

Modelo multicuerpo para la simulación de ensayos en una Máquina de Choque de Peso Medio

Álvaro López Varela^{1,4}, Antonio Rodríguez González^{1,4}, Vicente Meijido López², Constantino Bello Corbeira², Juan Dopico Mayobre², Pablo Fariñas Alvariño^{1,3}, Javier Cuadrado Aranda⁴, Daniel Dopico Dopico⁴

> ¹ Centro Mixto de Investigación Navantia-UDC, Universidade da Coruña, [alvaro.lopez1,antonio.rodriguez.gonzalez]@udc.es
> ² Navantia, [vmeijido,cbello, jdopico]@navantia.es
> ³ Sistemas Térmicos y Transferencia de Calor, Universidade da Coruña, pablo.farinas@udc.es

⁴Laboratorio de Ingeniería Mecánica, Universidade da Coruña, [javier.cuadrado,ddopico]@udc.es

La máquina de ensayos de choque de peso medio, más conocida como Medium Weight Shock Machine (MWSM), es un dispositivo para certificar equipos que se instalan en buques de guerra. La máquina consta de una bancada de hormigón dispuesta sobre unos resortes a la cual se unen un martillo a modo de péndulo y una mesa yunque. El equipo a probar se monta sobre la mesa de yunque mediante unas estructuras intermedias que añaden flexibilidad al conjunto.

La simulación de ensayos de choque en una MWSM se ha abordado tradicionalmente mediante modelos unidimensionales simplificados que no incluyen fuerzas de contacto y que aproximan la flexibilidad de las estructuras intermedias mediante fuerzas de tipo muelle-amortiguador lineales. En este trabajo, la simulación de estos ensayos se aborda mediante un modelo multicuerpo flexible 3D sometido a fuerzas de contacto. Para la simulación dinámica, se ha extendido la formulación Augmented Lagrangian index-3 (ALI3-P) con proyecciones de velocidad y aceleración en coordenadas naturales para soportar cuerpos flexibles en el contexto del método de referencia flotante o Floating Frame of Reference (FFR). La elasticidad de los cuerpos flexibles se tiene en cuenta mediante un conjunto de modos de deformación calculados en un proceso previo a la simulación dinámica.

En este trabajo se ha comparado la simulación del modelo multicuerpo propuesto con resultados de ensayos experimentales con un bloque rígido de 325 kg y un equipo flexible de 375 kg en una máquina real, obteniéndose resultados que convergen con los experimentales. Adicionalmente, éstas y otras mediciones experimentales se han utilizado en el ajuste de parámetros dinámicos del modelo.

1. Introducción

El empleo de minas navales en acciones de guerra es una práctica habitual desde la invención de los primeros ingenios desarrollados en el contexto de la guerra de secesión americana [1]. Una mina se compone fundamentalmente de un dispositivo de activación (mecánico, magnético, ultrasónico, electrónico, etc.), y de una carga explosiva. La explosión de una mina genera, además de unas ondas de choque debidas a la deflagración, una burbuja de gases que se expande a gran velocidad seguida por una secuencia de expansiones y compresiones de la misma [2]. Tanto las ondas de choque como las burbujas generadas (entre otros efectos) someten al buque y a los equipos en su interior a unas aceleraciones altas.

En paralelo al desarrollo de las minas navales surgió una intensa labor en Medidas Contra Minas (MCM) [3], que son un conjunto de actuaciones destinadas a detectar y evitar minas, así como minimizar los daños causados por éstas. Los esfuerzos de las marinas de guerra se enfocaron tanto en las medidas para detectar y evitar minas (como los métodos de degaussing [4]) como en el diseño robusto de buques y equipos, desarrollando técnicas de análisis y de diseño para garantizar la supervivencia y operatividad de un navío tras el impacto de una mina. Una de las técnicas propuestas para el diseño de equipos consistió en el desarrollo de máquinas de choque capaces de reproducir las aceleraciones provocadas por una explosión de una mina en las proximidades de un buque. Los ensayos en este tipo de máquinas, entre las que se encuentra la Máquina de Choque de Peso Medio, más conocida por sus siglas en inglés como MWSM (*Medium Weight Shock Machine*) [5], suponen aún hoy en día un requisito de diseño para cualquier equipo crítico que haya de montarse a bordo.

