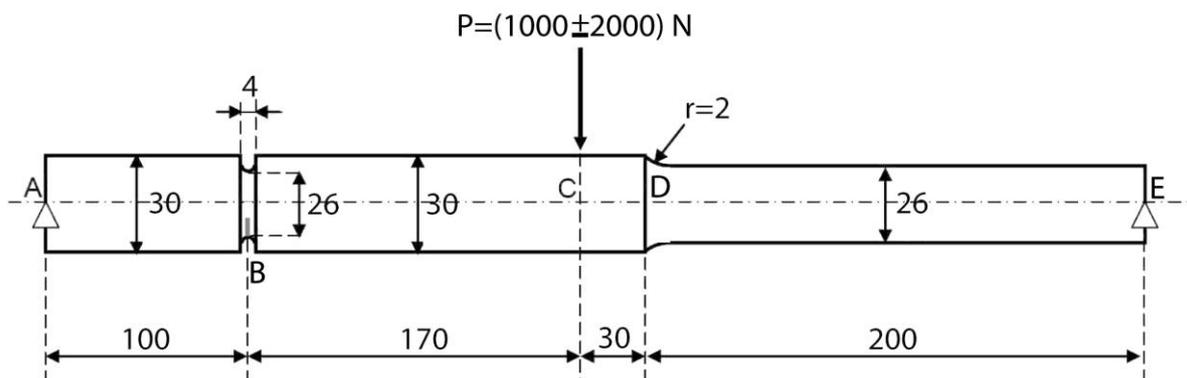
El número de ciclos del ensayo será,

$$N = \frac{1}{C \alpha^m (\Delta \sigma)^m \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2} - 1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{\frac{m}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m}{2}-1}} \right] =$$
$$= \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \cdot 63^3 \pi^{1'5} 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{0'01}} - \frac{1}{\sqrt{0'2}} \right]$$

$$\boxed{N = 1.616.278 \text{ ciclos}} \text{ llevaría el ensayo.}$$

Nombre.....

La pieza de sección circular maciza de la figura está construida con un acero ferrítico-perlítico cuyo límite de rotura es 630 MPa, límite de fluencia 530 MPa, factor crítico de intensidad de tensiones $70 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, y umbral del incremento del factor crítico de intensidad de tensiones $7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. La pieza ha sido mecanizada y se mantiene en posición fija (no gira), simplemente apoyada en sus extremos. La carga que actúa sobre ella oscila entre los valores máximo y mínimo indicados en la figura.



Se ha detectado una grieta en la parte inferior de la sección B, con una longitud de 3 mm.

- Indicar si la grieta crecerá o no.
- Calcular la longitud de la grieta tras 500.000 ciclos de carga.
- ¿Se llegará a alcanzar el valor crítico del factor de intensidad de tensiones para algún número de ciclos, y con ello el fallo frágil de la pieza por fractura?

Nota: considerar un valor constante de 1.1 para el coeficiente geométrico del factor de intensidad de tensiones.

$$a) \left. \begin{array}{l} R_A + R_E = P \\ R_A \cdot 500 = P \cdot 230 \end{array} \right\} R_A = 0'46P; R_E = 0'54P$$

$$M_B = R_A \times 0'1 = 0'46P \times 0'1 = 0'046P \text{ Nm}$$

$$\sigma_B = \frac{32 M_B}{\pi d^3} = \frac{32 \times 0'046P}{\pi \times 0'026^3} = 0'0266P \text{ MPa}$$

Las tensiones máxima y mínima en el punto inferior de la sección B serán:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\max} = 0'0266 \times 3000 = 80 \text{ MPa} \\ \sigma_{\min} = -0'0266 \times 1000 = -27 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Por lo tanto, de cara a la fractura (crecimiento de grieta), las tensiones nominales serán:

$$\sigma_{\max} = 80 \text{ MPa}; \sigma_{\min} = 0$$

Y, por tanto,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 80 \text{ MPa} \\ R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0 \end{array} \right.$$

Para que la grieta comience a crecer, el valor de ΔK_I ha de superar al valor umbral:

$$\begin{aligned} \Delta K_I &= \alpha \Delta\sigma \sqrt{\pi a_0} = 1'1 \times 80 \sqrt{\pi \times 0'003} = \\ &= 8'54 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} > 7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \end{aligned}$$

luego la grieta sí crecerá.

$$b) \quad c = 69 \cdot 10^{-12}; \quad m = 3$$

$$N = \frac{1}{c(\Delta\sigma)^m \alpha^m \pi^{\frac{m-1}{2}} \left(\frac{m-1}{2}\right)} \left[\frac{1}{\sqrt{a_0}} - \frac{1}{\sqrt{a_f}} \right]$$

$$5 \cdot 10^5 = \frac{1}{69 \cdot 10^{-12} \cdot 80^3 \cdot 11^3 \pi^{1.5} \cdot 0.5} \left[\frac{1}{\sqrt{0.003}} - \frac{1}{\sqrt{a_f}} \right]$$

$$\boxed{a_f = 7.29 \text{ mm}}$$

c) La longitud de grieta necesaria para alcanzar el valor crítico del factor de intensidad de stresses es:

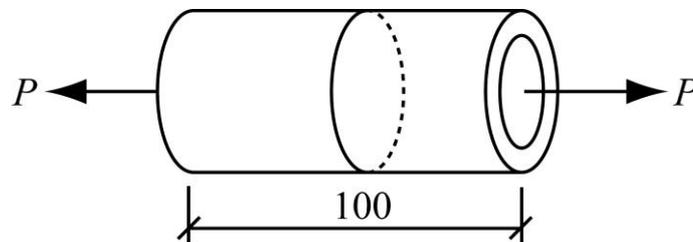
$$K_{I_{\text{cr}}} = \sigma \sqrt{\pi a_c} = k_{Ic}$$

$$11 \times 80 \sqrt{\pi a_c} = 70 \Rightarrow \underline{a_c = 201 \text{ mm}}$$

Dado que la sección sólo tiene 26 mm, no se llegará a alcanzar el fallo frágil por fractura, sino que la pieza fallará antes de manera dúctil por fluencia.

