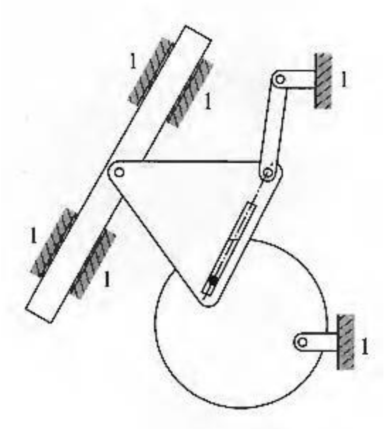
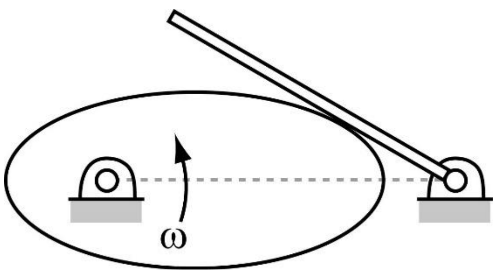
Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 25

Nombre...

1- Determinar el número de grados de libertad del mecanismo de la figura, así como unas coordenadas que sirvan para representarlos.



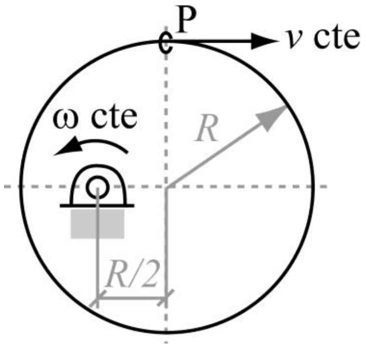
2- En la leva de disco con seguidor de pie plano de la figura, dibujar las las velocidades de los puntos en contacto de leva y seguidor. A continuación, dibujar cada elemento por separado, indicando las fuerzas normales y tangenciales que soporta debido al contacto leva-seguidor.



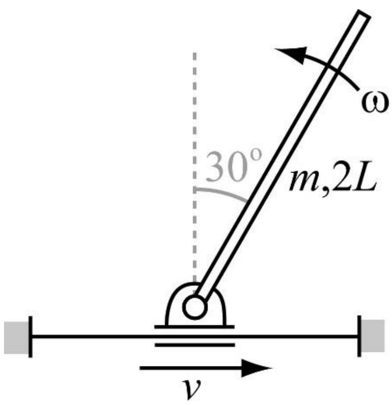
3- Una rueda dentada normal tiene un módulo de 4 mm y 30 dientes. Calcular el espesor de diente en la circunferencia exterior.

Nota: $e_{\mathrm{T}} = R_{\mathrm{T}}\left[\frac{e_{\mathrm{A}}}{R_{\mathrm{A}}} + 2\left(\mathrm{Ev}(\emptyset_{\mathrm{A}}) - \mathrm{Ev}(\emptyset_{\mathrm{T}})\right)\right]$

4- La figura muestra un disco de radio R, que está articulado al suelo en un punto que se encuentra a $R/2$ de su centro, y que gira con velocidad angular saliente constante ω. En el borde del disco se encuentra insertado un anillo P, que se mueve sobre el borde con velocidad v constante. Obtener la velocidad y aceleración absolutas del anillo P en la posición representada.



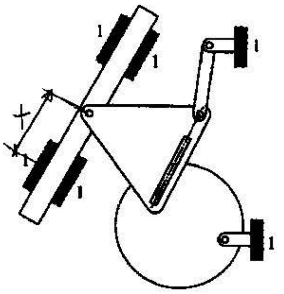
5- La figura muestra una barra de masa m y longitud $2L$ que se halla articulada a una deslizadera que puede desplazarse horizontalmente. Si, en la posición representada, en la que la barra forma un ángulo de 30º con la vertical, la deslizadera se mueve con velocidad v hacia la derecha y la barra posee una velocidad angular ω saliente, obtener la energía cinética de la barra.



Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 25

Nombre..

