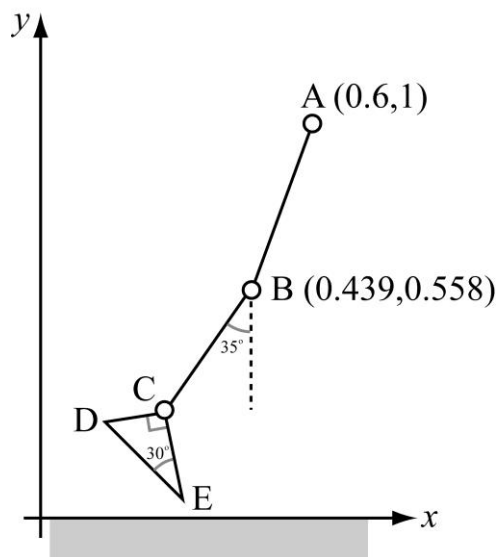


La figura muestra un modelo plano del conjunto fémur, tibia y pie. Se conocen las coordenadas de los puntos A(0.6,1) y B(0.439,0.558), se sabe que la tibia, de longitud 0.41 m, forma un ángulo de 35° con la vertical, y que la planta del pie (segmento DE), de longitud 0.22 m, forma un ángulo de 45° con la horizontal.

- ¿Cuál es la longitud del fémur y qué ángulo forma con la vertical?
- ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos C, D y E?
- ¿Cuáles son los ángulos de rodilla y tobillo?

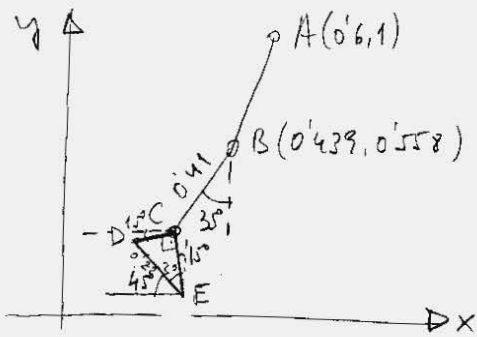


La velocidad del punto B es $\mathbf{v}_B=(1.442,-0.161)$, la velocidad del punto C es $\mathbf{v}_C=(1.778,-0.396)$, la velocidad angular del fémur es $\omega_{AB}=1$ rad/s y la velocidad angular del pie es $\omega_{CDE}=0.8$ rad/s.

- ¿Cuál es la velocidad del punto A?
- ¿Cuál es la velocidad angular de la tibia?
- ¿Cuáles son las velocidades angulares de rodilla y tobillo?

La aceleración del punto B es $\mathbf{a}_B=(0.072,0.474)$, la aceleración del punto C es $\mathbf{a}_C=(0.410,0.739)$, la aceleración angular del fémur es $\alpha_{AB}=-0.2$ rad/s² y la aceleración angular del pie es $\alpha_{CDE}=0.4$ rad/s.

- ¿Cuál es la aceleración del punto A?
- ¿Cuál es la aceleración angular de la tibia?
- ¿Cuáles son las aceleraciones angulares de rodilla y tobillo?



$$a) L_{AB} = \sqrt{(0.6 - 0.439)^2 + (1 - 0.558)^2} = \boxed{0.47 \text{ m} = L_{AB}}$$

$$\sin \beta = \frac{0.6 - 0.439}{0.47}$$

$$\beta = 20^\circ$$

$$b) \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = \begin{Bmatrix} 0.439 \\ 0.558 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0.41 \cos 35 \\ -0.41 \sin 35 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.204 \\ 0.222 \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{C(0.204, 0.222)}$$