Nombre.....

La figura muestra un cilindro hueco, de radio exterior 15 mm, radio interior 10 mm, y longitud 100 mm. La pieza se halla sometida a una carga axial que fluctúa entre -20 y 80 kN, a razón de un ciclo por minuto. Se ha detectado una grieta circunferencial de 1 mm de profundidad en la periferia de la sección central del cilindro, según se muestra en la figura. El material es acero ferrítico-perlítico con límite de rotura 500 MPa, límite de fluencia 350 MPa, factor crítico de intensidad de tensiones $35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, y umbral del incremento del factor crítico de intensidad de tensiones $7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.



- Calcular los coeficientes de seguridad ante fallo por fluencia y por fractura, respectivamente, en el primer ciclo de carga.
- Determinar si la grieta crecerá o no.
- Si la respuesta al apartado anterior es afirmativa, obtener la longitud crítica de la grieta, señalando si el fallo final se producirá por fluencia o por fractura.
- Calcular el tiempo, en días, que transcurrirá hasta el fallo de la pieza.

a) Fluencia. $\sigma_{\max} = \frac{P_{\max}}{A} = \frac{80000}{\pi(14^2 - 10^2) \cdot 10^{-6}} = 265 \text{ MPa}$

$$G = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{350}{265} = \boxed{1.32 = G}$$

Fractura. $\sigma_{\max}^* = \frac{P}{A^*} = \frac{80000}{\pi(15^2 - 10^2) \cdot 10^{-6}} = 204 \text{ MPa}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_0}{r_o - r_i} &= \frac{1}{15 - 10} = 0.2 \\ \frac{r_i}{r_o} &= \frac{10}{15} = 0.66 \end{aligned} \right\} \alpha = 1.1$$

$$K_{I_{\max}} = \alpha \sigma_{\max}^* \sqrt{\pi a} = 1.1 \times 204 \times \sqrt{\pi \times 0.001} = 13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$G = \frac{K_{Ic}}{K_{I_{\max}}} = \frac{35}{13} = \boxed{2.69 = G}$$

b) $\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\max}^* &= 204 \text{ MPa} \\ \sigma_{\min}^* &= 0 \text{ MPa} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Delta\sigma &= \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 204 \text{ MPa} \\ R &= \frac{\sigma_{\min}^*}{\sigma_{\max}^*} = 0 \end{aligned} \right.$

$$\Delta K_I = \alpha \Delta\sigma \sqrt{\pi a} = 1.1 \times 204 \sqrt{\pi \times 0.001} = 13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$\Delta K_I = 13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} > 7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} = \Delta K_{I_{th}} = \Delta K_{I_{th}}$$

luego la grieta sí crecerá.

c) Fluencia

$$\sigma_{\max} = \frac{P_{\max}}{A} = \frac{80000}{\pi[(15 - a_c)^2 - 10^2] \cdot 10^{-6}} = 350 \cdot 10^6 = S_y$$

$$\underline{a_c = 1.856 \text{ mm}}$$

Fractura.

$$K_{I \max} = \alpha(a) \Delta \sigma \sqrt{\pi a_c} = \alpha(a_c) 204 \sqrt{\pi a_c} = 35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} = K_{Ic}$$

Hay que ajustar los valores de a_c y α que cumplan la ecuación. Comenzaremos imponiendo una a_c similar a la obtenida en fluencia, e iremos iterando.

a_c	α	a_c
1'8	1'2	6'5
4'1	2'5	1'5
2'8	1'5	4'2
3'5	1'8	2'9
3'2	1'7	3'2

Después la solución es $a_c = 3'2 \text{ mm}$. En efecto,

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{r_o - r_i} &= \frac{3'2}{15 - 10} = 0'64 \\ \frac{r_i}{r_o} &= 0'66 \end{aligned} \right\} \alpha = 1'7$$

$$K_{I \max} = 1'7 \times 204 \sqrt{\pi a_c} = 35 \Rightarrow \underline{a_c = 3'2 \text{ mm}}$$

Entonces, el fallo final será por fluencia, para una longitud de fractura $\underline{a_c = 1'856 \text{ mm}}$

$$\begin{aligned} c) \quad N &= \frac{1}{C(\Delta \sigma)^m \alpha^m \pi^{m/2} \left(\frac{m}{2} - 1\right)} \left[\frac{1}{a_0^{m/2-1}} - \frac{1}{a_f^{m/2-1}} \right] \\ N &= \frac{1}{6'9 \cdot 10^{-12} \times 204^3 \times 1'5^3 \pi^{1'5} 0'5} \left[\frac{1}{\sqrt{0'001}} - \frac{1}{\sqrt{0'001856}} \right] = \\ &= 33908 \text{ ciclos} = 33908 \Rightarrow \underline{t = \frac{33908}{60 \times 24} = 23'54 \text{ días}} \end{aligned}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha(a_0) + \alpha(a_f)}{2} = \frac{1'1 + 1'2}{2} = 1'15$$