

# Trabajo Fin de Grado

## Simulación de trenes de engranajes cilíndricos rectos mediante métodos analíticos de detección de contacto con validación experimental

**Autor:**

Marta Gómez Fueyo

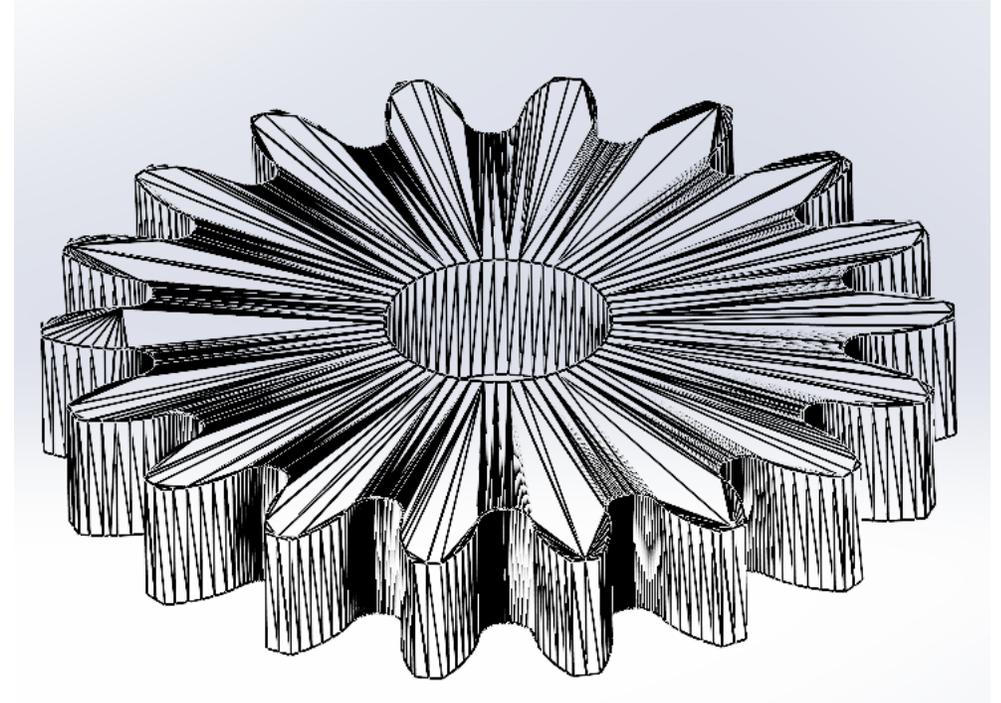
**Tutor:**

Daniel Dopico Dopico

**Septiembre 2024**

# 1. Introducción

- ▶ **Antecedentes:**
  - ▶ Restricciones cinemáticas
  - ▶ Modelos de fuerzas normales con fricción, con discretización de las superficies
- ▶ **Objeto:**
  - ▶ Algoritmo de detección
  - ▶ Fabricación e instrumentación de una maqueta
- ▶ **Alcance:**
  - ▶ Desarrollo teórico
  - ▶ Implementación del algoritmo analítico
  - ▶ Validación experimental y numérica



Malla de triángulos del engranaje

## 2. Simulación de sistemas multicuerpo (cinem+dina)

- ▶ **Software: MBSLIM**
  - ▶ Las funciones implementadas en la biblioteca plantean y resuelven las ecuaciones del movimiento de cualquier mecanismo definido por el usuario.
  - ▶ Desarrollo: Laboratorio de Ingeniería Mecánica de la UDC.
  - ▶ Lenguaje: Fortran 2018 pero permite la interacción con Matlab.
  - ▶ Definición de sistemas multicuerpo: coordenadas naturales, pudiendo añadir coordenadas relativas.
- ▶ Diversas formulaciones dinámicas. Seleccionada: Matriz R.
- ▶ Módulo de fuerzas. Seleccionadas:
  - ▶ Fuerza normal: Hunt-Crossley
  - ▶ Fuerza tangencial: Desarrollado en [Dopico2011]

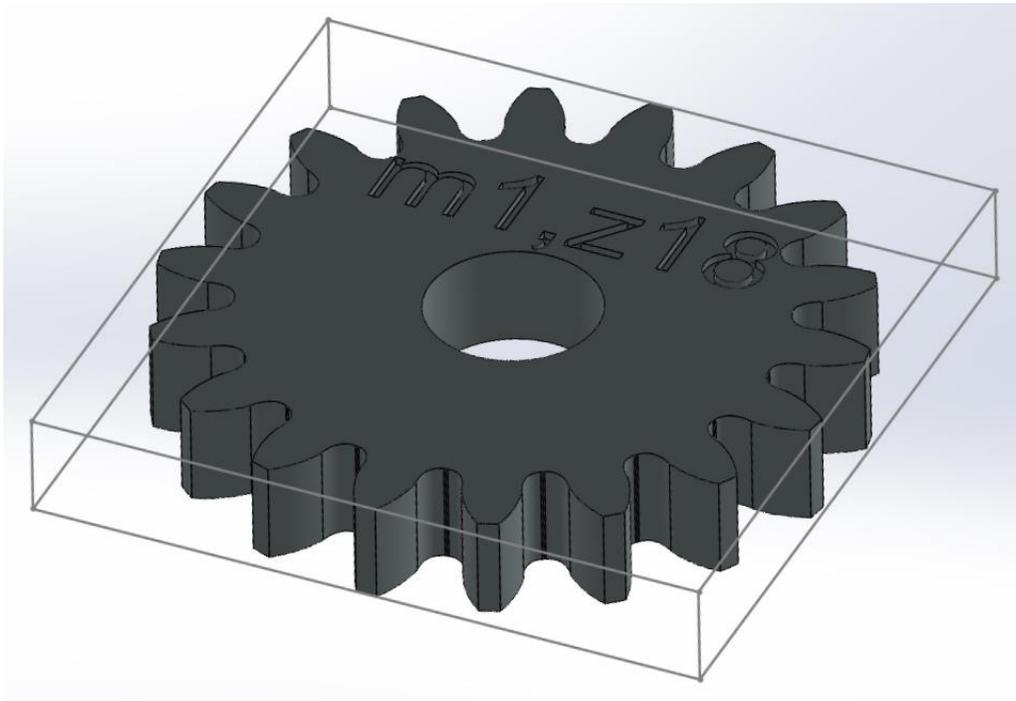
[Dopico, D., Luaces, A., González, M. & Cuadrado, J., 2011. Dealing with multiple contacts in a human-in-the-loop.]