La máquina de choque de peso medio se compone de una bancada de hormigón con un martillo y una mesa yunque unidos a ella. El martillo se articula mediante un par de revolución, mientras que la mesa yunque tiene permitido una pequeña traslación en el eje vertical y una pequeña rotación. Los equipos a probar en esta máquina no se instalan directamente sobre ella, sino que son necesarias una serie de estructuras intermedias o accesorios que le confieran cierto grado de flexibilidad al montaje. Las características de estas estructuras están documentadas en la especificación MIL-DTL-901E, de *Shock Tests, H.I. (High Impact) Shipboard Machinery, Equipment, and Systems, requirements for* [6].

Tradicionalmente, la simulación de los ensayos en esta máquina se ha efectuado mediante modelos unidimensionales simplificados que modelan la flexibilidad de las estructuras intermedias mediante fuerzas muelle-amortiguador lineales y que no tienen en cuenta las características de los impactos que se producen en ella [7]. Uno de los modelos más conocidos y utilizados es el propuesto por Welch and Saunders en [8], mediante el cual es posible simular las aceleraciones que se producen en un ensayo de choque con las siguientes asunciones: (i) el martillo se modela como un péndulo con una masa puntual concentrada en el punto de golpeo; (ii) las velocidades iniciales de la carga tras el impacto se calculan mediante un balance de momentos y de energías; (iii) no se calculan fuerzas de impacto; (iv) las estructuras intermedias "flexibles" son muelles-amortiguadores con una rigidez dada; (v) la carga se modela como una masa puntual que sólo tiene permitido el movimiento vertical. Este modelo, a pesar de su sencillez, puede arrojar resultados aproximados a las mediciones experimentales, pero sólo en condiciones particulares.

Más recientemente se ha abordado la simulación de estos ensayos mediante modelos más complejos, incluyendo el movimiento de la bancada como un nuevo grado de libertad o introduciendo amortiguamientos [9].

En el presente trabajo, se desarrolla un modelo 3D completo de la máquina, incluyendo las principales fuerzas que actúan sobre ella (contacto, fuerzas de inercia, fuerzas elásticas, amortiguamientos, etc.), así como modelos detallados de las estructuras intermedias y de la carga. El modelo propuesto de la máquina incluye únicamente sólidos rígidos, mientras que las estructuras intermedias y la carga pueden ser modelados mediante sólidos flexibles puramente elásticos (no se modelan deformaciones plásticas) o mediante sólidos rígidos, dependiendo de sus características. Con este propósito se revisitan las formulaciones multicuerpo flexibles de sistema de referencia flotante, o más conocidas por sus siglas en inglés como FFR (*Floating Frame of Reference*) [10], combinadas con reducción modal. Los impactos o choques que se producen en el ensayo se incluyen en la simulación mediante modelos de fuerza continuos.

El modelo resultante permite la simulación de ensayos con múltiples configuraciones de estructuras intermedias (diferente número y tipo de *supporting channels* y *fixtures* [6]), con equipos rígidos o flexibles, con diferentes orientaciones (proa-popa, babor-estribor), con diferentes montajes (a cubierta, a mamparo, inclinada, etc.) e incluso con la incorporación de elementos no estándar adicionales para facilitar el montaje (placas, polines, etc.).

2. Modelo para un ensayo de choque en la MWSM

Un ensayo de choque viene determinado por las características del equipo a ensayar, incluyendo tanto características operativas (criticidad, efectos en otros equipos, etc.) como características geométricas e inerciales (peso, tipo de montaje, orientación, distribución de puntos de anclaje, etc.). Los cuerpos y fuerzas que intervienen en un ensayo de choque se pueden agrupar en tres grupos: la MWSM, las estructuras intermedias o accesorios y la carga o equipo a ensayar.

2.1. MWSM

La máquina de choque que se muestra en la Figura 1 consta, fundamentalmente, de los siguientes elementos:



Figura 1: Esquema de MWSM [6].

