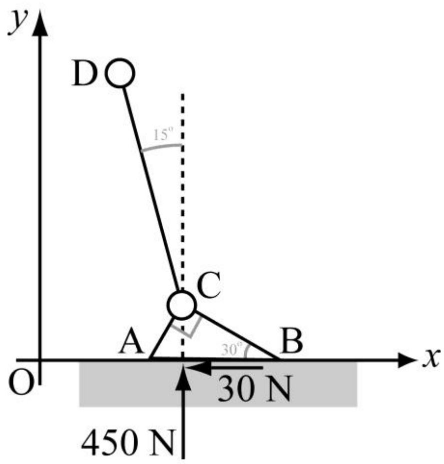
Examen de BASES FISICAS DEL MOVIMIENTO HUMANO – Julio 25
Nombre.......................................................................................................

La figura muestra un modelo plano del conjunto pierna y pie. Se conocen las distancias AB=0.2 m y CD=0.4 m. Se sabe que, en el instante representado, el pie está apoyado en el suelo sin deslizar sobre el mismo, y que esa situación se mantendrá en los instantes siguientes. El pie se ha modelado como un triángulo rectángulo, con ángulo recto entre los segmentos AC y BC, y ángulo de 30º entre los segmentos AB y BC. La pierna forma un ángulo de 15º con la vertical. Se sabe además que la coordenada $x$ del talón es $x_A$=300 mm.




a) Calcular las coordenadas de los puntos A, B, C y D.
b) Calcular el ángulo de tobillo, indicando si está en flexión plantar o dorsal.
c) Si la velocidad de la rodilla (punto D) es $\mathbf{v}_D$=(0.580, 0.155), calcular la velocidad angular de la pierna. Calcular también la velocidad angular del tobillo. ¿Es de flexión plantar o dorsal?
d) Si $\alpha_{pierna}$=-0.5 rad/s$^2$, calcular la aceleración de la rodilla (punto D). Calcular también la aceleración angular del tobillo. ¿Es de flexión plantar o dorsal?
e) Si la placa mide las fuerzas indicadas en la figura, calcular las reacciones y el par motor en el tobillo, asumiendo despreciable la masa del pie. Calcular también la potencia mecánica en el tobillo. ¿El tobillo hace de motor o de freno?
f) Si la masa de la pierna tiene un valor de 6 kg, calcular las reacciones y el par motor en la rodilla, para un valor de la gravedad $g$ = 10 m/s$^2$.

a) $\boxed{A(0'3, 0)}$ ; $\boxed{B(0'5, 0)}$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = \begin{Bmatrix} 0'3 \\ 0 \end{Bmatrix} + 0'2 \,\text{sen}\, 30 \begin{Bmatrix} \cos 60 \\ \text{sen}\, 60 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'3 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0'05 \\ 0'087 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'35 \\ 0'087 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{C(0'35, 0'087)}$$

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = \begin{Bmatrix} 0'35 \\ 0'087 \end{Bmatrix} + 0'4 \begin{Bmatrix} -\text{sen}\, 15 \\ \cos 15 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0'35 \\ 0'087 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0'104 \\ 0'386 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'246 \\ 0'473 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{D(0'246, 0'473)}$$

b) $\boxed{\text{Ángulo de tobillo} = 15^\circ \text{ flexión plantar}}$

c) $$\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{D/C} \;;\; \begin{Bmatrix} 0'580 \\ 0'155 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \omega_{pierna} \begin{Bmatrix} -CDy \\ CDx \end{Bmatrix} ;$$

$$\begin{Bmatrix} 0'580 \\ 0'155 \end{Bmatrix} = \omega_{pierna} \begin{Bmatrix} -0'386 \\ -0'104 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 0'580 = \omega_{pierna}(-0'386) \Rightarrow \omega_{pierna} = -1'5 \frac{rad}{s} \\ 0'155 = \omega_{pierna}(-0'104) \Rightarrow \omega_{pierna} = -1'5 \frac{rad}{s} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega_{pierna} = -1'5 \frac{rad}{s} \;;\; \omega_{pierna} = 1'5 \frac{rad}{s} \text{ entrante}}$$