# 3. Detección de contacto (Evolvente-Evolvente)

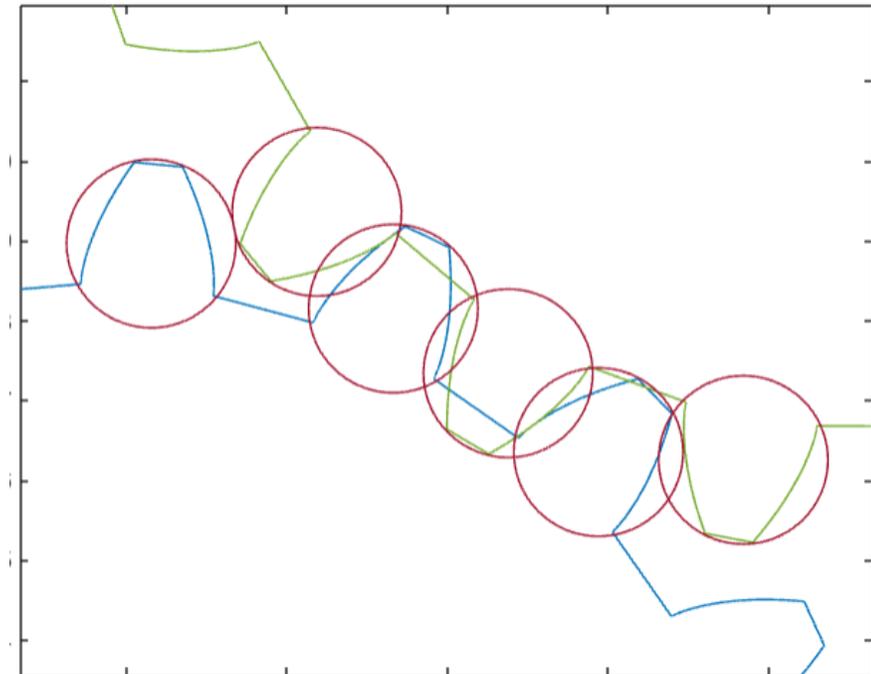
1. AABB

2. Esferas

3. Distancia mínima Evolvente-Evolvente



AABB del engranaje estudiado



Representación 2D de las esferas de los dientes en contacto

# 3. Detección de contacto (Evolvente-Evolvente)

- ▶ Datos requeridos por el modelo de fuerzas
  - ▶ Profundidad de huella

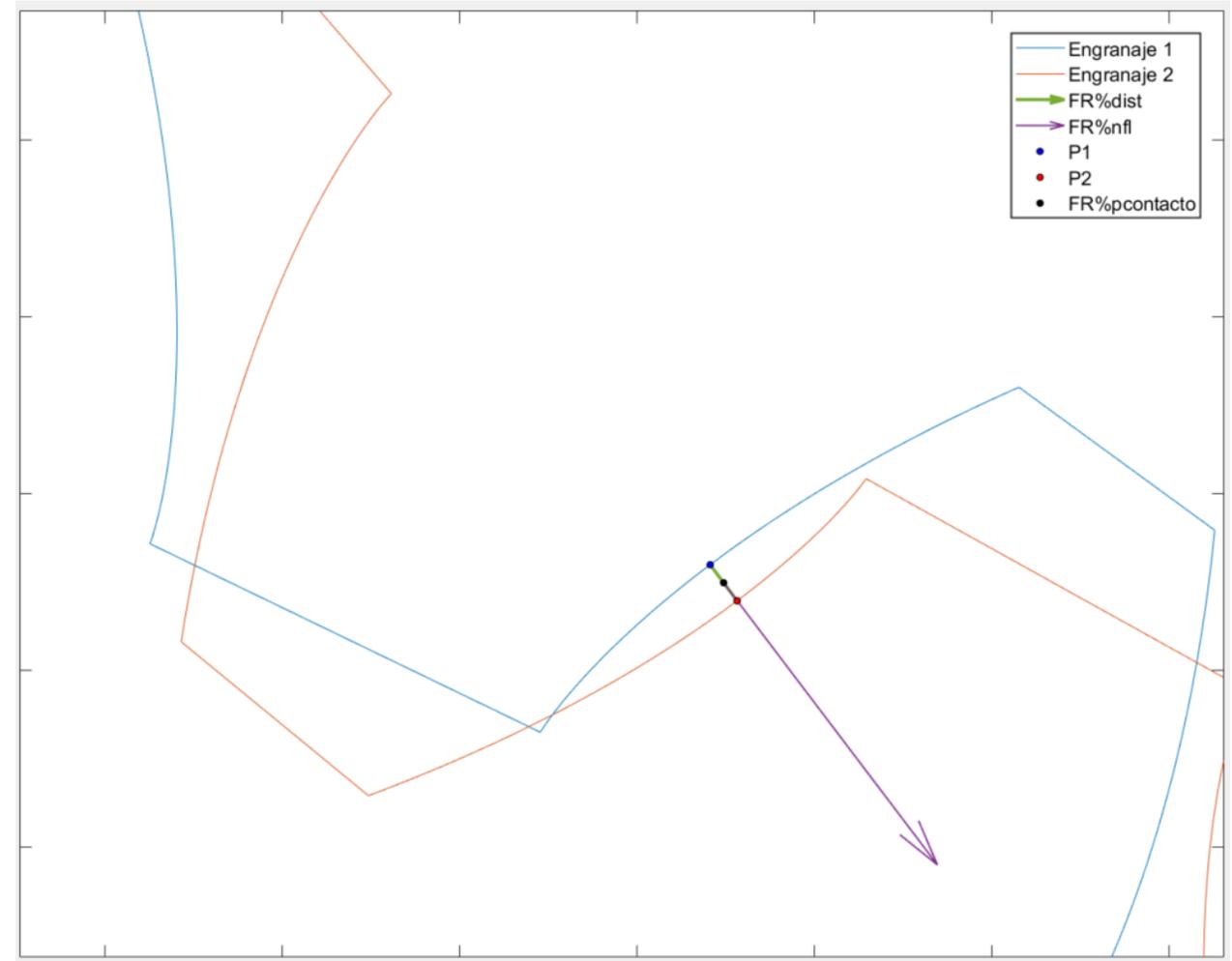
$$FR\%dist = -\sqrt{(\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})}$$

- ▶ Punto de contacto

$$FR\%pcontacto = \frac{\mathbf{r}_{p2} + \mathbf{r}_{p1}}{2}$$

- ▶ Vector normal al contacto

$$FR\%nfl = \frac{\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1}}{\|\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1}\|}$$