- Una bancada de 90000 lb dispuesta sobre una cama de resortes que aíslan la máquina del exterior. Este elemento se modela mediante un único sólido rígido sometido a fuerzas de tipo muelle-amortiguador.
- Un martillo articulado con la bancada en un extremo y con una masa de 3000 lb en el otro extremo [7]. La energía que se le aporta a la carga proviene en su totalidad de la energía potencial que adquiere el martillo al elevarlo. Tras liberarlo, el martillo describe un arco de más de 180° hasta que golpea la mesa yunque. Este elemento también se modela como un sólido rígido unido a la bancada mediante un par de revolución.
- La mesa yunque, de 4500 lb [7], consiste en una mesa rígida (se modela como sólido rígido) unida a la bancada a través de una serie de pernos que permiten un desplazamiento vertical y una pequeña rotación. Según la especificación MIL-DTL-901E [6], están permitidos dos recorridos para la mesa yunque: 3 pulgadas o recorrido completo, y 1.5 pulgadas o recorrido reducido. El recorrido está limitado por dos topes, un tope superior y otro inferior. Tras un impacto, una parte de la energía potencial del martillo se transmite a la mesa yunque, que se acelera verticalmente. El modelo de fuerza para modelar este impacto es un factor crítico para conseguir una buena correlación entre modelo y datos experimentales. En este caso, el modelo fuerza de contacto de Hunt-Crossley [11] ha sido el modelo más sencillo que ha arrojado resultados satisfactorios en el rango completo de funcionamiento de la máquina. También se utiliza este modelo de fuerza para los topes superior e inferior.

2.2. Estructuras intermedias

En el evento de una explosión submarina sin contacto con el casco del buque, los equipos montados a bordo experimentan unas aceleraciones que ya han sido filtradas por la propia estructura de la embarcación. Los montajes para ensayos en máquinas de choque también tienen que tener en cuenta este efecto, por lo cual se utilizan un conjunto de cuerpos y estructuras que filtran las componentes de alta frecuencia de la aceleración. Estos equipos son fundamentalmente 2:

Supporting channels: son perfiles metálicos de tipo C dispuestos en parejas. La especificación MIL-DTL-901E estipula su número y tipo a partir del peso del equipo a ensayar y de la distribución de sus puntos de anclaje. En la Figura 2 pueden verse unas indicaciones de montaje de estos perfiles en un montaje estándar o "a cubierta" [6]. En un ensayo de choque, estos elementos se deforman elásticamente de forma que las cargas transmitidas al equipo son de menos frecuencia y amplitud que las que experimentaría la mesa yunque con el equipo unido rígidamente a ella. La dinámica de un ensayo de choque está fuertemente determinada por estos elementos, por lo que es necesario un modelo preciso de los mismos para converger con los resultados experimentales. En consecuencia, estos cuerpos se modelan como sólidos flexibles. En este punto, se consideraron 2 opciones: un modelo de elementos finitos no lineales o un modelo de referencia flotante con reducción modal. Tras estudiar ambas opciones, se optó por la segunda por varios motivos: (i) el segundo modelo requiere menor número de variables y menor esfuerzo computacional, consiguiéndose simulaciones mucho más rápidas; (ii) dado que las cargas que experimentan estos cuerpos son muy parecidas entre ensayos, es posible determinar un conjunto reducido de modos de deformación que describan fielmente su dinámica en estas situaciones; y (iii), los métodos de referencia flotante son ideales para ser combinados con formulaciones para la dinámica de sistemas multicuerpo, consiguiéndose excelentes resultados a nivel de eficiencia y precisión.



Figura 2: Disposición de supporting channels en montaje "a cubierta" [6].

Fixtures: son un conjunto de cuerpos y estructuras auxiliares, tales como el mostrado en la Figura 3, necesarios para realizar distintos tipos de montajes (montaje estándar o a cubierta, montaje inclinado, montaje a mamparo, etc.). Existen varios tipos de fixtures, algunos de ellos muy rígidos (se modelan como sólidos rígidos) y otros que experimentan deformaciones que afectan directamente a la dinámica del equipo ensayado (se modelan como sólidos flexibles).



Figura 3: Fixture 17 [6].

2.3. Carga o equipo a probar

La especificación MIL-DTL-901E explicita que el equipo se debe montar en la máquina de tal forma que experimente unas aceleraciones análogas a las que experimentaría a bordo del buque en el evento de una explosión submarina. Por este motivo, es especialmente importante la orientación del equipo, sus puntos de anclaje y la existencia de elementos amortiguadores que puedan emplearse en el montaje a bordo. Dependiendo de sus características, un equipo se puede modelar como un sólido rígido o como un sólido flexible. En el primer caso, el sólido queda completamente definido por sus puntos de anclaje, así como por sus propiedades inerciales (masa, centro de masas y tensor de inercia). En el segundo supuesto, es preciso contar con un modelo de elementos finitos del que se puedan extraer sus modos de deformación mediante análisis modal, estático u otros.