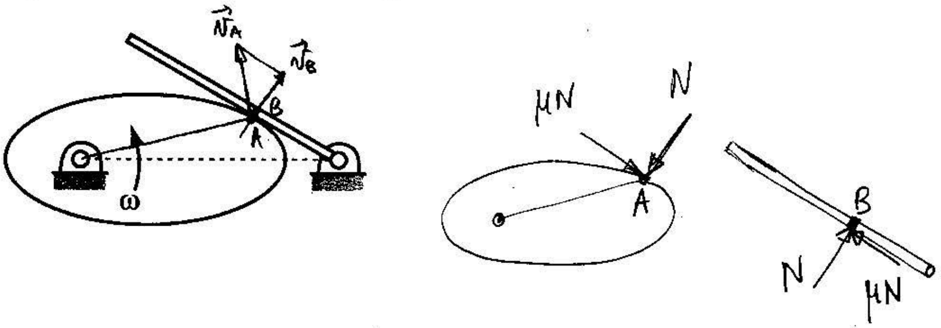
1- Determinar el número de grados de libertad del mecanismo de la figura, así como unas coordenadas que sirvan para representarlos.



$$\left.\begin{aligned} n &= 5 \\ p_I &= 5 \\ p_{II} &= 1 \end{aligned}\right\} \boxed{G = 3(5-1) - 2\times 5 - 1 = \boxed{1}}$$

Al haber sólo un grado de libertad, cualquier coordenada puede ser válida, como, por ejemplo, la coordenada x.

2- En la leva de disco con seguidor de pie plano de la figura, dibujar las las velocidades de los puntos en contacto de leva y seguidor. A continuación, dibujar cada elemento por separado, indicando las fuerzas normales y tangenciales que soporta debido al contacto leva-seguidor.



3- Una rueda dentada normal tiene un módulo de 4 mm y 30 dientes. Calcular el espesor de diente en la circunferencia exterior.

Nota: $e_T = R_T\left[\frac{e_A}{R_A} + 2\left(\mathrm{Ev}(\emptyset_A) - \mathrm{Ev}(\emptyset_T)\right)\right]$

$R_A = R = \frac{mz}{2} = \frac{4\times 30}{2} = 60\ mm\ ;\ \phi_A = \psi = 20°;$

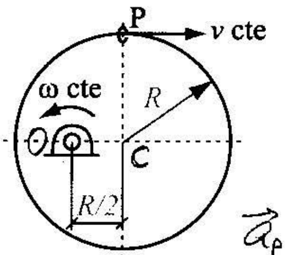
$e_A = \frac{p}{2} = \frac{m\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi$

$R_T = R + a = R + m = 60 + 4 = 64\ mm$

$\rho = R\cos\psi = R_T\cos\phi_T \Rightarrow 60\cos 20 = 64\cos\phi_T \Rightarrow \phi_T = 28'24°$

$e_T = 64\left[\frac{2\pi}{60} + 2\left(Ev(20°) - Ev(28'24°)\right)\right] = \boxed{2'95\ mm = e_{ext}}$

4- La figura muestra un disco de radio R, que está articulado al suelo en un punto que se encuentra a $R/2$ de su centro, y que gira con velocidad angular saliente constante ω. En el borde del disco se encuentra insertado un anillo P, que se mueve sobre el borde con velocidad v constante. Obtener la velocidad y aceleración absolutas del anillo P en la posición representada.



$\vec{v}_P = \vec{v}_a + \vec{v}_r$ (con disco)

$\vec{v}_a = \vec{v}_C + \vec{v}_{P/C}$, $\quad \vec{v}_r: \rightarrow v$

$\vec{v}_C: \uparrow \frac{\omega R}{2}$, $\quad \vec{v}_{P/C}: \leftarrow \omega R$

$$\boxed{\vec{v}_P = \uparrow \frac{\omega R}{2}, \ \rightarrow v - \omega R}$$

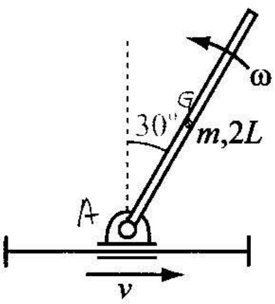
$\vec{a}_P = \vec{a}_a + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$ (con disco)

$\vec{a}_a = \vec{a}_C + \vec{a}_{P/C}$, $\quad \vec{a}_r: \downarrow \frac{v^2}{R}$, $\quad \vec{a}_{cor}: 2\omega v \uparrow$