Representación datos requeridos por el modelo de fuerzas

# 3. Detección de contacto (Evolvente-Evolvente)

## ► Planteamiento 1: Distancia mínima (Newton-Raphson)

$$f = (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})$$

\*Sin restricciones

## ► Planteamiento 2: Distancia mínima (Lagrange Aumentado)

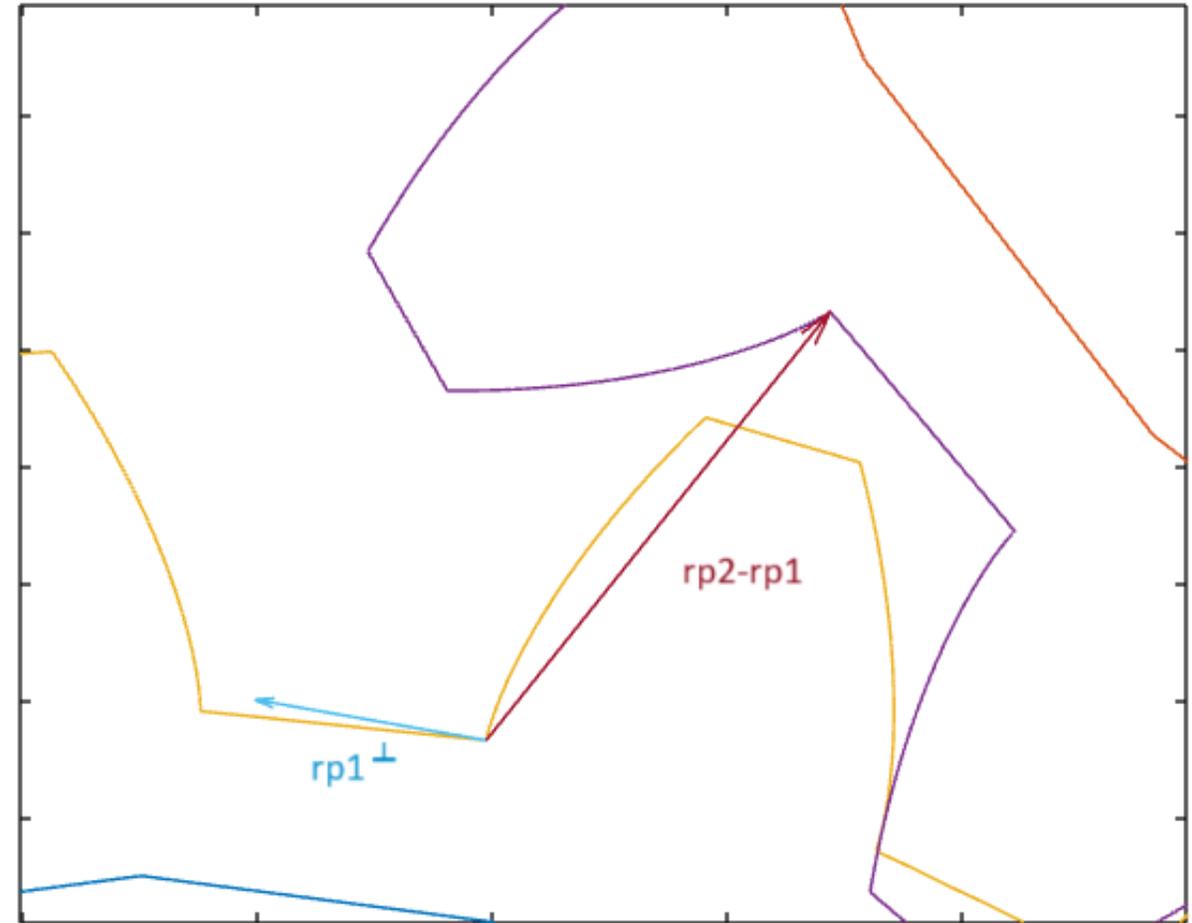
$$f = (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})$$

\*Sujeto a restricciones de límite de diente inferiores y superiores

## ► Planteamiento 3: Distancia mínima con signo (Lagrange Aumentado)

$$f = \text{sign} \left( (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T \mathbf{r}_{\theta 1}^\perp \right) (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})$$

\*Sujeto a restricciones de límite de diente inferiores y superiores



Caso de falso punto de contacto del planteamiento 3

# 3. Detección de contacto (Evolvente-Evolvente)

## ► Planteamiento 4: Distancia sobre normal + Alineación de vectores (Lagrange Aumentado)

$$f = \hat{\mathbf{n}}_1^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1}) + a |\mathbf{t}_1^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})| + b |\mathbf{t}_2^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})| + c |\mathbf{t}_2^T \hat{\mathbf{n}}_1|$$

\*Sujeto a restricciones de límite de diente inferiores y superiores

## ► Planteamiento 5:

### ► Fase 1: Distancia sobre línea de acción

$$f = -(\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T \mathbf{l}_{ac}$$

\*Sujeto a restricciones de límite de diente inferiores

### ► Fase 2: Contacto en extremo del diente

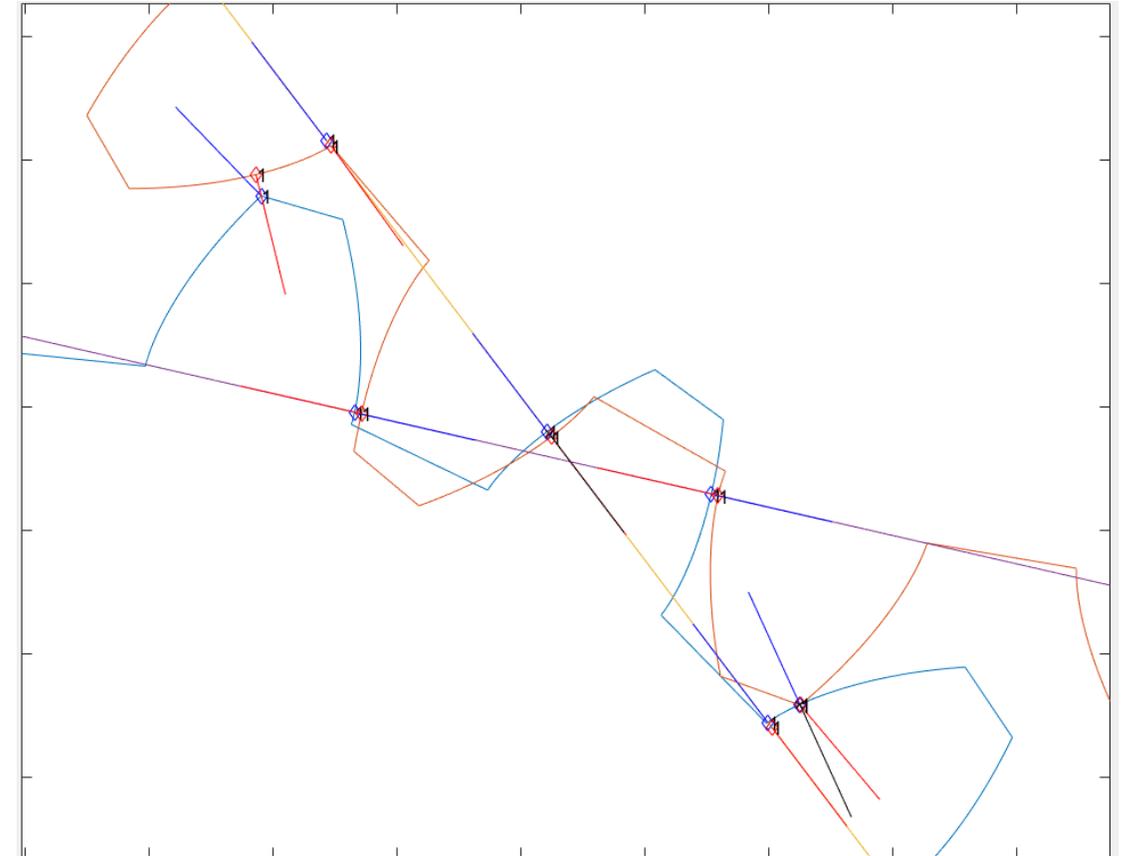
$$f = (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})^T (\mathbf{r}_{p2} - \mathbf{r}_{p1})$$