En ocasiones, algunos equipos no se pueden instalar directamente sobre la mesa yunque debido a una geometría particular o a la distribución de los puntos de anclaje. En esos casos, se utilizan estructuras auxiliares no estándar que también es preciso modelar, bien como un sólido rígido o como un sólido flexible.

3. Cinemática y dinámica

Un sólido rígido libre tiene 6 grados de libertad en el espacio, 3 traslaciones y 3 rotaciones. Un cuerpo flexible, en cambio, tiene infinitos grados de libertad, ya que puede deformarse al someterse a fuerzas o pares externos o internos. Para la simulación, es necesario que el número de grados de libertad de cualquier cuerpo sea finito, y esto se puede conseguir por varios métodos. La opción seleccionada en este trabajo consiste en la combinación de un sistema de referencia flotante (FFR) con un método de reducción modal.

En un sistema de referencia flotante, tal y como su nombre indica, el sistema de referencia asociado al sólido no tiene por qué estar anclado a un punto fijo del sólido, sino que puede flotar, es decir, puede definirse en cualquier posición material (o no) del sólido [10]. La reducción modal permite condensar los infinitos grados de libertad de un cuerpo flexible en un conjunto finito de modos de deformación. Asumiendo pequeñas deformaciones, la deformación del sólido puede aproximarse por una superposición de estos modos. De esta forma, la posición de un punto P de un sólido flexible i puede calcularse como:

$$\mathbf{r}_{P} = \mathbf{r}_{0} + \mathbf{A}_{i} \left(\bar{\mathbf{r}}_{P,r}^{i} + \bar{\mathbf{r}}_{P,f}^{i} \right) = \mathbf{r}_{0} + \mathbf{A}_{i} \left(\bar{\mathbf{r}}_{P,r}^{i} + \bar{\mathbf{\Psi}}_{P}^{i} \mathbf{q}_{f}^{i} \right)$$
(1)

donde \mathbf{r}_P es la posición del punto en el sistema de referencia global, \mathbf{r}_0 es la posición global del origen del sistema de referencia local, \mathbf{A}_i es la matriz de rotación del sólido *i*, $\mathbf{\bar{r}}_{P,r}^i$ son las coordenadas locales rígidas del punto *P* en la configuración indeformada del sólido, $\mathbf{\bar{r}}_{P,f}^i$ es el desplazamiento del punto debido a la deformación flexible del sólido, $\mathbf{\bar{\Psi}}^i$ es una matriz con los modos de deformación del punto y \mathbf{q}_f^i es el vector de coordenadas flexibles del sólido y que contiene las amplitudes de cada modo de deformación.

Si se utilizan coordenadas naturales para describir la cinemática de sólido rígido del cuerpo flexible, la ecuación (1) puede reescribirse como:

$$\mathbf{r}_{P} = \mathbf{C}_{P}^{i} \mathbf{q}_{r}^{i} + \mathbf{A}_{i} \overline{\mathbf{\Psi}}_{P}^{i} \mathbf{q}_{f}^{i}$$
⁽²⁾

con \mathbf{C}_{P}^{i} una matriz de coeficientes de combinación lineal y \mathbf{q}_{r}^{i} el vector de coordenadas rígidas de modelización del sólido (véase [12]).

Derivando (2) con respecto al tiempo, se puede expresar la velocidad de un punto flexible como:

$$\dot{\mathbf{r}}_{P} = \mathbf{C}_{P}^{i} \dot{\mathbf{q}}_{r}^{i} + \left((\mathbf{A}_{i})_{\mathbf{q}_{r}} \otimes_{3} \dot{\mathbf{q}}_{r}^{i} \right) \overline{\mathbf{\Psi}}_{P}^{i} \mathbf{q}_{f}^{i} + \mathbf{A}_{i} \overline{\mathbf{\Psi}}_{P}^{i} \dot{\mathbf{q}}_{f}^{i} = \mathbf{L}_{P} \left[\dot{\mathbf{q}}_{r}^{iT} \quad \dot{\mathbf{q}}_{f}^{iT} \right]^{1} = \mathbf{L}_{P} \dot{\mathbf{q}}^{i}$$
(3)

 $con \bigotimes_3$ identificando un producto en la tercera dimensión del operando de la izquierda.