$\vec{a}_C: \leftarrow \frac{\omega^2 R}{2}$, $\quad \vec{a}_{P/C}: \downarrow \omega^2 R$

$$\boxed{\vec{a}_P = \uparrow 2\omega v - \omega^2 R - \frac{v^2}{R}, \ \leftarrow \frac{\omega^2 R}{2}}$$

5- La figura muestra una barra de masa m y longitud $2L$ que se halla articulada a una deslizadera que puede desplazarse horizontalmente. Si, en la posición representada, en la que la barra forma un ángulo de 30° con la vertical, la deslizadera se mueve con velocidad v hacia la derecha y la barra posee una velocidad angular ω saliente, obtener la energía cinética de la barra.



$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$

$\vec{v}_G = \vec{v}_A + \vec{v}_{G/A} = \uparrow \frac{\omega L}{2}, \ \rightarrow v - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega L$

$\vec{v}_A: \rightarrow v$, $\quad \vec{v}_{G/A}: \omega L$ (30°)

$v_G^2 = \left(v - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega L\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2 = v^2 + \frac{3}{4}\omega^2 L^2 -$

$- \sqrt{3} v \omega L + \frac{1}{4}\omega^2 L^2 = v^2 + \omega^2 L^2 - \sqrt{3} v \omega L$

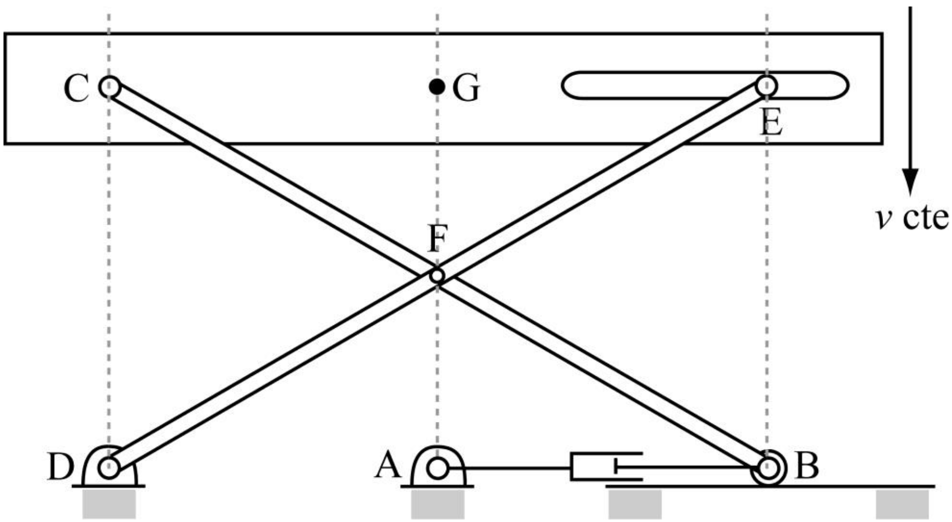
$I_G = \frac{1}{12} m (2L)^2 = \frac{1}{3} m L^2$

$T = \frac{1}{2} m \left(v^2 + \omega^2 L^2 - \sqrt{3} v \omega L\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} m L^2\right)\omega^2 =$

$$= \boxed{\frac{1}{2} m v^2 + \frac{2}{3} m \omega^2 L^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} m v \omega L = T}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 25
Nombre...

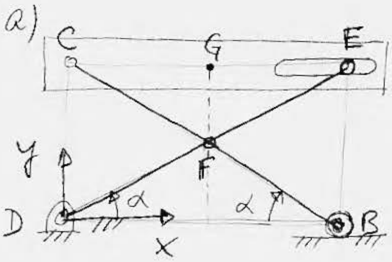
La figura muestra una plataforma elevadora de tijera. Está compuesta por la propia plataforma, de masa $9m$ y con centro de masas en el punto G, y por dos barras iguales, BC y DE, cada una de masa m y longitud $2L$, articuladas entre sí en sus puntos medios. El mecanismo está accionado por el pistón hidráulico AB. El sistema está sometido a la gravedad, de valor g.