\*Sujeto a restricciones de límite de diente inferiores y superiores

## ► Verificación de las ecuaciones:

### ► Simbólicamente: Mediante Matlab

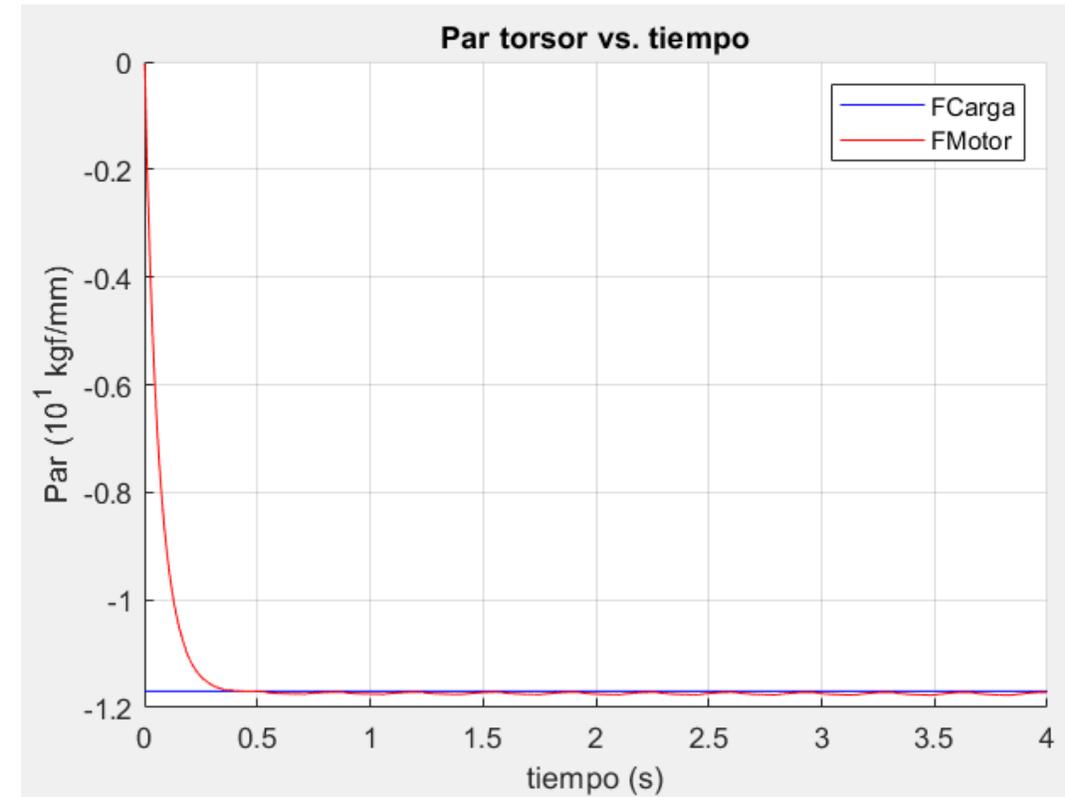
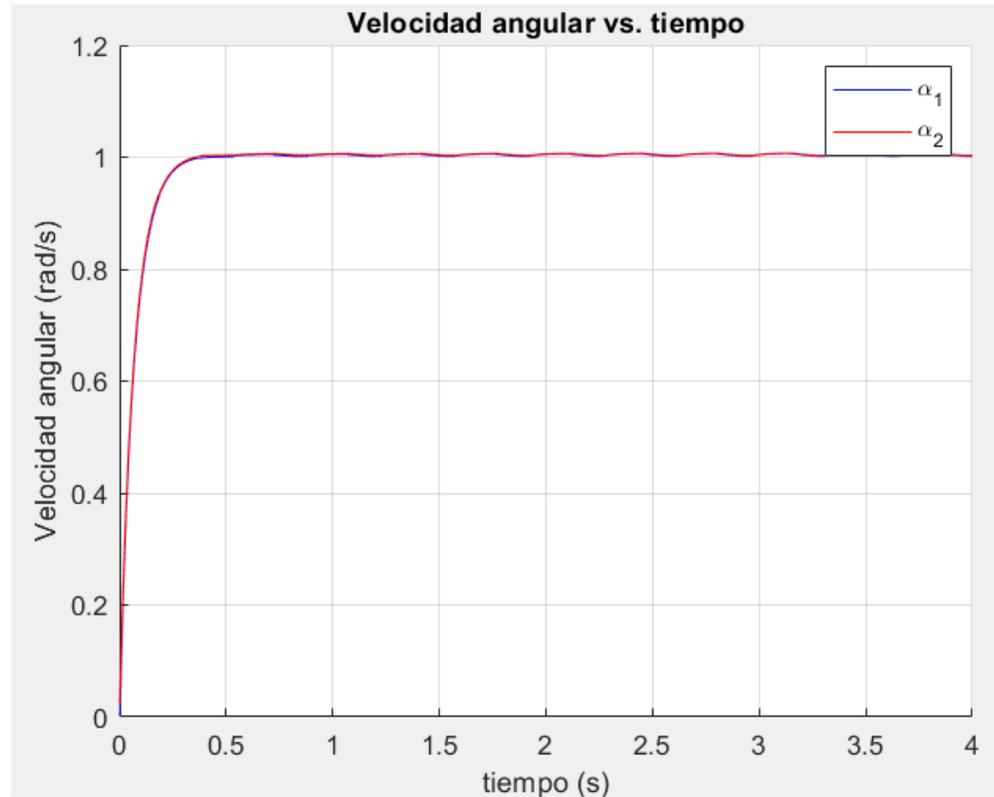
### ► Numéricamente: Método de diferencias finitas con perturbaciones reales