La matriz de masas de un cuerpo flexible modelado en coordenadas naturales puede extraerse de la ecuación de la energía cinética del sólido, que establece.

$$T = \frac{1}{2} \int^{i} \dot{\mathbf{r}}^{\mathrm{T}} \, \dot{\mathbf{r}} \mathrm{d}m = \frac{1}{2} \, \dot{\mathbf{q}}^{i\mathrm{T}} \left(\int^{i} \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \mathbf{L} \, \mathrm{d}m \right) \dot{\mathbf{q}}^{i} = \frac{1}{2} \, \dot{\mathbf{q}}^{i\mathrm{T}} \mathbf{M}^{i} \dot{\mathbf{q}}^{i} \tag{4}$$

La matriz de masas de un sólido flexible exige el cálculo de una integral en todo su volumen, lo cual requiere acudir a la malla de elementos finitos. La integral resultante no es constante, sino que depende de las coordenadas rígidas y flexibles del sólido a nivel de posición. El cálculo de esta integral en cada iteración de la dinámica supone un coste computacional importante, por lo cual se puede recurrir a expresar esta matriz en términos de otras integrales de forma que sí son constantes a lo largo de la simulación [10]. De este modo, la matriz de masas puede expresarse como:

$$\mathbf{M}^{i} = \mathbf{M}^{i} \left(m_{i}, \overline{\mathbf{r}_{G}^{i}}, \mathbf{J}_{G}^{i}, \mathbf{i}_{1}^{i}, \mathbf{i}_{2}^{i}, \mathbf{i}_{3}^{i}, \mathbf{q}_{r}^{i}, \mathbf{q}_{f}^{i} \right)$$

$$\tag{5}$$

siendo m_i la masa del sólido, $\overline{\mathbf{r}_G^i}$ el centro de masas indeformado en el sistema de referencia local del sólido, \mathbf{J}_G^i su tensor de inercia indeformado en el centro de gravedad, e $\mathbf{i}_1^i = \int^M \Psi_P^i \, \mathrm{d}m$, $\mathbf{i}_2^i = \int^M \overline{\mathbf{r}} \otimes \Psi_P^i \, \mathrm{d}m$, $\mathbf{i}_3^i = \int^M \Psi_P^{iT} \otimes \Psi_P^i \, \mathrm{d}m$, con \otimes identificando un producto tensorial de vectores y/o matrices.

Debido a la elasticidad de los sólidos flexibles, pueden aparecer 2 tipos de fuerzas que no están presentes en la simulación de cuerpos rígidos modelados en coordenadas naturales: las fuerzas de inercia dependientes de la velocidad \mathbf{Q}^{ν} y las fuerzas de rigidez debidas a la deformación elástica \mathbf{Q}^{e} . Las primeras provienen de la variabilidad de la matriz de masas, que ya no es constante como en cuerpos rígidos modelados en coordenadas

naturales. Aplicando las ecuaciones de Lagrange, se pueden determinar estas fuerzas dependientes de la velocidad como:

$$\mathbf{Q}^{\nu} = -\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \left(\mathbf{M}_{\mathbf{q}} \otimes_{2} \dot{\mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}}$$
(6)

 $\operatorname{con} \otimes_2$ identificando un producto en la segunda dimensión del operando de la izquierda.

Las fuerzas internas que surgen de la deformación elástica de un cuerpo pueden formularse directamente como el producto de la matriz de rigidez de elementos finitos proyectada a los modos por las amplitudes modales:

$$\mathbf{Q}^{e} = -\mathbf{\Psi}^{i\mathrm{T}} \mathbf{K}^{i}_{FEM} \mathbf{\Psi}^{i} \mathbf{q}^{i}_{f} = -\mathbf{K}^{i}_{e} \mathbf{q}^{i}_{f}$$
(7)