Si, en la posición de la figura, la barra DE forma un ángulo de 30º con la horizontal, y la plataforma desciende con velocidad v constante, determinar, para el instante representado:

a) Velocidades angulares de las barras BC y DE.
b) Velocidades de los puntos B y F.
c) Aceleraciones angulares de las barras BC y DE.
d) Aceleración del punto F.
e) Fuerza y momento resultantes de las fuerzas de inercia de la barra BC, de la barra DE, y de la plataforma. Dibujar cada sólido por separado, indicando sobre el mismo la fuerza y el momento resultantes de sus fuerzas de inercia.
f) Fuerza que debe ejercer el pistón hidráulico AB para que el movimiento del mecanismo sea el indicado.

a)



En este problema es muy sencillo establecer relaciones generales a nivel de posición, y derivarlas después respecto al tiempo para obtener velocidades y aceleraciones.

$$\begin{cases} y_G = 2L \operatorname{sen}\alpha \\ \dot{y}_G = 2L\dot{\alpha}\cos\alpha \\ \ddot{y}_G = 2L\left(\ddot{\alpha}\cos\alpha - \dot{\alpha}^2 \operatorname{sen}\alpha\right) \end{cases}$$

Particularizando para $\alpha = 30°$,

$y_G = 2L \operatorname{sen} 30 = L$

$\dot{y}_G = 2L\dot{\alpha}\cos 30 \Rightarrow -v = \sqrt{3}L\dot{\alpha} \Rightarrow \dot{\alpha} = -\dfrac{\sqrt{3}v}{3L} \Rightarrow$

$\boxed{\omega_{DE} = \dfrac{\sqrt{3}v}{3L} \text{ antihorario}}$; $\boxed{\omega_{BC} = \dfrac{\sqrt{3}v}{3L} \text{ horario}}$

b) $x_B = 2L\cos\alpha$

$\dot{x}_B = -2L\dot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha$

Para $\alpha = 30°$, $\dot{x}_B = -2L\left(-\dfrac{\sqrt{3}v}{3L}\right)\operatorname{sen}30 = \dfrac{\sqrt{3}v}{3} \Rightarrow$

$\boxed{\vec{v}_B = \dfrac{\sqrt{3}v}{3} \rightarrow}$

En cuanto al punto F, su posición horizontal siempre es la mitad que la del punto B,

$x_F = \dfrac{x_B}{2} \Rightarrow \dot{x}_F = \dfrac{\dot{x}_B}{2} \Rightarrow v_{F_x} = \dfrac{\sqrt{3}v}{6} \rightarrow$

Y su posición vertical siempre es la mitad que la del punto G,

$y_F = \dfrac{y_G}{2} \Rightarrow \dot{y}_F = \dfrac{\dot{y}_G}{2} \Rightarrow v_{F_y} = \dfrac{v}{2} \downarrow$

Luego la velocidad del punto F es,

$$\boxed{\vec{v}_F = \downarrow\frac{v}{2} \;\; \xrightarrow{\ } \frac{\sqrt{3}v}{6} = \searrow 60^\circ \; \frac{\sqrt{3}}{3}v}$$

c) Para las aceleraciones, volviendo a la relación en aceleraciones de la página anterior, y particularizando para $\alpha = 30^\circ$,

$$\ddot{y}_G = 2L\left(\ddot{\alpha}\cos 30 - \dot{\alpha}^2 \operatorname{sen} 30\right)$$

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}\ddot{\alpha} - \left(-\frac{\sqrt{3}v}{3L}\right)^2 \frac{1}{2} \Rightarrow \ddot{\alpha} = \frac{\sqrt{3}v^2}{9L^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_{DE} = \frac{\sqrt{3}v^2}{9L^2} \text{ sal}} \; ; \; \boxed{\alpha_{BC} = \frac{\sqrt{3}v^2}{9L^2} \text{ entr}}$$