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = \begin{Bmatrix} 0.204 \\ 0.222 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0.11 \cos 15 \\ -0.11 \sin 15 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.098 \\ 0.194 \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{D(0.098, 0.194)}$$

$$\vec{OE} = \vec{OC} + \vec{CE} = \begin{Bmatrix} 0.204 \\ 0.222 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.191 \cos 15 \\ -0.191 \sin 15 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.253 \\ 0.038 \end{Bmatrix}$$

$$CE = DE \cos 30 = 0.22 \cos 30 = 0.191$$

$$\boxed{E(0.253, 0.038)}$$

c) $\text{Ángulo de rodillo} = 15^\circ$ (flexión)

$\text{Ángulo de frotamiento} = 10^\circ$ (flexión/plantar)

d) $N_A = N_B + N_{A/B}$

$$\begin{pmatrix} 1'442 \\ -0'161 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0'47 \cos 20^\circ \\ 0'47 \sin 20^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$N_{A/B} = W_{A/B} r_{BA} = 1 \times 0'47 = 0'47$

$$N_A = (1, 0)$$

e) $N_C = N_B + N_{C/B}$

$$\begin{pmatrix} 1'778 \\ -0'396 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1'442 \\ -0'161 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0'41 W_{BC} \cos 35^\circ \\ -0'41 W_{BC} \sin 35^\circ \end{pmatrix}$$

$N_{C/B} = W_{BC} r_{BC} = 0'41 W_{BC}$

$$\begin{pmatrix} 1'778 \\ -0'396 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1'442 \\ -0'161 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0'41 W_{BC} \cos 35^\circ \\ -0'41 W_{BC} \sin 35^\circ \end{pmatrix}$$

$$W_{BC} = \frac{1'778 - 1'442}{0'41 \cos 35^\circ} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$W_{BC} = \frac{-0'396 + 0'161}{-0'41 \sin 35^\circ} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$W_{BC} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ (schienbein)}$$

f) $W_{rodilla} = W_{BC} - W_{AB} = 1 - 1 = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$W_{tobillo} = W_{DE} - W_{BC} = 0'8 - 1 = -0'2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (flexión plantar)

g) $a_A = a_B + a_{A/B}$

$$\begin{Bmatrix} 0'072 \\ 0'474 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ t \end{Bmatrix}$$

$(a_{A/B})_n = W_{AB}^2 BA = 1^2 \times 0'47 = 0'47$

$(a_{A/B})_t = \alpha_{AB} BA = 0'2 \times 0'47 = 0'094$

$$a_A = \begin{Bmatrix} 0'072 \\ 0'474 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0'47 \sin 20 \\ -0'47 \cos 20 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0'094 \cos 20 \\ -0'094 \sin 20 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$a_A = (0, 0)$$

h) $a_c = a_B + a_{c/B}$

$$\begin{Bmatrix} 0'410 \\ 0'739 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'072 \\ 0'474 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u \\ t \end{Bmatrix}$$

$(a_{c/B})_n = W_{BC}^2 BC = 1^2 \times 0'41 = 0'41$

$(a_{c/B})_t = \alpha_{BC} BC = 0'41 \alpha_{BC}$

$$\begin{Bmatrix} 0'410 \\ 0'739 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0'072 \\ 0'474 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0'41 \sin 35 \\ 0'41 \cos 35 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0'41 \alpha_{BC} \cos 35 \\ -0'41 \alpha_{BC} \sin 35 \end{Bmatrix}$$

$$\alpha_{BC} = \frac{0'410 - 0'072 - 0'41 \sin 35}{0'41 \cos 35} = 0'3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha_{BC} = \frac{0'739 - 0'474 - 0'41 \cos 35}{-0'41 \sin 35} = 0'3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha_{BC} = 0'3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Δ taliente

i)

$\alpha_{AB} = 0'2$

$\alpha_{BC} = 0'3$

$\alpha_{CDE} = 0'4$

Δ rodilla = $\alpha_{BC} - \alpha_{AB} = 0'3 - (-0'2) = 0'5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ (extensión)

Δ tobillo = $\alpha_{CDE} - \alpha_{BC} = 0'4 - 0'3 = 0'1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ (flexión dorsal)