Los sistemas multicuerpo están sujetos a multitud de restricciones cinemáticas (guiado, movimiento relativo, etc.). Las restricciones se pueden imponer en las ecuaciones de la dinámica de distintos modos, siendo la formulación de Lagrangiana Aumentada de índice 3 con proyecciones en velocidad y aceleración (ALI3-P) de las que ofrece mejores prestaciones a nivel de eficiencia, robustez y precisión [13]. Esta formulación se compone de 3 etapas, requiriendo la primera la resolución del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas:

$$\left[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\lambda}^* + \boldsymbol{\alpha}\mathbf{\Phi})\right]^{\{i\}} = \left[\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^{\nu} + \mathbf{Q}^{e}\right]^{\{i\}}$$
(8*a*)

$$\boldsymbol{\lambda}^{*\{i+1\}} = \boldsymbol{\lambda}^{*\{i\}} + \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^{\{i\}}$$
(8b)

donde Φ representa el vector de restricciones y Φ_q su Jacobiano, λ^* identifica el vector de multiplicadores de Lagrange aproximados, α es una matriz de penalizadores y los superíndices entre llaves indican índice de la iteración.

El segundo y tercer paso de la formulación requieren la proyección las velocidades y aceleraciones obtenidas en el anterior paso sobre las variedades $\dot{\Phi} = 0$ y $\ddot{\Phi} = 0$ respectivamente.

$$\left(\overline{\mathbf{P}} + \varsigma \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}\right) \dot{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{q}}^{*} - \varsigma \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{\Phi}_{t}$$
(9)

$$\left(\overline{\mathbf{P}} + \varsigma \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}\right) \ddot{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{q}}^{*} - \varsigma \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha} \left(\dot{\mathbf{\Phi}}_{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{\Phi}}_{t}\right)$$
(10)

con $\overline{\mathbf{P}}$ una matriz de proyección simétrica (usualmente la matriz de masas) y ς un coeficiente de escalado.

Obsérvese que en esta formulación la presencia de cuerpos flexibles sólo afecta en la primera etapa, mientras que las proyecciones se formulan de igual forma que en sólidos rígidos.

La existencia de fuerzas elásticas provenientes de la deformación de sólidos flexibles en combinación con las fuerzas de choque con aceleraciones de gran amplitud y frecuencia suponen un desafío para la integración numérica de las ecuaciones anteriores. Por ello, es conveniente utilizar integradores disipativos que en mayor o menor medida eliminen algunas de las frecuencias de más alto rango que no son de interés para la simulación. En el presente trabajo, se recurre al integrador α -generalizado según la descripción presentada en [14].

4. Resultados y discusión

En choque, se suele trabajar en el dominio de la frecuencia, por lo que la comparativa entre resultados experimentales y de simulación de realizará en términos de SRS (véase [15] para más información). Adicionalmente, los datos experimentales están sujetos a un acuerdo de confidencialidad, por lo que las gráficas mostradas irán desprovistas de indicadores de magnitud, si bien se garantiza que las gráficas superpuestas en el mismo gráfico están en la misma escala. El lector interesado puede contactar con los autores para más información.

Una de las etapas más importantes de este trabajo recae en el ajuste de parámetros de la simulación, incluyendo coeficientes de rigidez y amortiguamiento de las fuerzas de contacto, parámetros de resortes de la bancada, amortiguamientos estructurales, selección de modos de deformación para *supporting channels*, etc. Esta etapa se llevó a cabo gracias a la disponibilidad de resultados experimentales en la MWSM con la que cuenta Navantia en sus instalaciones en Ferrol.

El ajuste de parámetros efectúa en dos etapas: en primer lugar, se realiza una estimación de todos los parámetros a partir de la literatura, de la experiencia y de todos los datos disponibles de la máquina (materiales, dimensiones u otra información). En una segunda etapa, se afinan estos coeficientes mediante técnicas de optimización global cuyo objetivo es minimizar la divergencia entre resultados de simulación y experimentales. Estas técnicas de optimización global repiten el experimento con múltiples combinaciones de parámetros buscando aquella que devuelve el mínimo valor de la función objetivo. Para garantizar que estas técnicas alcanzan un óptimo global es

necesario un elevado número de simulaciones, por lo que en este modelo se optó por detener la optimización al alcanzarse un conjunto de parámetros lo suficientemente bueno.

En este apartado se consideran dos experimentos con equipos diferentes: un bloque rígido de 325 kg y un equipo flexible de 375 kg.

