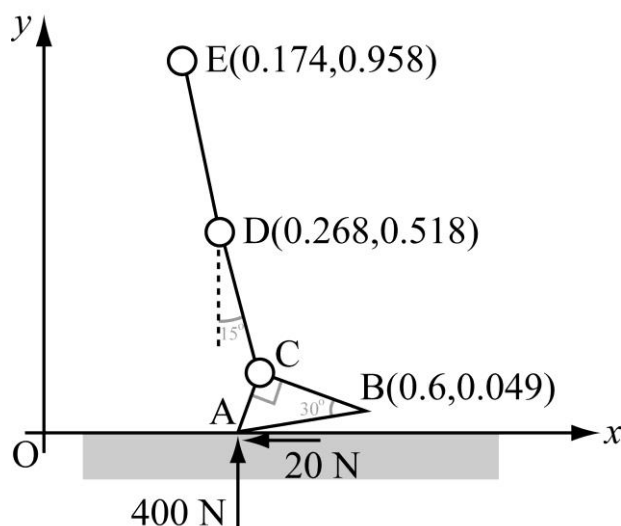


La figura muestra un modelo plano del conjunto muslo, pierna y pie. Se sabe que la pierna, CD, mide 0.4 m y forma un ángulo de 15° con la vertical. También se sabe que, en el instante representado, el talón del pie, punto A, está apoyado en el suelo y no desliza sobre el mismo, y que esa situación se mantendrá en los instantes siguientes. El pie se ha modelado como un triángulo rectángulo, con ángulo recto entre los segmentos AC y BC, y ángulo de 30° entre los segmentos AB y BC. Se conocen además las coordenadas de los puntos B(0.6,0.049), D(0.268,0.518) y E(0.174,0.958), que corresponden a la puntera del pie, la rodilla y la cadera, respectivamente.



- Calcular las coordenadas de los puntos A y C.
- Calcular el ángulo que forma la planta del pie con la horizontal, la longitud del muslo, DE, y el ángulo que forma el muslo con la vertical.
- Calcular el ángulo de tobillo, indicando si está en flexión plantar o dorsal, y el ángulo de rodilla, indicando si está en flexión o extensión.
- Si $\omega_{\text{pie}} = -7 \text{ rad/s}$, calcular la velocidad del tobillo (punto C). Si la velocidad de la rodilla (punto D) es $\mathbf{v}_D = (1.056, -0.299)$, calcular la velocidad angular de la pierna. Calcular también la velocidad angular del tobillo, indicando si es flexión plantar o dorsal.
- Si $\alpha_{\text{pie}} = 0$, calcular la aceleración del tobillo (punto C). Si $\alpha_{\text{pierna}} = 0.1 \text{ rad/s}^2$, calcular la aceleración angular del tobillo, indicando si es flexión plantar o dorsal.
- Si la placa mide las fuerzas indicadas en la figura, calcular las reacciones y el

par motor en el tobillo, asumiendo despreciable la masa del pie. Indicar si el par del tobillo es de flexión plantar o dorsal. ¿Cuál es la fuerza de reacción total que soporta el tobillo?

g) Si la masa de la pierna tiene un valor de 6 kg, calcular las reacciones y el par motor en la rodilla, para un valor de la gravedad $g = 10 \text{ m/s}^2$, y teniendo en cuenta las fuerzas de inercia de la pierna.

$$a) \quad \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{DC} = \begin{Bmatrix} 0'268 \\ 0'518 \end{Bmatrix} + 0'4 \begin{Bmatrix} \text{sen } 15 \\ -\cos 15 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'268 \\ 0'518 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0'104 \\ -0'386 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'372 \\ 0'132 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{C(0'372, 0'132)}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0'372 - 0'6)^2 + (0'132 - 0'049)^2} =$$

$$= 0'243 \text{ m} = BC; \quad AB = \frac{BC}{\cos 30} = \frac{0'243}{\cos 30} = 0'28 \text{ m} = AB$$

$$AC = AB \text{ sen } 30 = 0'28 \text{ sen } 30 = 0'14 \text{ m} = AC$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{0'132}{0'14} = 0'943 \Rightarrow \alpha = 70^\circ$$

$$\vec{OA} = \vec{OC} + \vec{CA} = \begin{Bmatrix} 0'372 \\ 0'132 \end{Bmatrix} + 0'14 \begin{Bmatrix} -\cos 70 \\ -\text{sen } 70 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'372 \\ 0'132 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0'048 \\ -0'132 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'324 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{A(0'324, 0)}$$

$$b) \quad \text{sen } \beta = \frac{0'049}{0'28} = 0'175 \Rightarrow \boxed{\beta = 10^\circ}$$