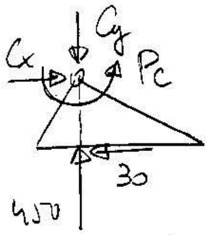
$$\boxed{\omega_{tobillo} = \omega_{pie} - \omega_{pierna} = 0 - (-1'5) = 1'5 \frac{rad}{s} \text{ flexión dorsal}}$$

d) $$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{D/C} = \vec{a}_C - \omega_{pierna}^2 \begin{Bmatrix} CDx \\ CDy \end{Bmatrix} + \alpha_{pierna} \begin{Bmatrix} -CDy \\ CDx \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - (-1'5)^2 \begin{Bmatrix} -0'104 \\ 0'386 \end{Bmatrix} - 0'5 \begin{Bmatrix} -0'386 \\ -0'104 \end{Bmatrix} = \boxed{\begin{Bmatrix} 0'427 \\ -0'816 \end{Bmatrix} = \vec{a}_D}$$

$$\boxed{\alpha_{tobillo} = \alpha_{pie} - \alpha_{pierna} = 0 - (-0'5) = 0'5 \frac{rad}{s^2} \text{ flexión dorsal}}$$

e)




$$C_x - 30 = 0 \Rightarrow \boxed{C_x = 30\ N}$$

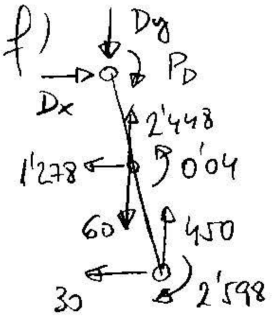
$$450 - C_y = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 450\ N}$$

$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow P_C - 30 \times 0'1 \text{ sen } 60 = 0$$

$$\boxed{P_C = 2'598\ Nm}$$

$$\boxed{\dot{W}_{tobillo} = P_C\, \omega_{tobillo} = 2'598 \times 1'5 = 3'897\ W \text{ (motor)}}$$

f)




$$\text{Peso} = -mg = -6 \times 10 = -60\ N$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_C + \vec{a}_{G/C} = \vec{a}_C - \omega_{pierna}^2 \begin{Bmatrix} CG_x \\ CG_y \end{Bmatrix} + \alpha_{pierna} \begin{Bmatrix} -CG_y \\ CG_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - (-1'5)^2 \begin{Bmatrix} -0'052 \\ 0'193 \end{Bmatrix} - 0'5 \begin{Bmatrix} -0'193 \\ -0'052 \end{Bmatrix} = \boxed{\begin{Bmatrix} 0'213 \\ -0'408 \end{Bmatrix} = \vec{a}_G}$$

$$\boxed{\vec{F_i} = -m\vec{a}_G = -6 \begin{Bmatrix} 0'213 \\ -0'408 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1'278 \\ 2'448 \end{Bmatrix}}$$

$$\boxed{Ni_G = -I_G\, \alpha_{pierna} = -\left(\frac{1}{12} m L^2\right) \alpha_{pierna} = -\frac{1}{12} 6 \times 0'4^2 (-0'5) = 0'04\ Nm}$$

$$D_x - 30 - 1'278 = 0 \Rightarrow \boxed{D_x = 31'278\ N}$$

$$450 - 60 + 2'448 - D_y = 0 \Rightarrow \boxed{D_y = 392'448\ N}$$

$$-P_D - 2'598 + 450 \times 0'4 \text{ sen } 15 - 30 \times 0'4 \cos 15 + (2'448 - 60) \times 0'2 \text{ sen } 15 - 1'278 \times 0'2 \cos 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{P_D = 29'172\ Nm}$$