4.1. Ensayo con bloque rígido de 325 kg

El equipo a ensayar consiste en un bloque de 325 kg, mostrado en la Figura 4, que se dispone sobre 2 parejas de *supporting channels*, cada una de las cuales se compone de un perfil tipo *carbuilding* y de otro tipo standard (véase [6]). Estas parejas se unen a la carga mediante *T-clamps* separadas 480 mm y 630 mm, distancias que se corresponden respectivamente con las distancias A y B recogidas en la especificación MIL-DTL-901E. Los *supporting channels* se anclan a un par de *fabricated channels* mediante unas mordazas, garantizando que la carga está centrada sobre la mesa yunque. Para el golpeo, se eleva el martillo hasta 2 pies de altura sobre la horizontal (respetando el indicador de la propia máquina) con la mesa descansando en los topes inferiores, es decir, para un recorrido de 3 pulgadas.



Figura 4. Bloque de 325 kg.

El modelo multicuerpo flexible configurado para este ensayo consta de 252 coordenadas, de las cuales 40 son coordenadas flexibles que se corresponden con las amplitudes de los modos de deformación de los *supporting channels*. Antes de la simulación, se realiza un cálculo estático del conjunto con el martillo fijo en su posición elevada. Una vez alcanzado el equilibrio, se libera el martillo que describe un movimiento de péndulo hasta que golpea la mesa yunque, a la que le imparte una fuerza que la eleva. Tras el impacto, los *supporting channels* comienzan a deformarse elásticamente, y es esta deformación la que determina en gran medida la dinámica del ensayo.

En la Figura 5 puede verse el SRS de aceleración de un punto situado en el centro de la cara superior del bloque calculado a partir de resultados experimentales y de resultados de simulación.



Figura 5: Comparativa de SRS de aceleración simulado (rojo) y experimental (azul).

La simulación completa de choque dura 1.894 segundos, siendo 1.394 segundos los que se corresponden con la caída del martillo y 0.5 segundos la simulación tras el impacto. Justo antes del impacto, el paso de tiempo se reduce de 1 milisegundo hasta 2.d-5 segundos para capturar con precisión la dinámica del impacto. La simulación completa se realiza en 2 minutos y 50 segundos, consiguiéndose una buena convergencia en el rango de frecuencias de interés, tal y como se puede apreciar en la Figura 5.

4.2. Ensayo con equipo flexible de 375 kg

En este ensayo, se le acopla a la carga anterior un perfil de acero HEB100 mediante unos apoyos soldados, de forma que los extremos del perfil quedan en voladizo, siendo diferentes las longitudes libres de estos extremos. Este montaje, mostrado en la Figura 6, fue diseñado para obtener frecuencias de vibración diferentes en una misma carga, de forma que permita medir si la simulación es capaz de capturar estos efectos cuando se modela el equipo como un cuerpo flexible. Del mismo modo, también es interesante la evaluación del error que se comete en el caso que el equipo se modele como un sólido rígido. Las condiciones de ensayo son idénticas a las del experimento descrito en la sección anterior.



Figura 6: Equipo flexible de 375 kg.

En primer lugar, se calculan los modos de deformación del equipo, para lo cual se recurre a un análisis modal del equipo fijando los puntos de unión con los *supporting channels*. Como resultado, se obtiene una colección de modos que incorporan diferentes efectos (tracción-compresión, torsión y flexión). Estos modos de deformación se utilizan para determinar tanto la cinemática del mecanismo flexible (véase (1)) como las propiedades elásticas de la carga (7) e inerciales (5-6).

El tiempo de simulación es similar al del experimento de la sección anterior, mientras que el tiempo de computación se ve incrementado a 9 minutos y 10 segundos al incluir más variables. En la parte izquierda de la Figura 7 pueden verse los SRS de aceleración experimental y simulado de un acelerómetro situado en uno de los extremos del perfil HEB100. Esta figura ilustra cómo el modelo simulado logra reflejar el comportamiento de este punto con el conjunto de modos seleccionado (obsérvese cómo aparecen dos máximos en el SRS y cómo la simulación es capaz de aproximar esas frecuencias).



Figura 7: Comparativa de resultados simulados (rojo) y experimentales (azul) con el equipo modelado como un sólido flexible (izquierda) y como sólido rígido (derecha).