Resultados por fases del planteamiento 5

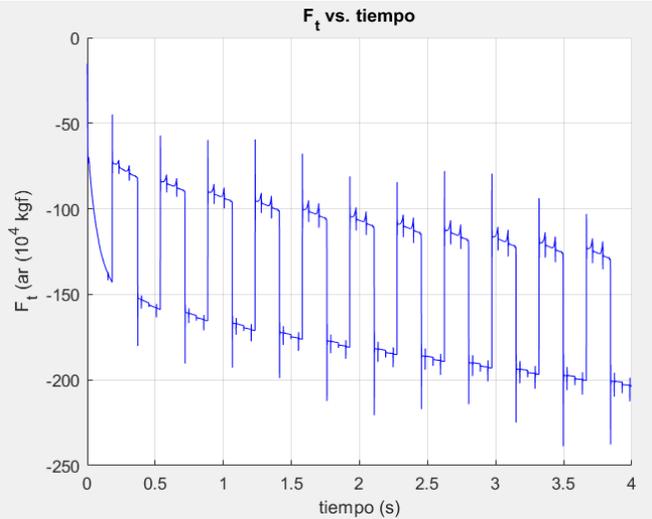
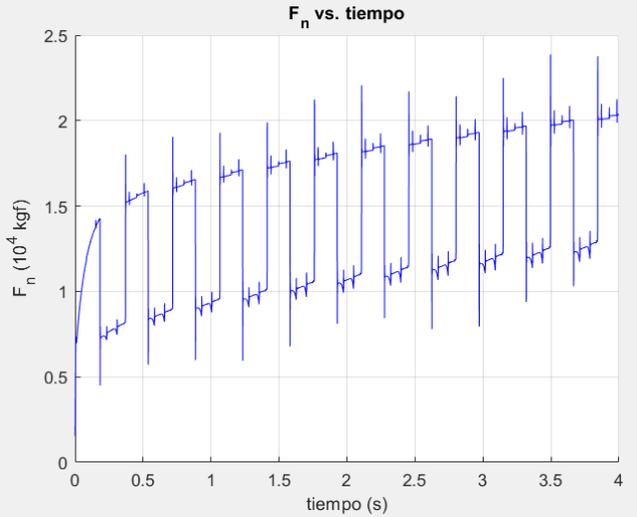
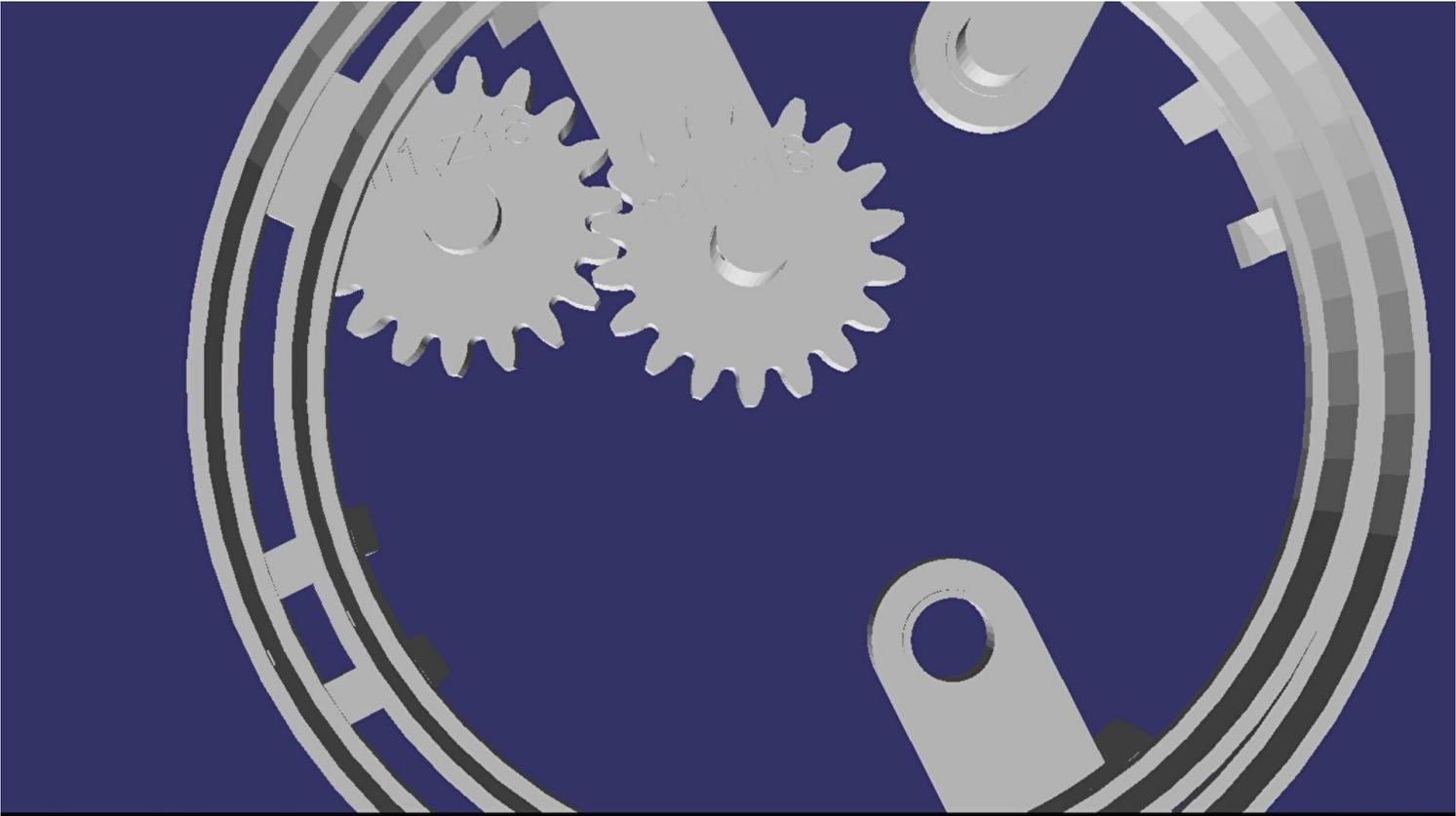
# 3. Detección de contacto (Evolvente-Evolvente)