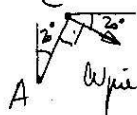
$$DE = \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_E - y_D)^2} = \sqrt{(0'174 - 0'268)^2 + (0'958 - 0'518)^2} =$$

$$= \boxed{0'45 \text{ m} = DE}$$

$$\tan \gamma = \frac{x_D - x_E}{y_E - y_D} = \frac{0'268 - 0'174}{0'958 - 0'518} = 0'214 \Rightarrow \boxed{\gamma = 12^\circ}$$

c)
 Ángulo de rodilla = 3° extensión
 Ángulo de tobillos = 5° flexión plantar

$$d) \vec{N}_C = \vec{N}_A + \vec{N}_{C/A} = \begin{Bmatrix} 0'98 \cos 20 \\ -0'98 \sin 20 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'921 \\ -0'335 \end{Bmatrix} = \vec{N}_C$$

$\frac{11}{0}$  $w_{pi} AC = 7 \times 0'14 = 0'98$

$$\vec{N}_D = \vec{N}_C + \vec{N}_{D/C} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 1'056 \\ -0'299 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'921 \\ -0'335 \end{Bmatrix} + w_{pina} \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'921 \\ -0'335 \end{Bmatrix} + w_{pina} \begin{Bmatrix} -0'386 \\ -0'104 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1'056 = 0'921 - 0'386 w_{pina} \\ -0'299 = -0'335 - 0'104 w_{pina} \end{cases} \Rightarrow$$

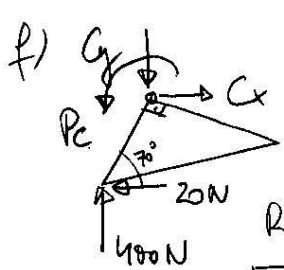
$$w_{pina} = -0'35 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$w_{toallo} = w_{pi} - w_{pina} = -7 - (-0'35) = -6'65 \frac{\text{rad}}{s} \text{ flexion plantar}$$

$$e) \vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{C/A} = 6'86 \begin{Bmatrix} -\cos 70 \\ -\sin 70 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2'346 \\ -6'446 \end{Bmatrix} = \vec{a}_C$$

$\frac{11}{0} \quad \nabla w_{pi}^2 AC = 7^2 \times 0'14 = 6'86 \frac{\text{m}}{s^2}$

$$\alpha_{toallo} = \alpha_{pi} - \alpha_{pina} = 0 - 0'1 = -0'1 \frac{\text{rad}}{s^2} \text{ flexion plantar}$$

f)  $\begin{cases} C_x - 20 = 0 \Rightarrow C_x = 20 \text{ N} \\ 400 - C_y = 0 \Rightarrow C_y = 400 \text{ N} \\ P_C - 400 \times 0'14 \cos 70 - 20 \times 0'14 \sin 70 = 0 \Rightarrow \end{cases}$

$R_C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} =$ $\text{flexion dorsal} \quad P_C = 21'78 \text{ Nm}$

$$= \sqrt{20^2 + 400^2} = 400'5 \text{ N} = R_C$$

$$g) \vec{a}_{g_{pina}} = \vec{a}_C + \vec{a}_{C/C} = \begin{Bmatrix} -2'346 \\ -6'446 \end{Bmatrix} + \alpha_{pina} \begin{Bmatrix} -CG_y \\ CG_x \end{Bmatrix} - w_{pina}^2 \begin{Bmatrix} CG_x \\ CG_y \end{Bmatrix} =$$

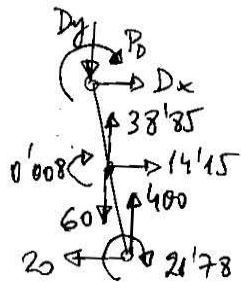
$$= \begin{Bmatrix} -2'346 \\ -6'446 \end{Bmatrix} + 0'1 \begin{Bmatrix} -0'193 \\ -0'052 \end{Bmatrix} - (-0'35)^2 \begin{Bmatrix} -0'052 \\ 0'193 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2'359 \\ -6'475 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{F}_{in} = -w_{pina} \vec{a}_{g_{pina}} = -6 \times \begin{Bmatrix} -2'359 \\ -6'475 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 14'15 \\ 38'85 \end{Bmatrix}$$

$$M_{\text{in } q_{\text{pinne}}} = -I_{q_{\text{pinne}}} \alpha_{\text{pinne}} = -\left(\frac{1}{12} m_{\text{pinne}} L_{\text{pinne}}^2\right) \alpha_{\text{pinne}} =$$

$$= -\left(\frac{1}{12} 6 \times 0.4^2\right) 0.1 = -0.008 \text{ Nm}$$

$$P_{\text{ess}} = -k_{\text{pinne}} f = -6 \times 10 = -60 \text{ N}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} D_x + 14.15 - 20 = 0 \Rightarrow \boxed{D_x = 5.85 \text{ N}} \\ 400 + 38.85 - 60 - D_y = 0 \Rightarrow \boxed{D_y = 378.85 \text{ N}} \\ -21.78 - 0.008 - P_D + 400 \times 0.4 \sin 15^\circ - \\ 20 \times 0.4 \cos 15^\circ + (38.85 - 60) \times 0.2 \sin 15^\circ \\ + 14.15 \times 0.2 \cos 15^\circ = 0 \Rightarrow \boxed{P_D = 13.53 \text{ Nm}} \end{array} \right.$$