d) En cuanto al punto F,

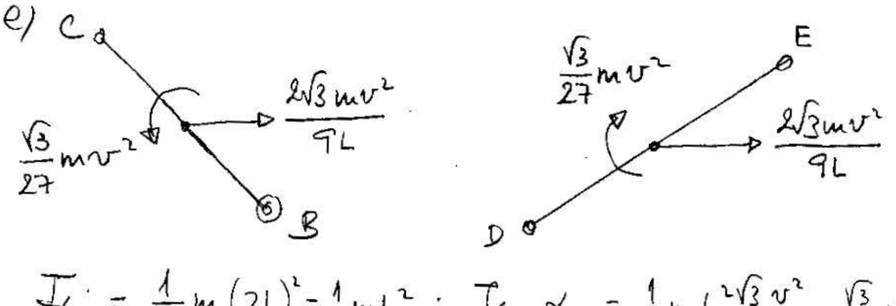
$$x_F = L\cos\alpha \; ; \; \dot{x}_F = -L\dot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha \; ; \; \ddot{x}_F = -L\left(\ddot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha + \dot{\alpha}^2\cos\alpha\right)$$

Particularizando para $\alpha = 30^\circ$,

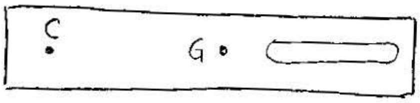
$$\begin{cases} \ddot{x}_F = -L\left[\frac{\sqrt{3}v^2}{9L^2} \times \frac{1}{2} + \left(-\frac{\sqrt{3}v}{3L}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{2}\right] = -\frac{2\sqrt{3}v^2}{9L} \\ \ddot{y}_F = \frac{\ddot{y}_G}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{a}_F = \frac{2\sqrt{3}v^2}{9L} \leftarrow}$$

e)

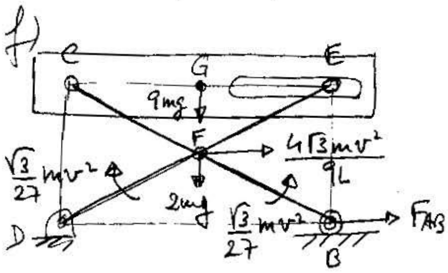


$$I_{G_{BC}} = \frac{1}{12}m(2L)^2 = \frac{1}{3}mL^2 \; ; \; I_{G_{BC}}\alpha_{BC} = \frac{1}{3}mL^2\frac{\sqrt{3}v^2}{9L^2} = \frac{\sqrt{3}}{27}mv^2$$

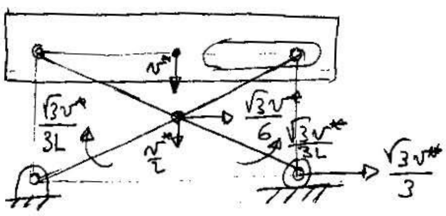


La força y el momento resultants de las fuerzas de inercia sobre la plataforma son nulos.

f)



Fuerzas y momentos aplicados y de inercia



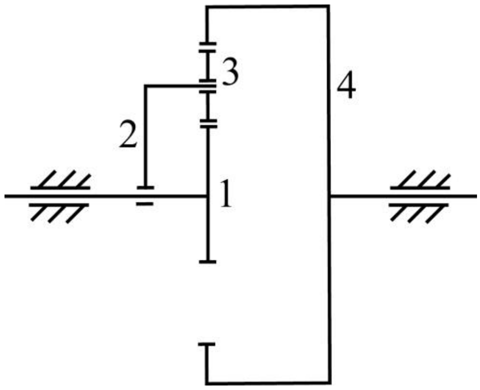
Velocidades

$$\dot{W} = 9mg\,v^* + 2mg\,\frac{v^*}{2} + \frac{4\sqrt{3}\,mv^2}{9L}\cdot\frac{\sqrt{3}\,v^*}{6} + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{27}mv^2\frac{\sqrt{3}\,v^*}{3L}\right) +$$

$$+ F_{AB}\frac{\sqrt{3}\,v^*}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{AB} = -\sqrt{3}\left(10\,mg + \frac{8}{27}\frac{mv^2}{L}\right)}$$

Examen de TEORIA DE MAQUINAS – Junio 25
Nombre...

La figura muestra un tren de engranajes diferencial en el que todas las ruedas son normales y poseen módulo 2 mm. La rueda 1 tiene 60 dientes y la rueda 4 tiene 120 dientes. La velocidad angular de la rueda 1 es 100 rpm y la del portasatélites 2 es 50 rpm, ambas constantes y en el mismo sentido.