## ► Resultados de la simulación:



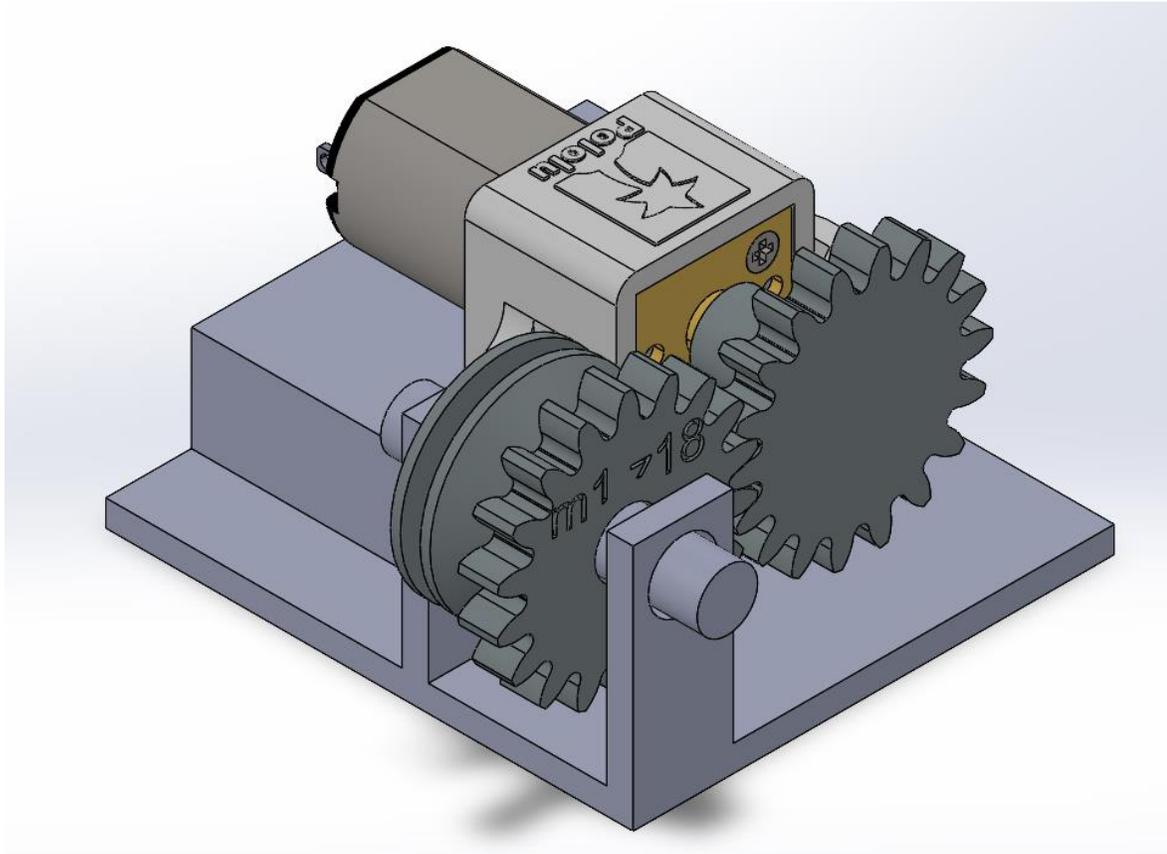
# 3. Detección de contacto (Evolvente-Evolvente)