En la derecha de la Figura 7 se muestran los mismos resultados con el equipo definido como un sólido rígido. Puede apreciarse que el modelo rígido, aunque no es capaz de reflejar los picos de forma precisa, es capaz de devolver una buena aproximación en el resto frecuencias.

5. Conclusiones

En este trabajo se han analizado los ensayos de choque en máquinas de peso medio y se ha propuesto un modelo multicuerpo flexible para simularlos. Se ha estudiado el comportamiento de cada uno de los cuerpos que intervienen en la simulación, lo que ha permitido modelarlos como sólidos rígidos o flexibles. Del mismo modo,

se han modelado las principales fuerzas que determinan la dinámica del ensayo, tales como las fuerzas de contacto entre martillo y mesa yunque o los topes superior e inferior.

A nivel de simulación, se ha revisado e implementado la formulación dinámica de ALI3-P en coordenadas naturales en el contexto del método de referencia flotante, lo cual ha conducido a una formulación precisa, robusta y muy eficiente computacionalmente. El modelo multicuerpo flexible de los ensayos de choque se ha simulado con esta formulación combinada con un integrador alfa-generalizado de paso de tiempo variable, lo cual ha contribuido a reducir el coste computacional de la simulación. Finalmente, se han ajustado los parámetros del modelo a partir de datos de ensayos experimentales y se ha validado el modelo en dos ensayos de choque, uno con un bloque rígido y otro con un equipo flexible, consiguiéndose buenos resultados a nivel de convergencia entre simulación y experimentos reales.

6. Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del Centro Mixto de Investigación UDC-Navantia (IN853C 2022/01), financiado por GAIN (Xunta de Galicia) y ERDF Galicia 2021–2027.

7. Referencias

- [1] R. H. Wilkens y M. D. Richardson, «Mine Burial Prediction: A Short History and Introduction,» *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 32, nº 1, pp. 3-9, 2007.
- [2] R. Rodríguez Arias, D. Blanco Lino y A. Tejedor Ventosa, «Requisitos especiales derivados de una explosión submarina sin contacto. Medidas y guías de diseño de buques militares,» *Ingeniería Naval*, pp. 75-86, 2005.
- [3] S. Sariel, T. Balch y N. Erdogan, «Naval Mine Contermeasure Missions,» IEEE Robotics & Automation Magazine, vol. 15, nº 1, pp. 45-52, 2008.
- [4] H. W. K. Kelly, «Degaussing,» Nature, vol. 157, pp. 646-648, 1946.
- [5] R. W. Conrad, «Characteristics of Navy Medium-Weight High-Impact Shock Machine,» Naval Research Laboratory, Washington D.C., 1951.
- [6] MIL-DTL-901E: Shock tests, H.I. (High Impact) Shipboard Machinery, Equipment, and Systems, Requirements for, 2017.
- [7] E. W. Clements, «Shipboard Shock and Navy Devices for its Simulation,» Naval Research Laboratory, Washington D.C., 1972.
- [8] W. P. Welch y P. D. Saunders, «Structural and Vibration Analysis of Navy Class High Imact, Medium Weight Shock Tests,» *Shock and Vibration Bulletin*, nº 38, pp. 95-105, 1968.
- [9] J. E. Alexander, «Damped 2DOF Model of MIL-S-901D Medium-Weigh Shock Machine Test,» Sound and Vibration, vol. 50, pp. 7-13, 2016.
- [10] A. Shabana, Dynamics of multibody systems, New York, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [11] K. H. Hunt y F. R. Crossley, «Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact,» *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, vol. 42, nº 2, pp. 440-445, 1975.
- [12] J. García de Jalón y E. Bayo, Kinematic and dynamic simulation of multibody systems: The real-time challenge, New York (USA): Springer-Verlag, 1994.
- [13] D. Dopico, F. González, J. Cuadrado y J. Kövecses, «Determination of Holonomic and Nonholonomic Constraint Reactions in an Index-3 Augmented Lagrangian Formulation With Velocity and Acceleration Projections,» *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 9, nº 4, pp. 1-9, jul 2014.
- [14] M. Arnold y O. Brüls, «Convergence of the generalized-α scheme for constrained,» Multibody System Dynamics, vol. 18, pp. 185-202, 2007.
- [15] J. E. Alexander, «The shock response spectrum- A Primer,» Sound & Vibration, pp. 6-14, 2009.