Determinar:
a) Número de dientes de la rueda 3.
b) Radios primitivos, radios exteriores, radios interiores y radios de las circunferencias base de las ruedas 1 y 3.
c) Velocidades angulares de las ruedas 3 y 4.
d) Pares que han de actuar sobre el portasatélites 2 y la rueda 4, para que el tren tenga el movimiento indicado, sabiendo que sobre la rueda 1 actúa un par de 15 Nm en el mismo sentido que su velocidad angular.

a) $R_4 = R_1 + 2R_3 \Rightarrow \frac{m z_4}{2} = \frac{m z_1}{2} + m z_3 \Rightarrow$

$z_4 = z_1 + 2z_3 \Rightarrow 120 = 60 + 2z_3 \Rightarrow \boxed{z_3 = 30}$

b) Rueda 1

$R = \frac{m z_1}{2} = \frac{2 \times 60}{2} = 60 \text{ mm}$

$R_{ext} = R + a = R + m = 60 + 2 = 62 \text{ mm}$

$R_{int} = R - d = R - 1'25m = 60 - 1'25 \times 2 = 57'5 \text{ mm}$

$\rho = R \cos\varphi = 60 \cos 20 = 56'4 \text{ mm}$

Rueda 3

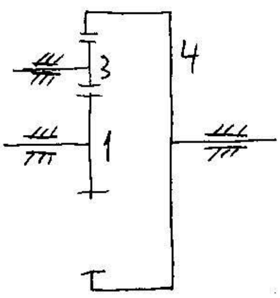
$R = \frac{m z_3}{2} = \frac{2 \times 30}{2} = 30 \text{ mm}$

$R_{ext} = R + a = R + m = 30 + 2 = 32 \text{ mm}$

$R_{int} = R - d = R - 1'25m = 30 - 1'25 \times 2 = 27'5 \text{ mm}$

$\rho = R \cos\varphi = 30 \cos 20 = 28'2 \text{ mm}$

c) Parando el portasatélites,



$\frac{\overline{\omega_4}}{\overline{\omega_1}} = -\frac{z_1}{z_4} \Rightarrow \frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = -\frac{60}{120}$

$\frac{\omega_4 - 50}{100 - 50} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\omega_4 = 25 \text{ rpm}}$

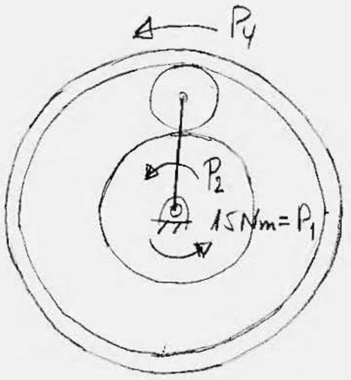
$\frac{\overline{\omega_3}}{\overline{\omega_1}} = -\frac{z_1}{z_3} \Rightarrow \frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = -\frac{60}{30}$

$\frac{\omega_3 - 50}{100 - 50} = -2 \Rightarrow \boxed{\omega_3 = -50 \text{ rpm}}$

d) Sabiendo que la relación entre las velocidades de entrada, ω_1 y ω_2, y la de salida, ω_4, es,

$$\frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = -\frac{1}{2}$$

se va a aplicar el teorema de potencias virtuales.



1^{er} caso: ω_1^*, $\omega_2^* = 0$

$$\frac{\omega_4^* - 0}{\omega_1^* - 0} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega_4^* = -\frac{1}{2}\omega_1^*$$

$$\dot{W}^* = P_1\omega_1^* + P_4\omega_4^* = 0$$

$$15\cancel{\omega_1^*} + P_4\left(-\frac{1}{2}\cancel{\omega_1^*}\right) = 0$$

$$\boxed{P_4 = 30\ Nm}$$

2^{o} caso: $\omega_1^* = 0$, ω_2^*

$$\frac{\omega_4^* - \omega_2^*}{-\omega_2^*} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega_4^* = \frac{3}{2}\omega_2^*$$

$$\dot{W}^* = P_2\omega_2^* + P_4\omega_4^* = 0$$

$$P_2\cancel{\omega_2^*} + 30\left(\frac{3}{2}\cancel{\omega_2^*}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{P_2 = -45\ Nm}$$