## ► Resultados de la simulación:

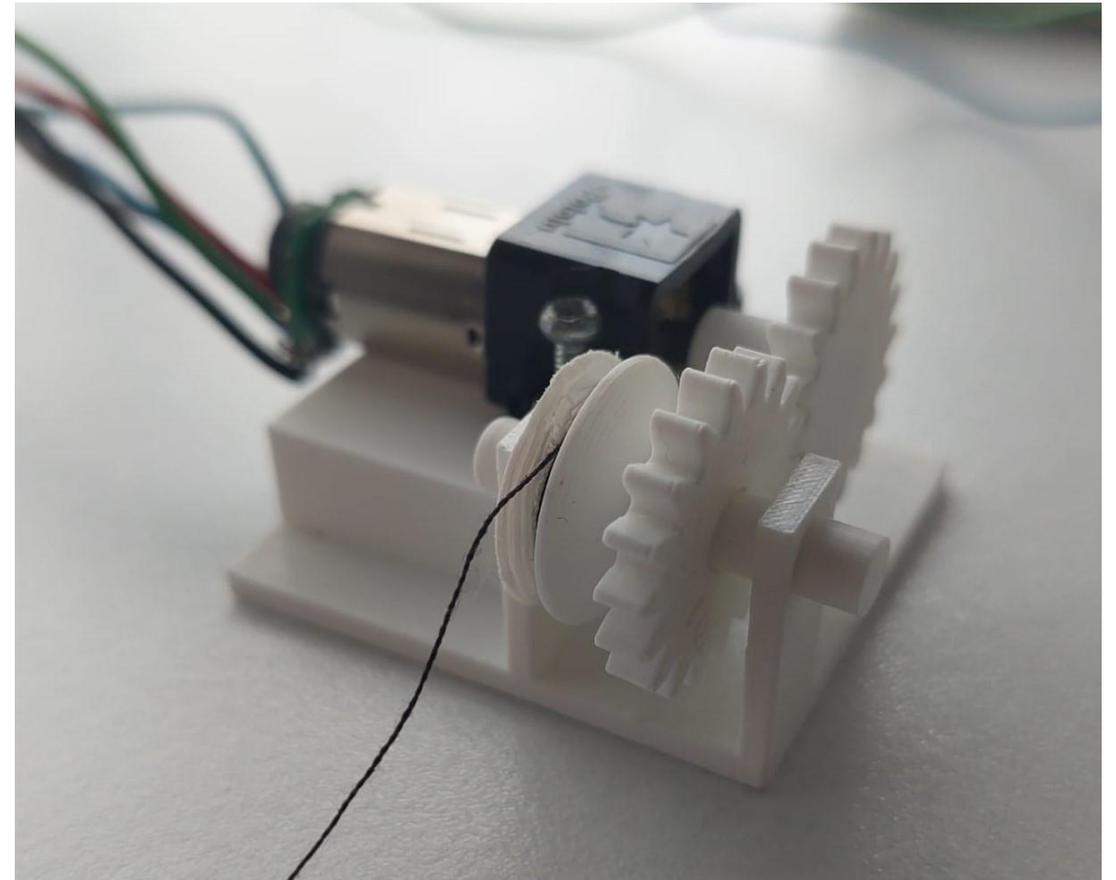


# 4. Fabricación e instrumentación de la maqueta

## ► Bambulab X1 Carbon

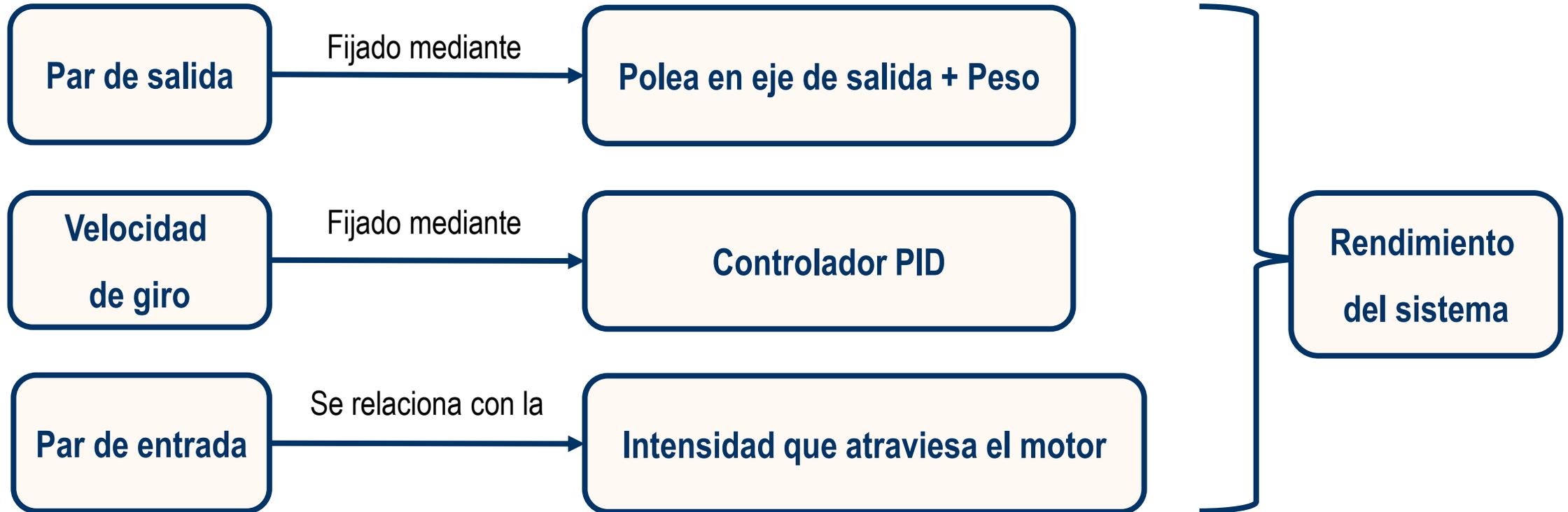


Modelo CAD de la maqueta

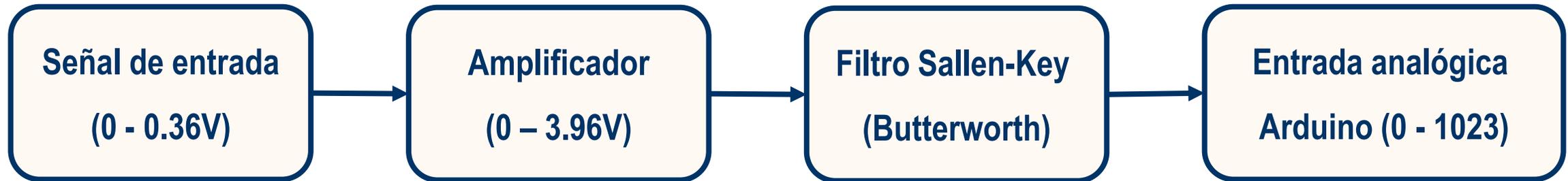


Maqueta impresa

# 4. Fabricación e instrumentación de la maqueta



# 4. Fabricación e instrumentación de la maqueta



## ► Selección de la resistencia en serie con el motor:

Como las resistencias utilizadas soportan una potencia de 0.25W y el motor una intensidad de 0.36A:

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{0.25}{0.36^2} = 1.92\Omega$$

Se utiliza una resistencia de 1Ω:

$$P = RI^2 = 1 \cdot 0.36^2 = 0.1296 W < 0.25 W$$

Límite superior de la señal sin amplificar:

$$V_{m\acute{a}x} = I_{m\acute{a}x}R = 0.36 \cdot 1 = 0.36 V$$

## ► Amplificador (AD623):

$$V_{out} = (V^+ - V^-)k + V_{ref}$$

La ganancia debe ser por lo menos 10

$$R_G = \frac{10^5}{G - 1} = \frac{10^5}{10 - 1} = 11.11 k\Omega$$

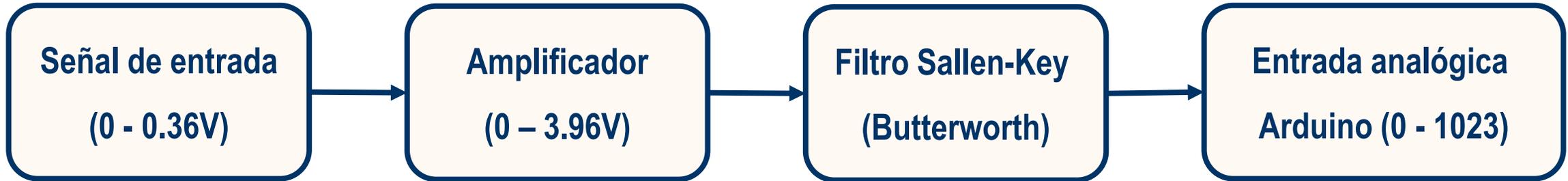
Se utiliza una resistencia de 10kΩ:

$$G = 1 + \frac{10^5}{R_G} = 1 + \frac{10^5}{10^3} = 11$$

Límite superior de la señal amplificada:

$$V = 0.36 \cdot 11 = 3.96 V$$

# 4. Fabricación e instrumentación de la maqueta



► Filtro Sallen-Key funcionando como Butterworth :

