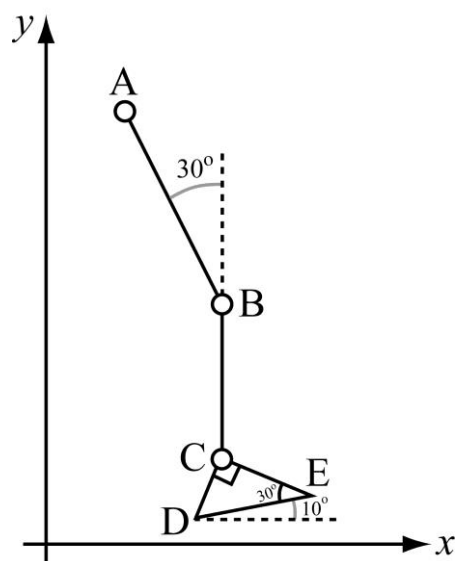


La figura muestra un modelo plano de extremidad inferior, donde se distinguen el fémur AB, la tibia BC, y el pie CDE. Como parámetros geométricos del modelo, se conocen la longitud del fémur, $AB = 0.45$ m, la longitud de la tibia, $BC = 0.4$ m, y las dimensiones del pie, que se representa por un triángulo rectángulo con un ángulo de 30° en la puntera, E, y cuya planta posee una longitud $DE = 0.2$ m. Además, en el instante representado, se conocen las coordenadas de la cadera, $A(0.2, 0.934)$, el ángulo que forma el fémur con la vertical, 30° , el que forma la planta del pie con la horizontal, 10° , y se sabe que la tibia se halla vertical.



- Calcular las coordenadas de los puntos B, C, D y E. ¿A qué altura se halla el talón del suelo?
- Calcular el ángulo de la rodilla. ¿Es flexión o extensión? Calcular el ángulo del tobillo. ¿Es flexión dorsal o plantar?
- Sabiendo que la velocidad de la cadera es $v_A = 1.5$ m/s, horizontal y hacia la derecha, y que las velocidades angulares de fémur, tibia y pie, son, respectivamente, $\omega_f = 1$ rad/s, $\omega_t = 0$ rad/s, $\omega_p = -1$ rad/s, calcular las velocidades de los puntos B, C, D y E.
- Sabiendo que la aceleración de la cadera es $a_A = 0$, y que las aceleraciones angulares de fémur, tibia y pie, son, respectivamente, $\alpha_f = -0.5$ rad/s², $\alpha_t = 0$ rad/s², $\alpha_p = 0.5$ rad/s², calcular las aceleraciones de los puntos B, C, D y E.

$$a) \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = (0'2, 0'934) + (0'45 \sin 30, -0'45 \cos 30) = \\ = (0'2, 0'934) + (0'225, -0'39) = \boxed{(0'425, 0'544) \Rightarrow B}$$

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = (0'425, 0'544) + (0, -0'4) = \\ = \boxed{(0'425, 0'144) \Rightarrow C}$$

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = (0'425, 0'144) + 0'2 \sin 30 (-\sin 20, -\cos 20) = \\ = (0'425, 0'144) + (-0'034, -0'094) = \boxed{(0'391, 0'05) \Rightarrow D}$$

$$\vec{OE} = \vec{OD} + \vec{DE} = (0'391, 0'05) + (0'2 \cos 10, 0'2 \sin 10) = \\ = (0'391, 0'05) + (0'197, 0'035) = \boxed{(0'588, 0'085) \Rightarrow E}$$

El talón (punto D) se encuentra a 5 cm del suelo.

- b) Ángulo de rodilla = 30° flexión.
 Ángulo de tobillo = 10° flexión dorsal.

$$c) \vec{U}_B = \vec{U}_A + \vec{U}_{B/A} = \begin{Bmatrix} 1'5 \\ 0 \end{Bmatrix} + \omega_f \begin{Bmatrix} -AB_y \\ AB_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1'5 \\ 0 \end{Bmatrix} + 1 \begin{Bmatrix} 0'39 \\ 0'225 \end{Bmatrix} = \\ = \begin{Bmatrix} 1'89 \\ 0'225 \end{Bmatrix} = \vec{U}_B ; \quad \vec{U}_C = \vec{U}_B = \begin{Bmatrix} 1'89 \\ 0'225 \end{Bmatrix} = \vec{U}_C$$

$$\vec{U}_D = \vec{U}_C + \vec{U}_{D/C} = \begin{Bmatrix} 1'89 \\ 0'225 \end{Bmatrix} + \omega_p \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix} = \\ = \begin{Bmatrix} 1'89 \\ 0'225 \end{Bmatrix} - 1 \begin{Bmatrix} 0'094 \\ -0'034 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1'796 \\ 0'259 \end{Bmatrix} = \vec{U}_D$$

$$\vec{U}_E = \vec{U}_D + \vec{U}_{E/D} = \begin{Bmatrix} 1'796 \\ 0'259 \end{Bmatrix} + \omega_p \begin{Bmatrix} -DE_y \\ DE_x \end{Bmatrix} = \\ = \begin{Bmatrix} 1'796 \\ 0'259 \end{Bmatrix} - 1 \begin{Bmatrix} -0'035 \\ 0'197 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1'831 \\ 0'062 \end{Bmatrix} = \vec{U}_E$$

$$d) \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{E/A} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \omega_f^2 \begin{Bmatrix} AB_x \\ AB_y \end{Bmatrix} + \alpha_f \begin{Bmatrix} -AB_y \\ AB_x \end{Bmatrix} =$$

$$= -1^2 \begin{Bmatrix} 0'225 \\ -0'39 \end{Bmatrix} - 0'5 \begin{Bmatrix} 0'39 \\ 0'225 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0'42 \\ 0'278 \end{Bmatrix} = \vec{a}_B$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B = \begin{Bmatrix} -0'42 \\ 0'278 \end{Bmatrix} = \vec{a}_C$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{D/C} = \begin{Bmatrix} -0'42 \\ 0'278 \end{Bmatrix} - \omega_p^2 \begin{Bmatrix} CD_x \\ CD_y \end{Bmatrix} + \alpha_p \begin{Bmatrix} -CD_y \\ CD_x \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} -0'42 \\ 0'278 \end{Bmatrix} - (-1)^2 \begin{Bmatrix} -0'034 \\ -0'094 \end{Bmatrix} + 0'5 \begin{Bmatrix} 0'094 \\ -0'034 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0'339 \\ 0'355 \end{Bmatrix} = \vec{a}_D$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{E/D} = \begin{Bmatrix} -0'339 \\ 0'355 \end{Bmatrix} - \omega_p^2 \begin{Bmatrix} DE_x \\ DE_y \end{Bmatrix} + \alpha_p \begin{Bmatrix} -DE_y \\ DE_x \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} -0'339 \\ 0'355 \end{Bmatrix} - (-1)^2 \begin{Bmatrix} 0'197 \\ 0'035 \end{Bmatrix} + 0'5 \begin{Bmatrix} -0'035 \\ 0'197 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0'554 \\ 0'419 \end{Bmatrix} = \vec{a}_E$$