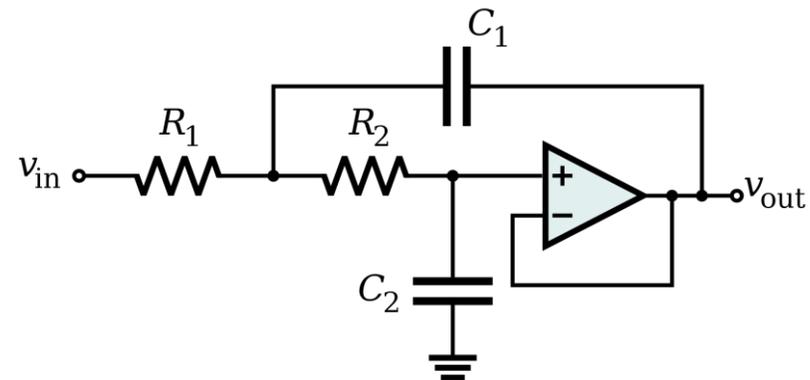
$$R = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{2}} = \frac{1}{2\pi \cdot 700 \cdot 330 \cdot 10^9\sqrt{2}} = 478.18 \Omega$$

Como las resistencias disponibles son de  $15\Omega$  y  $470\Omega$ :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{2}} = \frac{1}{2\pi \cdot 485 \cdot 330 \cdot \sqrt{2}} = 703.15 \text{ Hz}$$

► Intensidad que atraviesa el motor:

$$I = \frac{V_{medv}}{R \cdot G} = \frac{V_{medv}}{11}$$



# 4. Fabricación e instrumentación de la maqueta

## ▶ Calibración para obtener la relación Intensidad-Par:

### ▶ Par:

$$\tau = m \cdot r_p \cdot g = m \cdot 4.5 \cdot 10^{-6} \cdot 9.81$$

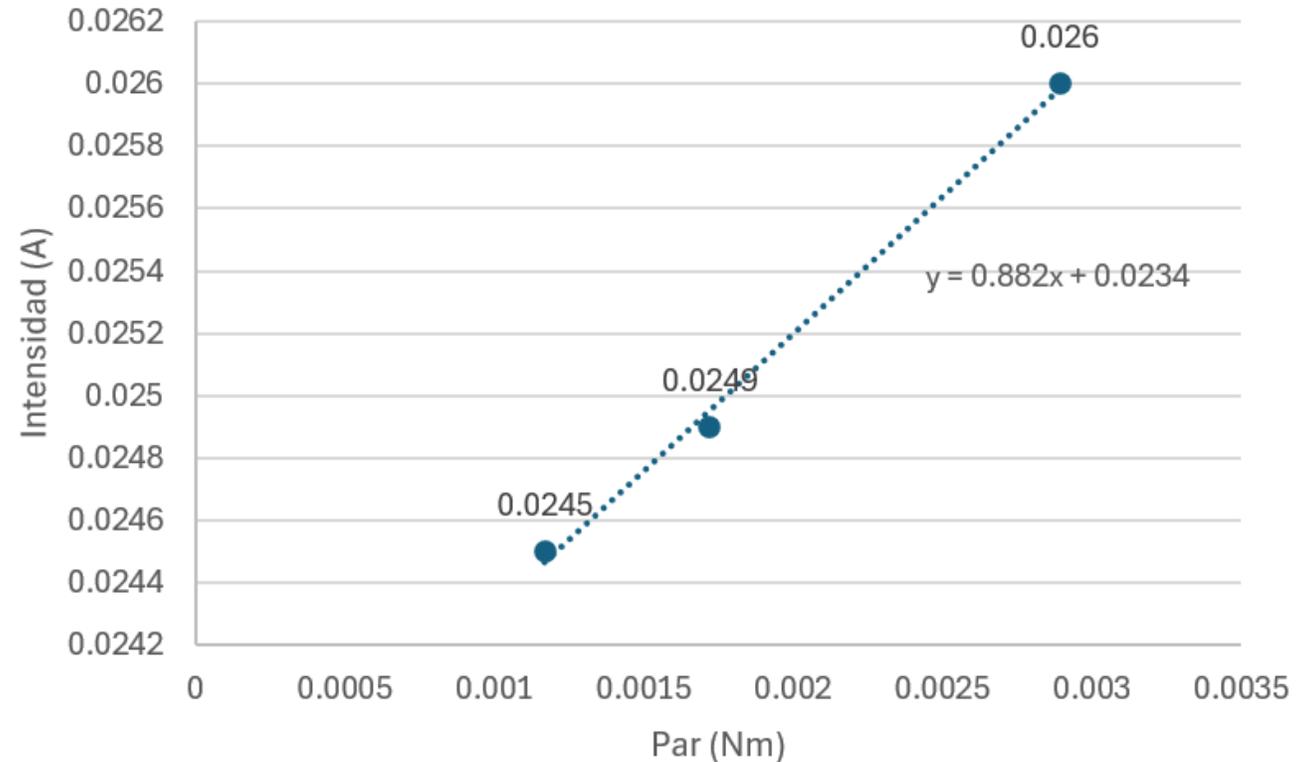
### ▶ Masas:

- ▶ 53g
- ▶ 78g
- ▶ 131g

### ▶ Relación Intensidad-Par:

$$\tau = \frac{I - 0.0234}{0.882}$$

Resultados calibración: Intensidad-Par



# 5. Comparativa resultados

- ▶ A continuación, se recogen los resultados obtenidos numéricamente y experimentalmente a una velocidad de 1 rad/s y con un par de salida constante de 0.0011698 Nm.

- ▶ Malla-Malla: (Paso de tiempo= 0.001 s, Tiempo simulación= 4s)

$$\dot{W}_{e\_ma} = T_{e\_ma}\omega = 0.001185656 W \quad \eta_{ma} = \frac{\dot{W}_{s\_ma}}{\dot{W}_{e\_ma}} = \frac{0.0011698}{0.0011856} = 0.9867$$

- ▶ Evolvente-Evolvente: (Paso de tiempo= 0.001 s, Tiempo simulación= 4s)

$$\dot{W}_{e\_ma} = T_{e\_ev}\omega = 0.0011839W \quad \eta_{ma} = \frac{\dot{W}_{s\_ev}}{\dot{W}_{e\_ev}} = \frac{0.0011698}{0.0011839} = 0.9880$$

- ▶ Experimentalmente:

$$\dot{W}_{e\_ma} = T_{e\_exp}\omega = 0.0011943W \quad \eta_{ma} = \frac{\dot{W}_{s\_exp}}{\dot{W}_{e\_exp}} = \frac{0.0011698}{0.0011943} = 0.9795$$

## 6. Conclusiones

- ▶ Algoritmo detección de contacto entre engranajes cilíndricos rectos
- ▶ Validación:
  - ▶ Simulación dinámica Evolvente-Evolvente
  - ▶ Simulación dinámica Malla-Malla
  - ▶ Experimentalmente (Fabricación e instrumentación de una maqueta del sistema)
- ▶ Comparando los resultados obtenidos se determina que el algoritmo desarrollado detecta eficazmente el contacto entre engranajes.
- ▶ Futuros trabajos: base del diente, extensión del método a engranajes helicoidales